

ОДНОПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ АППРОКСИМАЦИОННЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ФУНКЦИЙ ПРОПУСКАНИЯ CO₂ В ОБЛАСТИ 15 МКМ*

Ю. В. БОГДАНОВА, О. Б. РОДИМОВА

Институт оптики атмосферы СО РАН, Томск, Россия

e-mail: wert@academ.tsc.ru, rod@iao.ru

Algorithm of derivation of one-parameter approximation formulas for radiation fluxes is proposed based on the k-distribution version, which results in the exact relations for the expansion coefficients of the functions under study into series of exponents. The algorithm is illustrated by obtaining formulas of this kind in the case of the CO₂ absorption in the spectral region of 720...800 cm⁻¹. The line shape is assumed to be Lorentzian one. Impact of different variants of the contour cutting, different number of the terms in the series of exponents and the accuracy of the line-by-line calculation on the values of radiation fluxes and cooling rates is considered.

Введение

Лидирующее положение среди способов ускорения расчетов в радиационных блоках климатических моделей занимает применение рядов экспонент [1, 2]. Как правило, способы нахождения коэффициентов таких разложений сводятся к различным методам минимизации разности между эталонной функцией пропускания и рассчитанной с помощью искомого разложения (см., например, [3]), что сводит задачу к чисто вычислительной процедуре и не оставляет места для упрощений, следующих из математически точных соотношений.

Для радиационных блоков климатических моделей чрезвычайно полезными оказались однопараметрические аппроксимационные формулы для функций пропускания, полученные Chou с соавторами [4] с помощью рядов экспонент для основных поглощающих газов в атмосфере в инфракрасном диапазоне. Коэффициенты разложений находились ими с помощью процедур минимизации и с учетом некоторых дополнительных предположений. Эти формулы, однако, оказались не свободны от некоторых недостатков. Так, для континуального коэффициента поглощения водяного пара использовалось эмпирическое выражение [5]. В расчетах line-by-line использовался лоренцевский контур, оборванный на некотором расстоянии от центра линии, в том числе и для 15 мкм полосы CO₂, т. е. игнорировалась форма крыльев этой полосы. Для полосы 9.6 мкм O₃ не удалось получить

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 05-05-64256).

© Институт вычислительных технологий Сибирского отделения Российской академии наук, 2005.

приемлемых аппроксимационных формул. Кроме того, аппроксимационные формулы получены в [4] для фиксированного разбиения инфракрасного диапазона на 10 спектральных интервалов, что не позволяет применять эту привлекательную технику при изменении разбиения.

Для ускорения расчетов радиационных потоков в данной работе используется версия k -распределения, дающая точные выражения для коэффициентов разложения исследуемых функций в ряды экспонент, в том числе и непосредственно для радиационных потоков [6]. Коэффициенты полученных разложений ведут себя гладко с высотой, что должно позволить ввести эффективную интерполяцию при расчетах для произвольных высот. Сравнение полученных в [6, 7] выражений для потоков с однопараметрическими аппроксимационными формулами, полученными Chou с соавторами [4], свидетельствует о подобии их структуры. Это позволяет надеяться, что коэффициенты разложения функций пропускания в ряды экспонент в слое при некоторых средних давлении и температуре могут быть использованы для нахождения коэффициентов разложения в остальных слоях с помощью формул типа [4].

В данной работе алгоритм получения однопараметрических аппроксимационных формул для радиационных потоков на основе разложений в ряды экспонент применяется к поглощению CO_2 в интервале $720 \dots 800 \text{ см}^{-1}$. Контур линий предполагается лоренцевским. В дальнейшем предполагается в расчетах line-by-line использовать контур, правильно описывающий температурное и спектральное поведение коэффициента поглощения в далеких крыльях линий [8].

1. Выражения для радиационных потоков

В выражения для радиационных потоков в однородной газовой среде в спектральном интервале $\Delta\omega$ входит функция пропускания с функцией Планка $B(\omega)$

$$H(x) = \frac{1}{\Delta\omega} \int_{\omega'}^{\omega''} B(\omega) e^{-x\kappa(\omega)} d\omega, \quad (1)$$

где x — эквивалентный поглощающий слой; $\kappa(\omega)$ — коэффициент поглощения на частоте ω , $\Delta\omega = \omega'' - \omega'$. Вводя взвешенную функцию Планка

$$u(x, \omega) = \frac{B(x, \omega)}{\Omega(x)},$$

$$\Omega(x) = \frac{1}{\Delta\omega} \int_{\omega'}^{\omega''} d\omega B(x, \omega) \quad (2)$$

и применяя к (1) подходящие квадратурные формулы, получаем разложение функции пропускания (1) в ряд экспонент

$$H(x) = \frac{\Omega(x)}{\Delta\omega} \int d\omega u(x, \omega) e^{-x\kappa(\omega)} = \sum_{\nu} b_{\nu} e^{-s_{\nu}(g_{\nu})x}. \quad (3)$$

В записанном разложении b_ν и g_ν — ординаты и абсциссы квадратурной формулы; $s(g)$ представляют функцию, обратную к $g(s)$, для которой имеется точное выражение [6]

$$g(s) = \frac{1}{\Delta\omega} \int_{\kappa(\omega) \leq s, \omega \in [\omega'', \omega']} u(x, \omega) d\omega. \quad (4)$$

Выражения для радиационных потоков в случае плоской стратифицированной атмосферы найдем, используя коэффициенты разложения в ряды экспонент $s_i^{(k)}$ функций пропускания, взвешенных с функцией Планка (N — число слоев, j — номер слоя, m — число членов разложения, i — номер члена разложения):

$$F^{\text{up}}(j) = B(j) - 2 \sum_{i=1}^m b_i \left[\sum_{k=2}^j (B(k) - B(k-1)) E_3 \left(\sum_{q=k}^j l_q s_i^{(q)} \right) \right] - \\ - 2B(1) \sum_{i=1}^m b_i E_3 \left(\sum_{k=1}^j l_k s_i^{(k)} \right) - 2 \sum_{i=1}^m b_i \left[B(1) E_3 \left(\sum_{k=1}^j l_k s_i^{(k)} \right) \right]; \quad (5)$$

$$F^{\text{down}}(j) = B(j+1) - 2 \sum_{i=1}^m b_i \left[B(N) E_3 \left(\sum_{k=j+1}^N l_k s_i^{(k)} \right) \right] + \\ + 2 \sum_{i=1}^m b_i \left[\sum_{k=j+1}^{N-1} (B(k+1) - B(k)) E_3 \left(\sum_{q=j+1}^{k-1} l_q s_i^{(q)} \right) \right]. \quad (6)$$

При известных коэффициентах разложения $s_i^{(k)}$ расчет потоков по приведенным здесь формулам занимает минимальное количество времени.

В схеме [4] радиационные потоки имеют вид

$$F^{\text{up}}(j_1) = B(1) + B(1) \tau(1, j_1 - 1) + B(j_1) (1 - \tau(j_1 - 1, j_1 - 1)) + \\ + \sum_{j_2=2, j_1 \neq 1, 2}^{j_1-1} B(j_2) (\tau(j_2, j_1 - 1) - \tau(j_2 - 1, j_1 - 1)); \quad (7)$$

$$F^{\text{down}}(j_1) = B(j_1 + 1) (1 - \tau(j_1, j_1)) + \sum_{j_2=j_1+2}^{N-1} B(j_2) (\tau(j_1, j_2 - 1) - \tau(j_1, j_2 - 2)), \quad (8)$$

где

$$\tau(j_2, j_1) = \sum_{i=1}^m c_i \exp \left(-1.66 k_i^{(j_s)} w(j_2, j_1) \right) \quad (9)$$

есть функция пропускания от слоя j_1 до слоя j_2 , считаемая с помощью k -распределения; $k_i^{(j_s)} = n^{(j_s)} k_{i-1}^{(j_s)}$, а $w(j_2, j_1)$ — соответствующая поглощающая масса. Для поглощающих масс CO_2 используются аппроксимационные формулы вида

$$w = u \left(\frac{p}{p_r} \right)^m f(T, T_r), \quad (10)$$

где p_r и T_r — некоторые средние давление и температура; u — количество поглощающего вещества; p и T — давление и температура рассматриваемого атмосферного слоя;

$$f(T, T_r) = 1 + a(T - T_r) + b(T - T_r)^2. \quad (11)$$

Коэффициенты в (10), (11) были найдены в [4] при заданном разбиении инфракрасного диапазона на 10 спектральных интервалов $j_s = 1, 2, \dots, 10$ для каждого из этих интервалов.

Подобие формул (7), (8) и формул с разложением в ряды экспонент для радиационных потоков (5), (6) позволяет надеяться, что коэффициенты разложения $s_r^{(i)}$ в слое r при давлении p_r и температуре T_r могут быть использованы для нахождения $s_i^{(k)}$ в остальных слоях с помощью формул типа (10), (11).

2. Результаты расчета

Пробные расчеты для получения аппроксимационных формул проведены для стандартной 33-слойной модели атмосферы лета средних широт [9] в инфракрасной области спектра. В настоящих расчетах использовался лоренцевский контур спектральных линий, оборванный на некотором расстоянии от центра линии.

Величина обрывания контура фиксировалась на 10 см^{-1} , как в расчете line-by-line [4]. С уменьшением шага интегрирования (от 1 см^{-1} до 0.002 см^{-1}) результаты расчетов потоков и скоростей выхолаживания сближаются между собой, что является достаточно очевидным. Менее очевидным оказывается вывод, что увеличение числа членов разложения в ряду экспонент (точек интегрирования) не всегда приводит к улучшению расчета, т. е. к лучшему согласию line-by-line расчетов с их аппроксимацией рядом экспонент. На рис. 1 приведены результаты расчета суммарных потоков для двух вариантов шага интегрирования и различного числа членов разложения. Из этих и подобных расчетов создается впечатление, что чем точнее line-by-line расчет, тем меньшее число членов разложения необходимо для достижения требуемой точности аппроксимации. Более того, для данной точности line-by-line расчета есть некоторое предельное число членов разложения, при увеличении которого точность аппроксимации не только не возрастает, но может снижаться.

Обрывание контура на расстоянии 10 см^{-1} от центра линии недооценивает наличие крыльев в поглощении полосы. Как известно, влияние крыльев можно приближенно принять во внимание путем продления лоренцевского контура на большие расстояния от центра. На рис. 2 показано влияние такого весьма приближенного учета поглощения в крыльях полосы на потоки и скорости выхолаживания. Видно, что учет поглощения в крыльях может сдвинуть значения радиационных потоков, но незначительно сказывается на значениях скоростей выхолаживания.

Переходя к однопараметрическим аппроксимационным формулам, заметим, что в случае CO_2 ($720 \dots 800 \text{ см}^{-1}$) в работе [4] в выражении

$$\omega = u \left(\frac{p}{p_r} \right)^m (1 + a(T - T_r) + b(T - T_r)^2) \quad (12)$$

были получены следующие значения параметров: $m = 0.5$, $a = 0.0184$, $b = 0.000112$, $p_r = 300 \text{ мбар}$, $T_r = 250 \text{ К}$.

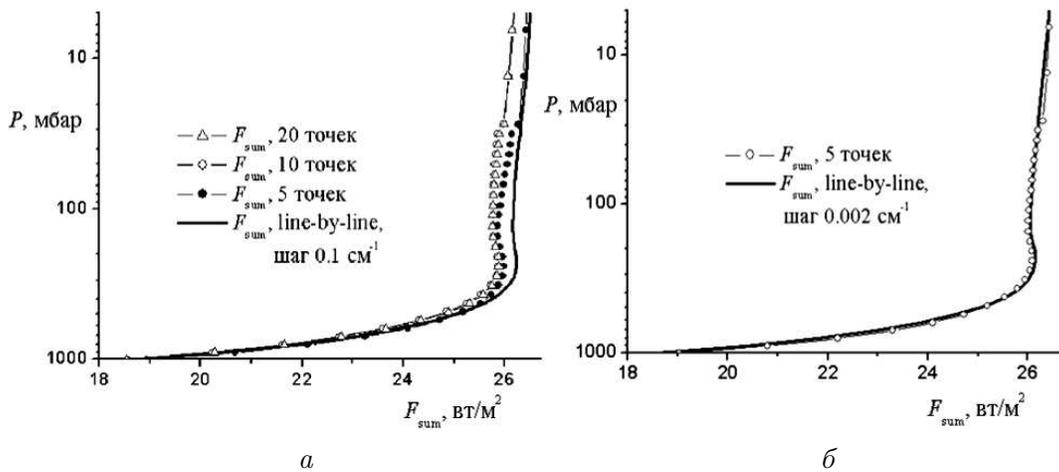


Рис. 1. Суммарные потоки в зависимости от числа членов разложения в ряду экспонент при шаге интегрирования по частоте в line-by-line расчете 0.1 см^{-1} (а) и 0.002 см^{-1} (б).

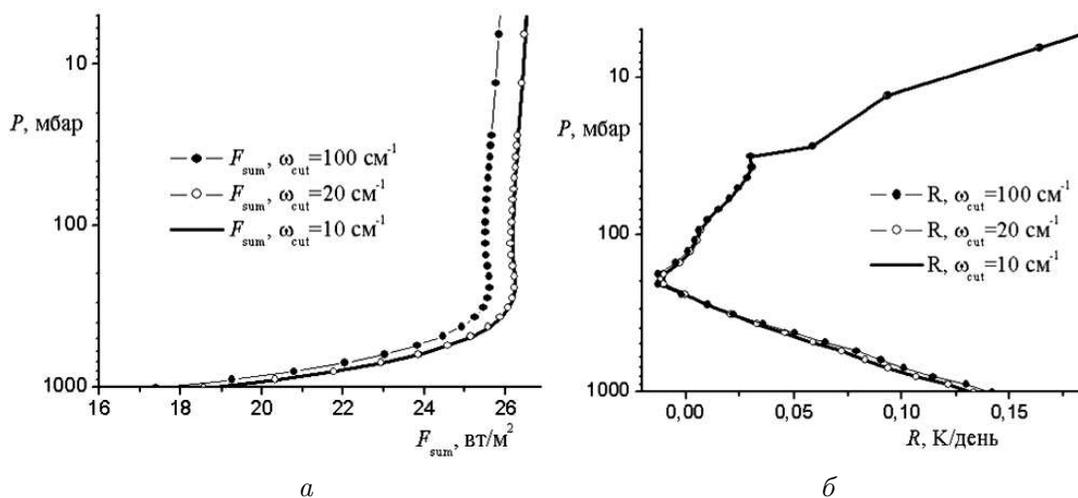


Рис. 2. Суммарные потоки (а) и скорости выхолаживания (б) в зависимости от величины обрыва лоренцевского контура при шаге интегрирования по частоте в line-by-line расчете 0.1 см^{-1} .

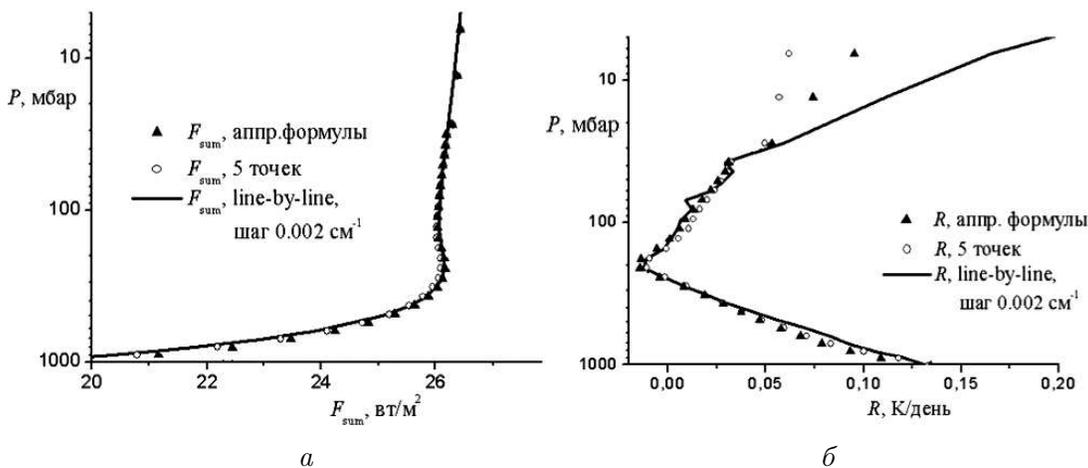


Рис. 3. Сравнение различных способов расчета: суммарные потоки (а) и скорости выхолаживания (б).

В данной работе для коэффициентов разложения были использованы выражения, подобные таковым в [4], за исключением постоянного множителя A :

$$s_j^{(j)} = s_j^{(j_r)} A \rho_{\text{CO}_2}(j) (1 + 0.0184 (T_j - T_r) + 0.000112 (T_j - T_r)^2) \left(\frac{p_j}{p_r} \right)^{0.5}. \quad (13)$$

Здесь $s_j^{(j_r)}$ — коэффициенты разложения в ряды экспонент, функций пропускания, взвешенных с функцией Планка; j — номер слоя; i — номер члена разложения. В настоящих расчетах использовался лоренцевский контур спектральных линий, оборванный на некотором расстоянии от центра линии.

На рис. 3 представлены радиационные потоки и скорости выхолаживания, появляющиеся в различных расчетных версиях. Значения, полученные с помощью выражения (13) с $A = 1.25$, хорошо согласуются со значениями line-by-line потоков.

Заключение

Однопараметрические аппроксимационные формулы для атмосферных функций пропускания, полученные Chou с соавторами [4] и приведенные к виду, пригодному для непосредственного применения в климатических моделях, очень удобны в радиационных блоках благодаря их простоте и универсальности.

В данной работе предложено получать подобные формулы для произвольных спектральных интервалов, используя точные выражения для коэффициентов разложения исследуемых функций в ряды экспонент [6]. Пробные расчеты, проведенные для стандартной 33-слойной модели атмосферы лета средних широт в спектральном интервале 720 ... 800 см^{-1} в случае поглощения CO_2 , показывают принципиальную возможность получать подобные выражения систематическим образом. Иными словами, показано, что коэффициенты разложений взвешенных с функцией Планка функций пропускания в ряды экспонент при произвольных температуре и давлении могут быть получены из таких коэффициентов при фиксированных температуре и давлении посредством простых аналитических выражений.

В расчетах использовался лоренцевский контур, обрываемый на некотором расстоянии от центра линии. В дальнейшем предполагается в расчетах line-by-line использовать контур, правильно описывающий температурное и спектральное поведение коэффициента поглощения в далеких крыльях линий [8].

Список литературы

- [1] LACIS A., OINAS V.A. Description of the correlated k-distribution method for modeling nongray gaseous absorption, thermal emission, and multiple scattering in vertically inhomogeneous atmospheres // J. Geophys. Res. 1991. Vol. 96, N D5. P. 9027–9063.
- [2] GOODY R., WEST R., CHEN L., CRISP D. The correlated k-method for radiation calculations in nonhomogeneous atmospheres // JQSRT. 1989. Vol. 42, N 6. P. 539–550.
- [3] TARASOVA T.A., FOMIN B.A. Solar radiation absorption due to water vapor: Advanced broadband parametrizations // J. Appl. Meteorol. 2000. Vol. 39. P. 1947–1951.

- [4] CHOU M.-D., RIDGWAY W.L., YAN M.M.-H. One-parameter scaling and exponential-sum fitting for water vapor and CO₂ infrared transmission functions // J. Atmos. Sci. 1993. Vol. 50, N 14. P. 2294–2303.
- [5] ROBERTS D.E., SELBY J.E., BIBERMAN L.M. Infrared continuum absorption by atmospheric water vapor in the 8–12 mm window // Appl. Optics. 1976. Vol. 15, N 9. P. 2085–2090.
- [6] TVOROGOV S.D., NESMELOVA L.I., RODIMOVA O.B. K-distribution of transmission function and theory of Dirichlet series // JQSRT. 2000. Vol. 66. P. 243–262.
- [7] ТВОРОГОВ С.Д. Применение рядов экспонент для интегрирования уравнения переноса излучения по частоте // Оптика атмосферы и океана. 1999. Т. 12, № 9. С. 763–766.
- [8] НЕСМЕЛОВА Л.И., РОДИМОВА О.Б., ТВОРОГОВ С.Д. Контур спектральной линии и межмолекулярное взаимодействие. Новосибирск: Наука, 1986. 216 с.
- [9] ELLINGSON R.G., ELLIS J., FELS S. The intercomparison of radiation codes used in climate models: long wave results // J. Geophys. Res. 1991. Vol. 96, N D5. P. 8929–8953.

Поступила в редакцию 2 июня 2005 г.