

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГЕНЕРАЦИИ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСОВ В УСИЛИВАЮЩЕЙ СРЕДЕ*

М. А. КУРИКАЛОВА, Д. Б. НУРСЕИТОВ
Новосибирский государственный университет, Россия
e-mail: exhilarate@ngs.ru, daniyar@land7.nsu.ru

М. П. ФЕДОРУК
Институт вычислительных технологий, Новосибирск, Россия
e-mail: mife@ict.nsc.ru

When powerful optical pulse propagates along a fiber with normal dispersion, a parabolic-like pulse is formed. Dependence of the parameters of parabolic pulse that is being formed on the input Gaussian signal parameters and fiber characteristics is investigated. Range of parameters where the relative error is minimal has been studied.

Введение

В состав современных волоконно-оптических систем передачи входят волоконно-оптические усилители, которые позволяют компенсировать затухание оптических импульсов в волоконных световодах и увеличивать длину безрегенерационных участков до расстояний в несколько сотен километров. В настоящее время в волоконных линиях связи применяются два типа волоконных усилителей: эрбиевые [1] и рамановские (ВКР) [2]. Эрбиевые волоконно-оптические усилители (erbium-doped fiber amplifiers, EDFA) получили название сосредоточенных (lumped), поскольку длина, на которой происходит усиление сигнала (несколько десятков метров), значительно меньше расстояния между усилителями. Принцип действия рамановских волоконных усилителей (distributed Raman amplifiers — DRAs) основан на использовании стимулированного рамановского рассеяния, обеспечивающего усиление слабого оптического сигнала путем преобразования части энергии мощной волны накачки.

В связи с очень активным использованием оптических усилителей в современных волоконно-оптических линиях передачи представляется, что весьма актуальна задача развития адекватных математических моделей, описывающих динамику оптических импульсов в усиливающей среде. Основной математической моделью для описания распространения оптических сигналов в волоконных усилителях является обобщенное нелинейное уравне-

*Работа выполнена при поддержке Президента РФ (грант № НШ-2314.2003.1) и Министерства образования РФ (грант № ЗН-080-01).

© Институт вычислительных технологий Сибирского отделения Российской академии наук, 2004.

ние Шредингера (ОНУШ) [3]:

$$i\psi_z - \frac{\beta_2}{2}\psi_{tt} + \sigma|\psi|^2\psi = i\frac{g(z)}{2}\psi, \quad (1)$$

где $\psi(z, t)$ — медленно изменяющаяся комплексная амплитуда огибающей импульса в движущейся системе координат; $\beta_2 = -\lambda_0^2 D / (2\pi c_l)$ — дисперсия групповых скоростей, D — коэффициент дисперсии, c_l — скорость света, λ_0 — длина волны; σ — коэффициент нелинейности; $g(z)$ — коэффициент усиления сигнала.

В работе [4] показано, что в предположении малости линейного дисперсионного члена по сравнению с нелинейным членом автомодельные решения ОНУШ для импульсов достаточно большой амплитуды имеют параболическую форму. Эти результаты были подтверждены экспериментально в работе [5]. В [6] проведен детальный математический анализ квазиклассического параболического решения ОНУШ в волоконном световоде с постоянным коэффициентом усиления и показано, что результаты развитой аналитической теории хорошо согласуются с данными прямого численного моделирования.

В настоящей работе приведены результаты численного моделирования динамики оптических сигналов в усилителях различных типов и установлены области характерных параметров входного сигнала и усиливающей среды, при которых обобщенное нелинейное уравнение Шредингера имеет автомодельные решения в виде импульсов параболической формы.

1. Основные уравнения параболического приближения

Следуя [6], будем искать решение исходного уравнения (1) в следующем виде:

$$\psi(z, t) = a(z)F(\eta, \xi)e^{iC(z)t^2}, \quad (2)$$

где

$$\xi = \frac{t}{\tau(z)}, \quad \frac{d\eta}{dz} = \sigma a^2(z) \quad (3)$$

— автомодельные переменные. Здесь $a(z)$ имеет размерность, аналогичную $\psi(z, t)$, и описывает зависимость пиковой амплитуды импульса от пройденного расстояния; $\tau(z)$ — характерная ширина импульса; $C(z)$ — фазовый коэффициент; $F(\eta, \xi)$ — нормированная безразмерная функция, описывающая эволюцию формы импульса.

В новых переменных (3) исходное уравнение (1) примет следующий вид:

$$\begin{aligned} & ia_z F e^{iCt^2} + ia^3 F_\eta \sigma e^{iCt^2} - ia F_\xi \frac{t\tau_z}{\tau^2} e^{iCt^2} - a F t^2 C_z e^{iCt^2} - \\ & - a F_{\xi\xi} \frac{\beta_2}{2\tau^2} e^{iCt^2} - 2a F_\xi \frac{\beta_2}{\tau} i C t e^{iCt^2} - a F \beta_2 i C e^{iCt^2} + \\ & + a F \beta_2 2C^2 t^2 e^{iCt^2} + \sigma a |a|^2 F |F|^2 e^{iCt^2} = i \frac{g}{2} a F e^{iCt^2}. \end{aligned} \quad (4)$$

Группируя слагаемые при iF в (4), получим

$$ia_z F e^{iCt^2} - aF\beta_2 iC e^{iCt^2} = i\frac{g}{2} aF e^{iCt^2},$$

$$ia_z - a\beta_2 iC = i\frac{g}{2} a,$$

$$\frac{a_z}{a} = \beta_2 C + \frac{g}{2}.$$

Группируя слагаемые при F_ξ , получим уравнения

$$-iaF_\xi \frac{t\tau_z}{\tau^2} e^{iCt^2} - \beta_2 aF_\xi \frac{1}{\tau} 2iCt e^{iCt^2} = 0,$$

$$\frac{t\tau_z}{\tau^2} + \beta_2 \frac{1}{\tau} 2Ct = 0,$$

$$\frac{\tau_z}{\tau} = -\beta_2 C.$$

Наконец, выпишем оставшиеся члены (4) (общий множитель e^{iCt^2} опускаем)

$$ia^3 F_\eta \sigma - aF C_z t^2 - \frac{\beta_2}{2} \left(aF_{\xi\xi} \frac{1}{\tau^2} - aF 4C^2 t^2 \right) + \sigma a^3 F |F|^2 = 0,$$

$$iF_\eta - \frac{1}{a^2 \sigma} C_z t^2 F - \frac{1}{c(\eta)} F_{\xi\xi} + \frac{2\beta_2 C^2 t^2}{a^2 \sigma} F + |F|^2 F = 0,$$

где

$$c(\eta) = \frac{2\tau^2 a^2 \sigma}{\beta_2}.$$

Учитывая уравнение (3), получим

$$iF_\eta + \left(|F|^2 + \frac{2\beta_2 C^2 \tau^2 - C_z \tau^2}{a^2 \sigma} \xi^2 \right) F - \frac{1}{c(\eta)} F_{\xi\xi} = 0.$$

Введя обозначение

$$\lambda = \frac{(2\beta_2 C^2 - C_z) \tau^2}{a^2 \sigma},$$

получим уравнения

$$(C_z - 2\beta_2 C^2) \tau^2 = -\lambda \sigma a^2,$$

$$iF_\eta + (|F|^2 + \lambda \xi^2) F - \frac{1}{c(\eta)} F_{\xi\xi} = 0.$$

Таким образом, имеем систему уравнений

$$\frac{a_z}{a} = \beta_2 C + \frac{g}{2}; \quad (5)$$

$$\frac{\tau_z}{\tau} = -2\beta_2 C; \quad (6)$$

$$(C_z - 2\beta_2 C^2) \tau^2 = -\lambda \sigma a^2; \quad (7)$$

$$iF_\eta + (|F|^2 + \lambda \xi^2) F - \frac{1}{c(\eta)} F_{\xi\xi} = 0, \quad c(\eta) = \frac{2\sigma a^2 \tau^2}{\beta_2}. \quad (8)$$

Из (5)–(8) можно получить уравнения на величины a и τ :

$$a^2(z)\tau(z) = a^2(z_0)\tau(z_0) \exp \left[\int_{z_0}^z dz' g(z') \right]; \quad (9)$$

$$\tau_{zz} = \frac{2\beta_2\sigma\lambda a^2}{\tau} \quad (10)$$

с начальными условиями на τ и $(\tau_z)_{z=z_0} = -2\beta_2 C(z_0)\tau(z_0)$. Здесь z_0 — начальная координата, начиная с которой будем считать, что параболическое приближение описывает динамику оптического импульса.

Разделив F на вещественную амплитуду A и фазовый коэффициент Φ

$$F(\eta, \xi) = A(\eta, \xi)e^{i\Phi(\eta, \xi)}, \quad (11)$$

из (9) получим систему уравнений:

$$(A^2)_\eta - \frac{2}{c(\eta)}(A^2\Phi_\xi)_\xi = 0; \quad (12)$$

$$\Phi_\eta + \frac{1}{c(\eta)} \left[\frac{A_{\xi\xi}}{A} - (\Phi_\xi)^2 \right] - (A^2 + \lambda\xi^2) = 0. \quad (13)$$

Определим параметр ϵ как отношение линейного члена к нелинейному в уравнении (13):

$$\epsilon(\eta, \xi) = \left| \frac{A_{\xi\xi}}{c(\eta)A^3} \right|. \quad (14)$$

Предположив далее, что $\epsilon \ll 1$ и $A = A(\xi)$, $\Phi = \Phi(\eta)$, получим решение вида [6]

$$\begin{aligned} A(\xi) &= [\lambda(1 - \xi^2)]^{1/2}, \quad \|\xi\| \leq 1, \\ \Phi(\eta) &= \lambda\eta. \end{aligned} \quad (15)$$

В исходных переменных будем иметь

$$|\psi(z, t)| = \left[\frac{3U(z)}{4\tau(z)} \right]^{1/2} \left\{ 1 - \left[\frac{t}{\tau(z)} \right]^2 \right\}^{1/2} \quad \text{для } |t| \leq \tau(z);$$

$$|\psi(z, t)| = 0, \quad \text{для } |t| > \tau(z); \quad (16)$$

$$\arg \psi(z, t) = \lambda\eta(z) + C(z)t^2; \quad (17)$$

$$C(z) = -\frac{1}{2\beta_2} \frac{d}{dz} \ln \tau(z); \quad (18)$$

$$\frac{d^2\tau}{dz^2} = \frac{3\beta_2\sigma U(z)}{2\tau^2}; \quad (19)$$

$$U(z) = U(z_0) \exp \left[\int_{z_0}^z g(z') dz' \right]. \quad (20)$$

Данное решение справедливо при условии, что

$$\epsilon \approx \frac{2\beta_2}{3\sigma\tau U} \ll 1.$$

2. Результаты численного моделирования

В этом разделе мы сравним результаты расчетов в рамках параболического приближения (16)–(20) с прямым численным моделированием исходного уравнения (1). При этом основное внимание будет уделено расчетам усиливающей среды с распределенным усилением.

Предположим, что имеет место обратная накачка в волоконном световоде длины L , который характеризуется следующими параметрами: коэффициент дисперсии групповой скорости $\beta_2 = 5.098 \cdot 10^{-3} \text{ пс}^2 \cdot \text{м}^{-1}$, коэффициент затухания сигнала $\alpha_s = 0.24 \text{ дБ/км}$, эффективная площадь моды $A_{\text{eff}} = 55 \text{ мм}^2$, нелинейный показатель преломления $n_2 = 2.67 \cdot 10^{-20} \text{ м}^2/\text{В}$, нелинейный коэффициент $\sigma = (2\pi n_2)/(\lambda_0 A_{\text{eff}})$, где $\lambda_0 = 1.55 \text{ мкм}$ — несущая длина волны.

В случае распределенного усиления с обратной накачкой коэффициент усиления в уравнении (1) имеет вид

$$g(z) = (-\gamma_s + g_0 \exp[-2\gamma_p(L - z)]).$$

Здесь $g_0 = P_p g_R / (2A_{\text{eff}})$, P_p — мощность обратной накачки, $g_R / A_{\text{eff}} = 0.8 \text{ Вт}^{-1} \cdot \text{км}^{-1}$; коэффициент затухания мощности на длине волны накачки $\alpha_p = 0.36 \text{ дБ/км}$.

Предположим, что при $z = 0$ импульс имеет гауссовскую форму:

$$\psi(0, t) = \sqrt{P_0} \exp \left[-\frac{t^2}{2T_0^2} + iCt^2 \right],$$

где T_0 — полуширина импульса по уровню интенсивности, которая в e раз меньше максимальной. На практике удобно использовать полную длительность по уровню половины максимальной интенсивности FWHM (Full Width at Half Maximum). Для импульса гауссовской формы эти две величины связаны соотношением

$$T_{\text{FWHM}} = 2(\ln 2)^{1/2} T_0 \simeq 1.665 T_0.$$

На рис. 1–5 в качестве характерного примера представлены результаты расчетов для импульса со следующими начальными параметрами: начальная ширина импульса

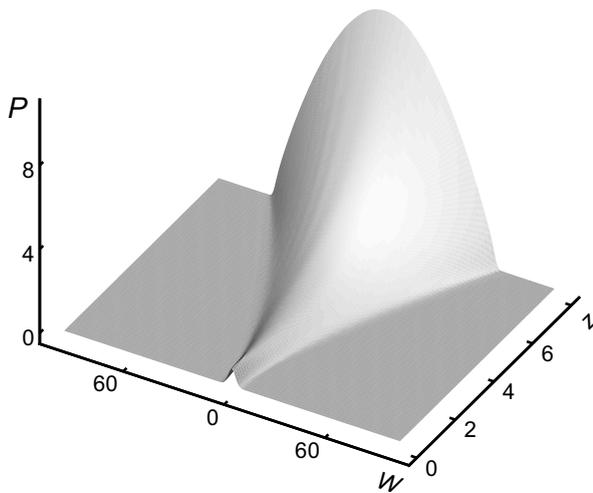


Рис. 1. Эволюция формы импульса в усиливающей среде.

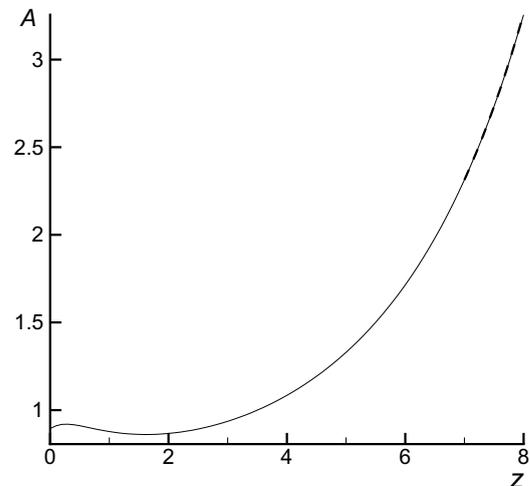


Рис. 2. Зависимость пиковой амплитуды сигнала от расстояния.

$T_{FWHM} = 5$ пс, начальная мощность импульса $P_0 = 0.64$ Вт, фазовый коэффициент (chirp) $C = 0$. В расчетах предполагалось, что длина оптического усилителя $L = 8$ км, $z_0 = 7$ км, мощность накачки $P_p = 2.5$ Вт. Сплошная линия соответствует результатам прямого численного моделирования, пунктир — результатам расчетов в рамках параболического приближения. На всех рисунках единицы измерения следующие: длина — километр, мощность — ватт, пиковая амплитуда — $\text{ватт}^{1/2}$, фазовый коэффициент — терагерц², энергия — пикоджоуль, ширина импульса — пикосекунда.

На рис. 1 показана эволюция формы импульса в усилителе с распределенным усилением. Видно, что начальный гауссовский импульс, эволюционируя, приобретает параболиче-

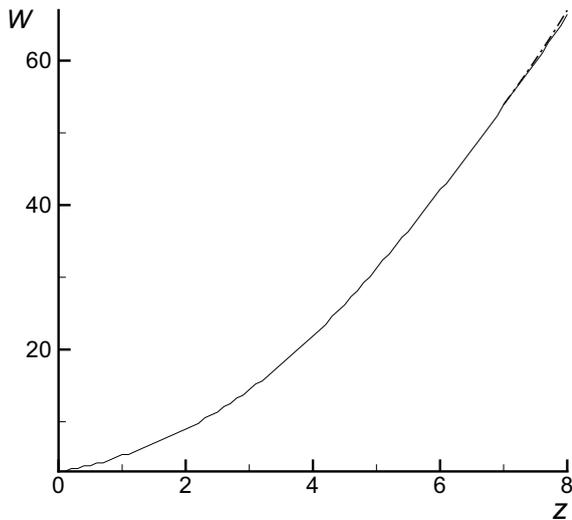


Рис. 3. Характерная ширина импульса в зависимости от дистанции распространения.

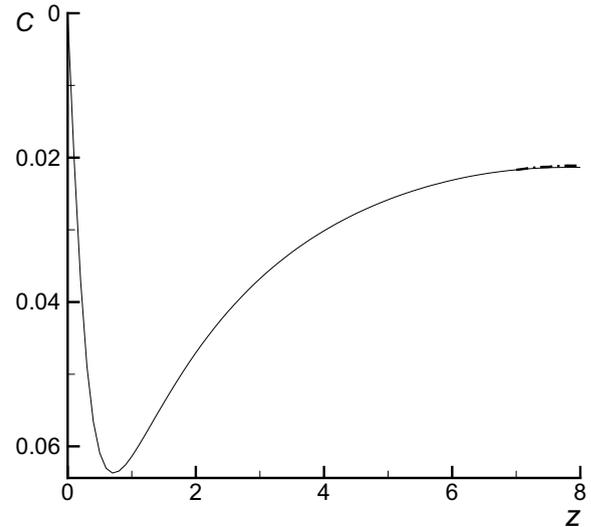


Рис. 4. Динамика фазового коэффициента сигнала.

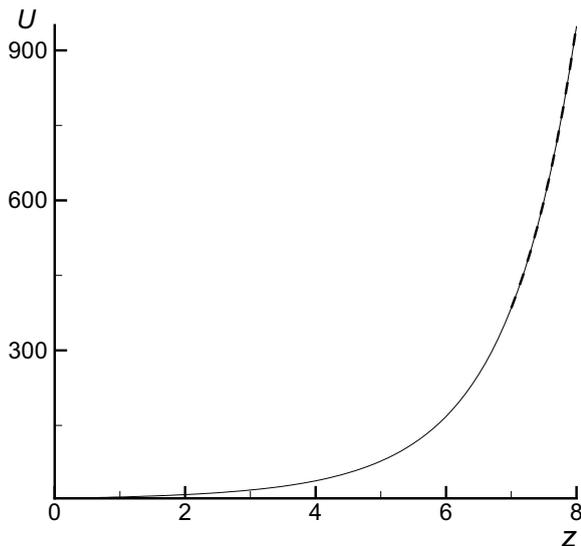


Рис. 5. Изменение энергии при распространении импульса.

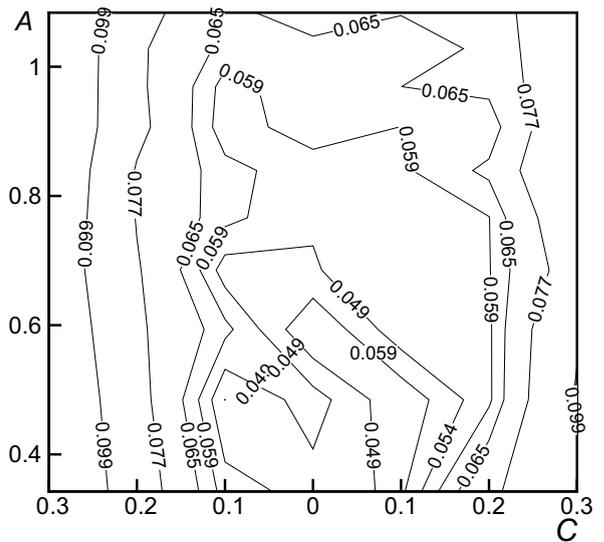


Рис. 6. Величина относительной ошибки в плоскости фазового коэффициента и пиковой амплитуды; мощность накачки 1 Вт.

скую форму. На рис. 2–5 представлены динамика пиковой амплитуды, ширина, фазовый коэффициент и энергия импульса соответственно. Для количественного сравнения была вычислена величина относительной ошибки

$$\delta = \sqrt{(P_1 - P_2)^2 + (W_1 - W_2)^2 + (C_1 - C_2)^2 + (U_1 - U_2)^2} / \sqrt{P_1^2 + W_1^2 + C_1^2 + U_1^2},$$

где индекс 1 соответствует ОНУШ, индекс 2 — параболической модели. На рис. 6–10 начальная ширина импульса $T_{FWHM} = 4$ пс, длина оптического усилителя $L = 15$ км, $z_0 = 14$ км, дисперсия групповой скорости $\beta_2 = 1.274 \cdot 10^{-3}$ пс² · м⁻¹. На рис. 6–8 представ-

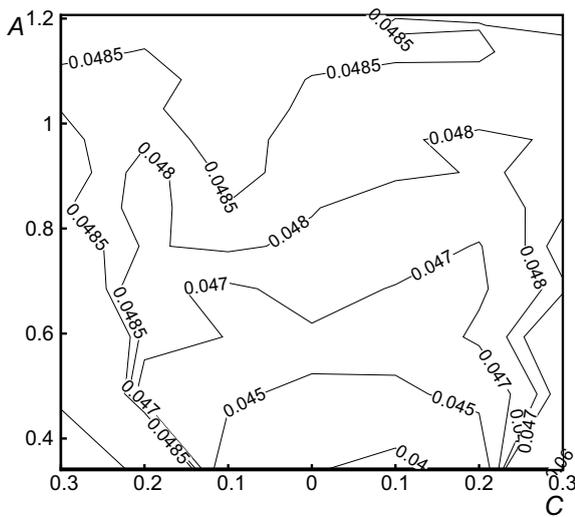


Рис. 7. Относительная ошибка при мощности накачки 1.4 Вт.

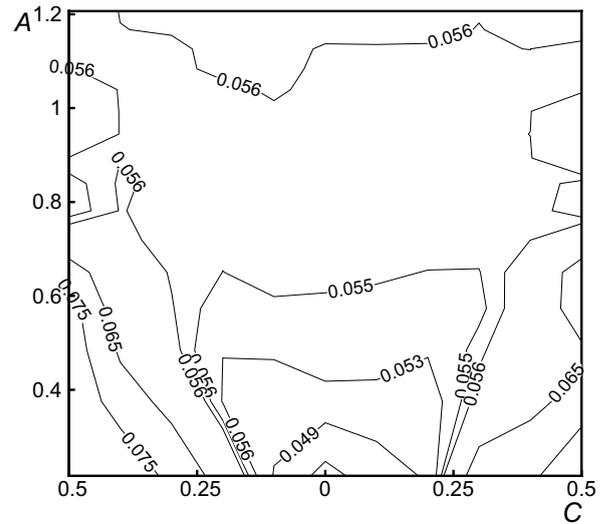


Рис. 8. Относительная ошибка при мощности накачки 2 Вт.

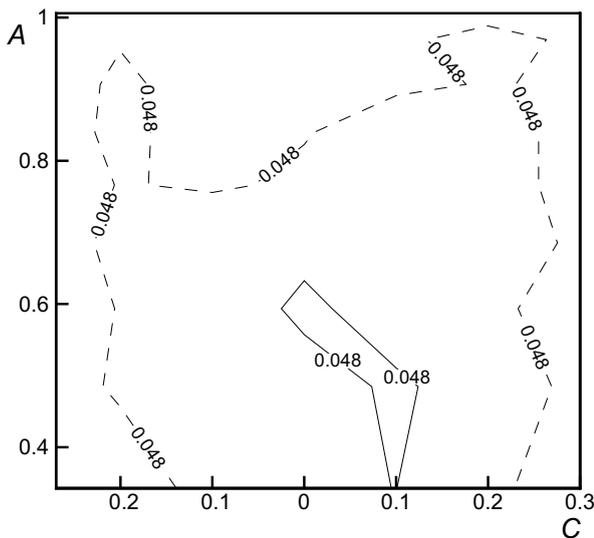


Рис. 9. Сравнение областей с одинаковыми значениями ошибки: сплошная кривая соответствует мощности накачки 1 Вт, пунктир — 1.4 Вт; величина относительной ошибки 0.048.

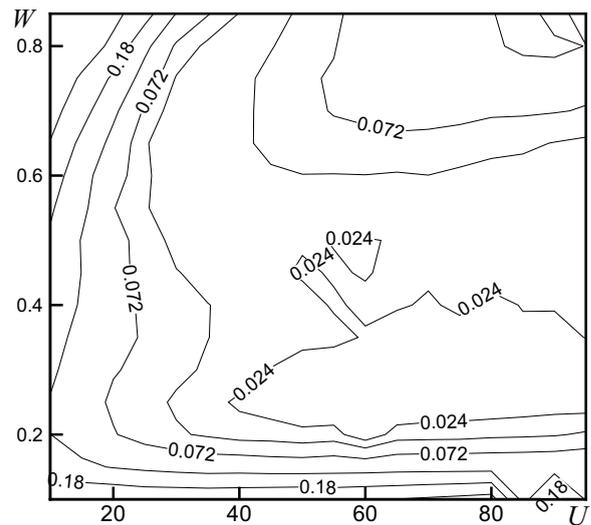


Рис. 10. Величина относительной ошибки в плоскости энергии и ширина импульса.

лена величина относительной ошибки в плоскости (пиковая амплитуда, фазовый коэффициент) для мощностей накачки $P_p = 1, 1.4, 1.6$ Вт соответственно. На рис. 9 в плоскости параметров (пиковая амплитуда, фазовый коэффициент) показаны области, где величина относительной ошибки $\delta \leq 0.048$ для мощностей накачки $P_p = 1, 1.4$ Вт. Из рисунков видно, что наименьшая величина относительной ошибки соответствует областям, близким к нулевому значению фазового коэффициента C .

На рис. 10 приведены линии уровня относительной ошибки в плоскости (ширина, энергия) для системы с постоянным коэффициентом усиления. Эти вычисления соответствуют параметрам, рассмотренным в работе [6]: длине оптического усилителя $4 \cdot 10^{-3}$ км, $T_{\text{FWHM}} = 0.5$ пс, коэффициенту нелинейности $\sigma = 610^{-3}$ Вт $^{-1}$ м $^{-1}$, $\beta_2 = 3510^{-3}$ пс 2 м $^{-1}$, коэффициенту усиления $g(z) = 1.44$ м $^{-1}$ и стартовой точке для параболического режима $z_0 = 2.5 \cdot 10^{-3}$ км. Из рисунка видно, что величина относительной ошибки имеет минимальное значение, если параметры сигнала находятся в следующих диапазонах: $T_{\text{FWHM}} \in (0.4, 0.5)$ пс, $U_0 \in (50, 65)$ пДж.

Заключение

Исследованы квазиклассические решения импульсов с параболическим профилем. Проведено сравнение между решениями в параболическом приближении и решением в рамках ОНУШ. Приведены области параметров начального импульса, где величина относительной ошибки минимальна. Создан программный пакет, позволяющий определять области параметров оптоволоконного усилителя, необходимых для генерации параболических импульсов.

Список литературы

- [1] Desurvire E. Erbium-doped fiber amplifiers. N.Y.: John Wiley & Sons, Inc., 1993.
- [2] DIANOV E.M. Raman fiber amplifiers // Topical Meeting on Optical Amplifiers and Applications. ThAI, Nara, June 9–11, 1999.
- [3] AGRAWAL G.P. Nonlinear Fiber Optics. N.Y.: Acad. Press, 2001.
- [4] KRUGLOV V.I., PEASOCK A.C., DUDLEY J.M., HARVEY J.D. Self-similar propagation of high-power parabolic pulses in optical fiber amplifiers // Opt. Lett. 2000. Vol. 25. P. 1753.
- [5] FERMAN M.E., KRUGLOV V.I., THOMSEN B.C. ET AL. Self-similar propagation and amplification of parabolic pulses in optic fibers // Phys. Rev. Lett. 2000. Vol. 84. P. 6010.
- [6] BOSCOLO S., TURITSYN S., NOVOKSHENOV V., NIJHOF J. Self-similar parabolic optical solitary waves // Theor. and Math. Phys. 2002. Vol. 133. P. 1645–1654.

Поступила в редакцию 5 февраля 2004 г.