

# ВОССТАНОВЛЕНИЕ МЕЛКОМАСШТАБНОГО ПОЛЯ ПРИЗЕМНОГО ДАВЛЕНИЯ ПО ЕГО ИНТЕГРАЛЬНЫМ ХАРАКТЕРИСТИКАМ\*

А. И. ЧАВРО, Е. В. ДМИТРИЕВ

*Институт вычислительной математики РАН, Москва, Россия*

e-mail: chavro@inm.ras.ru, yegor@inm.ras.ru

In this article we propose a method for reconstruction of the small-scale structure of daily surface pressure. A priori estimates, actual errors of reconstruction, and the reliability analysis of the statistical model for the inverse problem are presented. It is shown that the reliability and accuracy of the model are well correlated. The results of this article can be used for prediction of extreme events in the atmosphere.

## Введение

Известно, что современные модели общей циркуляции атмосферы, а также общей циркуляции атмосферы и океана (см., например, [1]) пока не могут обеспечить долгосрочный прогноз, в особенности когда речь идет о метеорологических полях с достаточно высоким пространственным и временным разрешением. В связи с этим в последние два десятилетия сформировалось новое направление в геофизике и климатологии под общим названием “downscaling”, т. е. переход от крупномасштабных (осредненных) значений метеорологических полей к мелкомасштабным, региональным значениям.

Так как мы имеем дело со случайными полями, для решения данной задачи целесообразно использовать статистические методы решения обратных задач. Так, например, в работах [2–6] были предложены методы решения обратных задач, основанные на эффективном использовании априорной статистической информации. Эти методы позволяют получить: оценку искомого мелкомасштабного поля в интересующем регионе с минимальной среднеквадратичной погрешностью; априорную оценку погрешности решения обратной задачи; надежность статистической модели решения задачи и информативность входной информации крупномасштабного поля по отношению к восстанавливаемому полю. Проверка данных методов на примерах восстановления полей атмосферного давления H500 [2], приземной температуры на сети метеостанций [3] и осадков [6] показала, что предложенными нами методами удастся восстановить более 75 % изменчивости мелкомасштабного поля по его крупномасштабным значениям.

В настоящей работе ставится задача восстановления мелкомасштабной структуры среднесуточных значений поля аномалий приземного атмосферного давления. При этом будут

---

\*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант N 04-05-64919).

© Институт вычислительных технологий Сибирского отделения Российской академии наук, 2005.

оценены априорная и реальная погрешности восстановления, а также надежность статистической модели решения обратной задачи. Будут получены оценки коэффициентов корреляции между надежностью модели решения обратной задачи и погрешностью восстановления мелкомасштабного поля. Предложенная методика может быть использована для предсказания региональных значений геофизических полей по предсказанным с помощью моделей общей циркуляции атмосферы и океана крупномасштабным значениям геофизических полей.

## 1. Методика решения задач

Методика решения обратных задач “downscaling” с использованием априорной статистической информации достаточно подробно представлена в работах [2–6], поэтому мы ограничимся лишь кратким изложением использованной методики.

Пусть связь между крупномасштабным  $\xi \in R^n$  и мелкомасштабным  $f \in R^m$  полями задается в виде соотношения

$$\xi = Af + \nu, \quad (1)$$

где  $A$  — линейный оператор, действующий из  $R^m$  в  $R^n$ , а  $\nu \in R^n$  — погрешность такого представления. Для решения поставленной задачи нам необходимо построить такой линейный оператор  $R$ , с помощью которого можно получить оценку  $\hat{f}$  поля  $f$  с минимальной среднеквадратичной погрешностью.

Предположим, что оператор нам неизвестен, но имеется банк многолетних одновременных наблюдений полей  $f$  и  $\xi$ . Заметим, что данные о поле  $\xi$  могут быть получены путем осреднения по пространству поля  $f$ . В этом случае оператор  $R$  можно найти из условия минимума функционала

$$\Phi(R) = \min_R M \|R\xi - f\|^2, \quad (2)$$

где  $M$  — символ математического ожидания, т. е. оператор  $R$  находится из условия минимума среднеквадратичной ошибки решения задачи. Оператор  $R$ , как показано в работе [7], определяется соотношением

$$R = C_{f\xi} C_{\xi\xi}^{-1}, \quad (3)$$

где  $C_{f\xi} = \langle f\xi^T \rangle$  — взаимно ковариационная матрица (символы  $\langle \rangle$  и  $T$  означают осреднение по ансамблю и транспонирование соответственно);  $C_{\xi\xi} = \langle \xi\xi^T \rangle$  — автоковариационная матрица вектора  $\xi$ . При этом априорная дисперсия вектора погрешности решения обратной задачи задается соотношением

$$h(R) = C_{ff} - C_{f\xi} C_{\xi\xi}^{-1} C_{\xi f}. \quad (4)$$

В работах [2–6] вводится также понятие надежности статистической модели решения обратной задачи по отношению к данной реализации предиктора. Эта характеристика носит вероятностный характер и определяется соотношением

$$\alpha = \int_{t_n(\xi)}^{\infty} P_{\chi^2}^{(n)}(x) dx, \quad (5)$$

где статистика  $t_n(\xi)$  вычисляется по формуле

$$t_n(\xi) = (C_{\xi\xi}^{-1}\xi, \xi), \quad (6)$$

$P_{\chi^2}^{(n)}$  — плотность  $\chi^2$ -распределения вероятности с  $n$  степенями свободы.

Данная методика использовалась для восстановления аномалий мелкомасштабного поля приземного давления по данным крупномасштабного поля.

## 2. Численные эксперименты

Для проведения численных экспериментов были использованы данные ВНИИГМИ — МЦД измерений приземного давления с 1936 по 1986 год, которые производились на 223 метеорологических станциях, расположенных на территории СНГ. Период с 1984 по 1986 год содержит очень большое количество пропусков, и поэтому он был исключен из рассмотрения. При осреднении данных по времени для получения среднесуточных значений давления уделялось внимание проблеме однородности, поскольку с 1936 по 1965 год измерения проводились 4 раза в сутки, а в последующий период — 8 раз в сутки. Точность определения приземного давления составляет приблизительно 0.1 гПа.

Для оценки крупномасштабного поля приземного давления территория СНГ была покрыта равномерной сеткой  $10 \times 10^\circ$ . Далее внутри каждой ячейки, которая содержит более одной метеостанции, проводилось осреднение. Для проведения качественной валидации рассматриваемого метода необходимо иметь как можно более точную информацию о мелкомасштабном поле, т. е. нужно выбрать регион, который содержит как можно больше метеорологических станций. Поэтому для решения обратной задачи был выбран центральный район России с координатами  $45\text{--}65^\circ$  с.ш. и  $20\text{--}50^\circ$  в.д. Данный регион содержит 49 станций, которые распределены более или менее равномерно с некоторым сгущением в районах со сложной орографией.

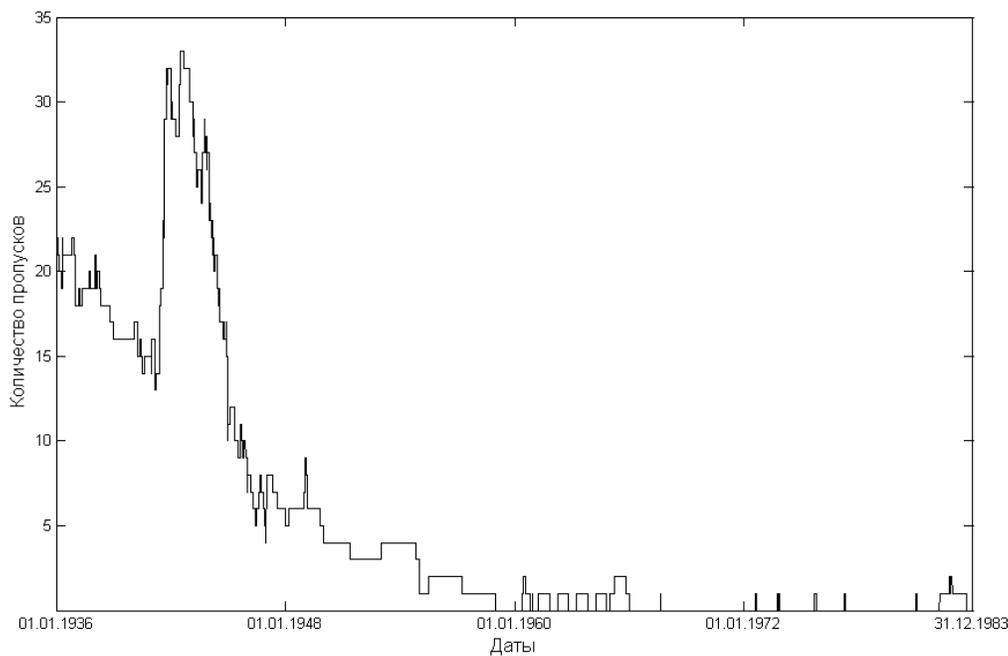


Рис. 1. Количество пропусков в данных наблюдений. Общее количество станций 49.

В качестве априорного ансамбля использованы данные измерений с 1936 по 1970 год включительно, т. е. первые 35 лет. Следующие 13 лет использованы для проведения независимой проверки. Столь длительный период калибровки выбран в связи с тем, что данные наблюдений содержат большое количество пропусков, которые могут существенно влиять на устойчивость оценки вторых моментов. Количество пропусков в данных, соответствующих рассматриваемому региону, представлено на рис. 1. Нетрудно видеть, что наибольшее количество пропусков соответствует первым 20 годам наблюдений.

По измерениям на периоде калибровки была вычислена априорная оценка ошибки восстановления среднесуточных значений поля давления на сети метеостанций, которая составила 2.1 гПа, при среднеквадратичном значении естественной изменчивости 8.7 гПа. Таким образом, теоретически мы можем восстановить около 75 % изменчивости мелкомасштабного поля приземного давления. Среднеквадратичная ошибка решения, оцененная по независимой выборке, составила 2.3 гПа, что связано с вариациями оценки математического ожидания (обусловленными нестационарностью реального случайного процесса),

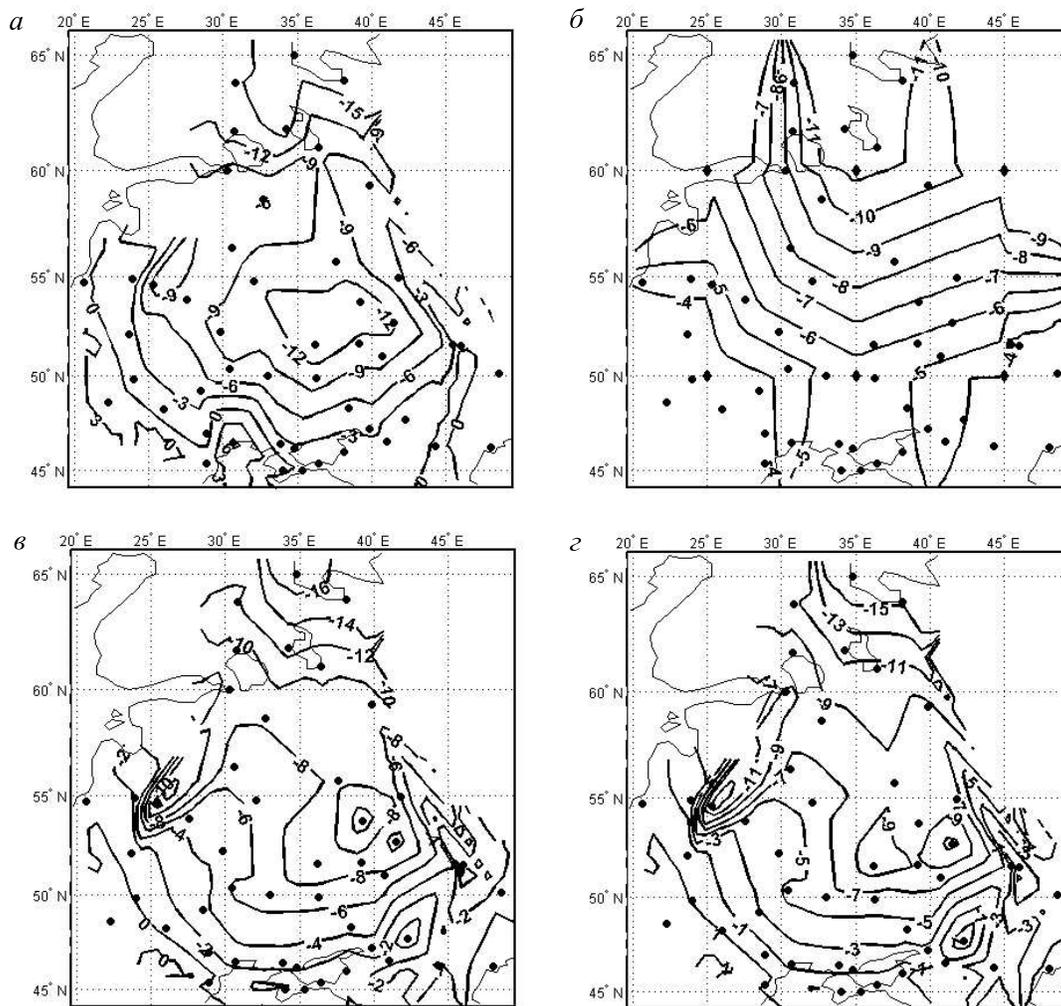


Рис. 2. Поле аномалий приземного давления 04.01.1974 в центральном регионе; а — точное; б — восстановленное линейной интерполяцией крупномасштабного поля; в и г — восстановленное по крупномасштабному полю с помощью метода редукции без учета и с учетом предыдущего измерения соответственно.

поскольку ее изменчивость составляет 1.9 гПа. На рис. 2 представлены результаты восстановления мелкомасштабного поля по крупномасштабному с помощью метода редукции [7–9] и путем линейной интерполяции крупномасштабного поля. Для экстраполяции был использован объективный анализ Крессмана с квадратичной весовой функцией [10]. Радиус влияния задавался равным  $3^\circ$  для мелкомасштабного и  $8^\circ$  для крупномасштабного поля.

Точность решения обратной задачи различна в зависимости от реализации. Поэтому в качестве тестовой была выбрана характерная реализация, т. е. в которой ошибка решения приблизительно соответствует априорной оценке ошибки. Пример, представленный на рис. 2, показывает, что линейная интерполяция приводит к существенному сглаживанию решения по пространству, при этом практически полностью теряется мелкомасштабная структура, которую требуется восстановить. Статистические методы используют априорную информацию, что приводит к существенно более качественному решению задачи “downscaling”. Конечно, пространственные вариации поля приземного давления при этом также сглажены, однако мелкомасштабная структура восстановлена значительно лучше. Был проведен также эксперимент с использованием дополнительной информации с предыдущего шага по времени, что не приводит к значимому изменению ошибки решения.

Точность оценки вторых моментов зависит от количества данных, входящих в априорный ансамбль, и их скоррелированности по времени. Она существенным образом определяет ошибку решения, значения которой могут быть значимо различны при различных периодах калибровки. Это относится и к априорной оценке ошибки и к ошибке, оцененной по независимой выборке. Наличие пропусков также усугубляет эту проблему. Результаты исследования на устойчивость представлены на рис. 3.

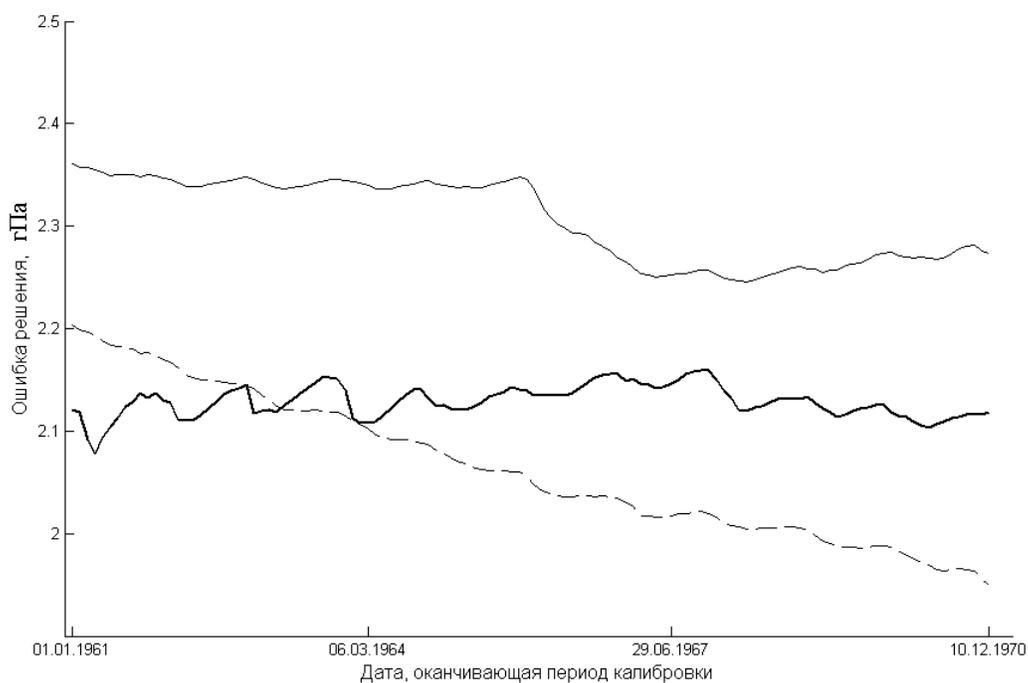


Рис. 3. Ошибки решения обратной задачи в зависимости от размерности калибровочного ансамбля по времени: жирная сплошная линия — априорная оценка ошибки; тонкая сплошная линия — оценка среднеквадратичной ошибки по независимой выборке; штриховая линия — изменчивость ошибки решения.

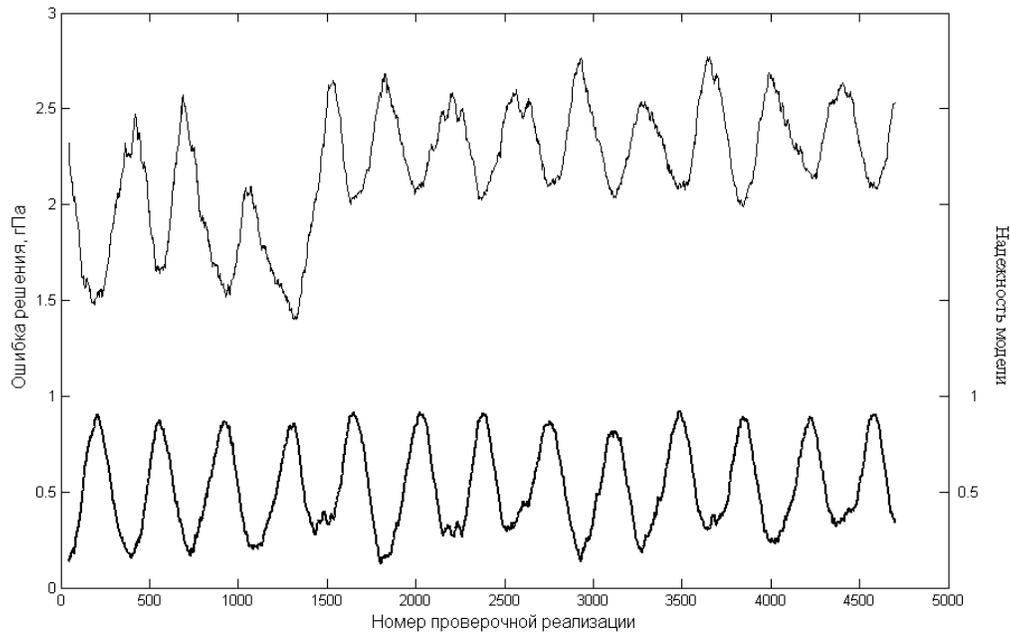


Рис. 4. Прогноз экстремальных ситуаций: жирная линия — надежность модели; тонкая линия — среднеквадратичная по станциям ошибка решения обратной задачи.

Надежность модели позволяет заранее предсказать ситуации, когда задача решается плохо. На рис. 4 представлены графики зависимости надежности и ошибки решения от времени, сглаженные гауссовским фильтром. Общий коэффициент корреляции небольшой — порядка  $-0.57$ . Это связано с неоднородностью временного ряда ошибки решения. Модули локальных коэффициентов корреляции, т. е. вычисленных по однородной по времени части ряда, более  $0.85$ .

## Выводы

1. Предложен метод восстановления мелкомасштабной структуры аномалий поля приземного давления с минимальной среднеквадратичной погрешностью.

2. Показано, что данная методика позволяет восстановить поле аномалий с более высокой точностью, чем линейная интерполяция крупномасштабного поля на более мелкую сетку. Среднеквадратичная точность восстановления составляет  $75\%$  от изменчивости.

3. Установлена отрицательная корреляционная связь между надежностью статистической модели решения обратной задачи и погрешностью восстановления, что указывает на возможность предсказания нестандартных (экстремальных) ситуаций в поле атмосферного давления.

## Список литературы

- [1] Дианский Н.А., Володин Е.М. Воспроизведение современного климата с помощью совместной модели общей циркуляции атмосферы и океана // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2002. Т. 38, № 6. С. 824–840.

- [2] ЧАВРО А.И. О возможности восстановления среднемесячных значений поля высоты поверхности 500 гПа по некоторым функционалам этого поля // Метеорология и гидрология. 1998. № 1. С. 45–46.
- [3] ДМИТРИЕВ Е.В. Оценка среднемесячных аномалий регионального поля приземной температуры по осредненным характеристикам глобального поля // Метеорология и гидрология. № 10. 2000. С. 25–36.
- [4] ЧАВРО А.И., ДМИТРИЕВ Е.В. Статистическая модель восстановления высокочастотной составляющей геопотенциала 500 гПа // Метеорология и гидрология. 2000. № 8. С. 31–43.
- [5] ЧАВРО А.И., ДМИТРИЕВ Е.В. Статистическая модель восстановления региональной структуры геофизических полей // Метеорология и гидрология. 2002. № 6. С. 39–49.
- [6] ДМИТРИЕВ Е.В. Разработка и исследование статистических моделей обратных задач в проблеме предсказуемости регионального климата: Автореф. диссертации к. ф.-м. н. М.: ИВМ РАН, 2001. 20 с.
- [7] ЧАВРО А.И., ДЫМНИКОВ В.П. Методы математической статистики в задачах физики атмосферы. М.: ИВМ РАН, 2000. 210 с.
- [8] УСПЕНСКИЙ А.Б. Обратные задачи математической физики – анализ и планирование экспериментов // Математические методы планирования эксперимента. Новосибирск: Наука, 1981. С. 199–242.
- [9] ПЫТЬЕВ Ю.П. Математические методы интерпретации эксперимента. М.: Высш. шк., 1989. 351 с.
- [10] CRESSMAN G. An operational analysis system // Monthly Weather Review. 1959. Vol. 87. P. 367–374.

*Поступила в редакцию 2 июня 2005 г.*