

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗВИТИЯ НЕУСТОЙЧИВОСТИ МЕДЛЕННОЙ ВОЛНЫ ТОНКОЙ МАГНИТНОЙ ТРУБКИ В КОНВЕКТИВНОЙ ЗОНЕ СОЛНЦА

Д. В. РОМАНОВ, К. В. РОМАНОВ

*Красноярский государственный торгово-экономический
институт, Россия*

e-mail: ds@kgtei.kts.ru

Magnetohydrodynamics of instability of thin magnetic tube within the limits of convective zone of the Sun is investigated in the paper. It is shown that slow wave instability is determining factor for the tube evolution. Slow wave instability leads to the strong changing of tube geometry, where the parts, which are emerging to the solar surface, and the parts, which are fixing near the bottom of convection zone, are segregated. Typical time of slow wave instability development can be significantly smaller, than the time of magnetic field confinement, which is found by calculations with use of one-dimensional models. The fixation of some tubes near the bottom of convection zone and the presence of differential rotation explicate the motion of the observed magnetic structures with respect to the sun surface.

Введение

Настоящая работа посвящена исследованию нелинейной стадии развития неустойчивости медленной волны магнитной трубки на различных глубинах конвективной зоны Солнца и является продолжением исследования, результаты которого опубликованы в работе [1]. Это исследование важно для понимания физики процессов переноса магнитных полей от основания конвективной зоны в атмосферу Солнца. Полный анализ процессов солнечной активности включает в себя изучение такого процесса переноса как его составную часть. Предполагается, что магнитные поля генерируются ниже конвективной зоны (см. [2] и приведенную там библиографию) и в результате потери устойчивости всплывают в атмосферу Солнца.

Ранее вопросы устойчивости изолированной магнитной трубки исследовались в [1, 3, 4]. В настоящей работе численно моделируется нелинейная стадия развития неустойчивостей. Для этого используется модель тонкой магнитной трубки, в которой учтено действие гравитации [1]. Данное приближение позволяет правильно описать изгибные и медленные моды колебаний, а типы волн, которые нельзя адекватно описать в рамках данной модели, — крутильные и волны с синфазным изменением давления магнитного поля и плазмы

(аналог быстрого магнитного звука) — несущественны при исследовании процессов в солнечной атмосфере и конвективной оболочке, так как крутильные колебания слабо связаны с движением внешней среды, а быстрые волны практически не генерируются и быстро затухают в условиях конвективной зоны [3].

По данным наблюдений, магнитное поле на уровне фотосферы собрано в тонкие, далеко отстоящие друг от друга магнитные трубки диаметром 100–300 км. Напряженность поля в них достигает 3 кГс [5], в то время как напряженность фоновых магнитных полей на Солнце не превышает нескольких гаусс. Ряд физических аргументов [6] позволяет сделать вывод, что и в конвективной зоне магнитное поле также имеет ярко выраженную филаментированную структуру. Это обстоятельство служит физическим обоснованием использования модели изолированной магнитной трубки при анализе динамики подъема магнитных полей в солнечную атмосферу.

Учет действия гравитации позволяет описать такие эффекты, как неустойчивость медленной волны и конвективная (неустойчивость плазмы в гравитационном поле при сильном градиенте температуры, направленном по \mathbf{g}). Для инкрементов неустойчивостей медленных и изгибных волн получены аналитические выражения [1], а использование численных методов позволяет исследовать нелинейную стадию их развития.

1. Описание системы уравнений

Для описания движения тонкой магнитной трубки в незамагниченной плазме используются приближение идеальной одножидкостной магнитной газодинамики и несколько упрощающих предположений. Рассмотрим уравнение движения в эйлеровых координатах [7]:

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}, \nabla) \mathbf{v} \right) = -\nabla \left(p + \frac{H^2}{8\pi} \right) + \frac{1}{4\pi} (\mathbf{H}, \nabla) \mathbf{H} + \rho \mathbf{g}. \quad (1)$$

Пусть характерный временной масштаб задачи τ удовлетворяет условию

$$\tau \gg \frac{\sqrt{\sigma}}{\min(c_s, v_a)},$$

где σ — площадь сечения трубки; $v_a = \sqrt{H^2/4\pi\rho}$ — альфвеновская скорость; $c_s = \sqrt{\gamma p/\rho}$ — скорость звука внутри трубки. Тогда можно считать, что выполнено условие баланса давлений

$$p_i + \frac{H^2}{8\pi} = p_e, \quad (2)$$

где индексом i обозначены величины внутри трубки, а индексом e — снаружи. Перепишем уравнение движения (1) с учетом (2):

$$\rho_i \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\nabla p_e + \frac{1}{4\pi} (\mathbf{H}, \nabla) \mathbf{H} + \rho_i \mathbf{g}. \quad (3)$$

Введем единичный вектор $\boldsymbol{\ell}$, направленный вдоль трубки. Если скорость движения трубки мала по сравнению со скоростью звука во внешней среде, то внешнюю среду и соответствующие граничные условия на поверхности трубки можно учесть как присоединенную массу и равенство полных давлений на поверхности трубки (2). Для возмущений с характерной длиной волны $\lambda \gg \sqrt{\sigma}$ уравнение движения (3) примет вид

$$\rho_i \left[\frac{d\mathbf{v}}{dt} \right]_{\parallel} + (\rho_i + \rho_e) \left[\frac{d\mathbf{v}}{dt} \right]_{\perp} = -\nabla p_e + \frac{1}{4\pi} (\mathbf{H}, \nabla) \mathbf{H} + \rho_i \mathbf{g}, \quad (4)$$

где значки \parallel и \perp обозначают параллельную и перпендикулярную к вектору $\boldsymbol{\ell}$ компоненты вектора ускорения.

Обозначим через s массу вещества, заключенного между текущим сечением трубки и фиксированным, замороженным в плазму. Эта величина является лагранжевой координатой — так называемой массовой переменной. При переходе к массовым координатам уравнение непрерывности примет вид:

$$\boldsymbol{\ell} = \sigma \rho_i \frac{d\mathbf{r}}{ds}.$$

С учетом однородности параметров в трубке слагаемое $(\mathbf{H}, \nabla)\mathbf{H}$ переписется как

$$(\mathbf{H}, \nabla)\mathbf{H} = \left(H\boldsymbol{\ell}, \boldsymbol{\ell} \frac{\partial}{\partial \zeta} \right) \mathbf{H} = H\sigma \rho_i \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial s}, \quad (5)$$

где ζ — натуральный параметр:

$$\frac{d\mathbf{r}(\zeta)}{d\zeta} = \boldsymbol{\ell}.$$

Из модели конвективной оболочки [8], данными которой мы пользуемся, следует что

$$\nabla p_e = \rho_e \mathbf{g}. \quad (6)$$

С использованием уравнений (4)–(6) получим уравнение движения в лагранжевых массовых переменных. Если дополнить систему уравнением адиабаты и условием сохранения потока магнитного поля в трубке, то она примет вид

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} = \mathbf{v}, \\ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = \frac{\boldsymbol{\ell}(\boldsymbol{\ell}, \mathbf{f})}{\rho_i} + \frac{\mathbf{f} - \boldsymbol{\ell}(\boldsymbol{\ell}, \mathbf{f})}{\rho_i + \rho_e}, \\ \mathbf{f} = \frac{H\sigma \rho_i}{4\pi} \frac{\partial}{\partial s} (H\boldsymbol{\ell}) + (\rho_i - \rho_e(\mathbf{r})) \mathbf{g}(\mathbf{r}), \\ H\sigma = H_0\sigma_0, \\ \frac{p_i}{\rho_i^\gamma} = \frac{p_0}{\rho_0^\gamma}, \\ p_i + \frac{H^2}{8\pi} = p_e(\mathbf{r}), \\ \boldsymbol{\ell} = \sigma \rho_i \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s}, \quad (\boldsymbol{\ell}, \boldsymbol{\ell}) = 1. \end{array} \right. \quad (7)$$

Необходимые для замыкания системы уравнений зависимости $p_e(\mathbf{r})$, $\mathbf{g}(\mathbf{r})$, $\rho_e(\mathbf{r})$ определяются выбранной моделью конвективной оболочки. Граничные условия по переменной s периодические.

2. Разностная система уравнений

Для обезразмеривания полученной системы уравнений были выбраны следующие параметры:

$$\begin{aligned} r_0 &= 10^6 \text{ см}, & l_0 &= 1, \\ g_0 &\simeq 1.3280 \cdot 10^6 \text{ см}^2/\text{с}, & \rho_0 &= 10^{-6} \text{ г/см}^3, \\ p_0 &= 10^5 \text{ дин/см}^2, & H_0 &\simeq 1.585331 \cdot 10^3 \text{ Гс}, \\ t_0 &\simeq 0.8677 \text{ с}, & v_0 &\simeq 1.1524 \cdot 10^6 \text{ см/с}^2. \end{aligned}$$

Величина $g_0 = GM_\odot/(10^{10}\text{см})^2$ выбрана как характерная в модели конвективной оболочки Солнца [8]; величины ρ_0, p_0 соответствуют параметрам плазмы верхней части конвективной зоны; $H_0 = \sqrt{8\pi p_0}$; характерное время определяется из соотношения $t_0 = \sqrt{r_0/g_0}$; r_0 подбиралось такое, чтобы безразмерная величина

$$c_0 = \frac{2p_0 t_0^2}{\rho_0 r_0^2} \simeq 0.1506$$

имела порядок 1; $v_0 = r_0/t_0$, при этом значение σ_0 задается таким образом, чтобы шаг по массовой координате был порядка 0.1.

Система уравнений в безразмерном виде выглядит следующим образом:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} &= \mathbf{v}, \\ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} &= \frac{\boldsymbol{\ell}(\boldsymbol{\ell}, \mathbf{f})}{\rho_i} + \frac{\mathbf{f} - \boldsymbol{\ell}(\boldsymbol{\ell}, \mathbf{f})}{\rho_i + \rho_e}, \\ \mathbf{f} &= c_0 H_0 \sigma_0 \rho_i \frac{\partial}{\partial s} (H \boldsymbol{\ell}) + (\rho_i - \rho_e(\mathbf{r})) \mathbf{g}(\mathbf{r}), \\ H \sigma &= H_0 \sigma_0, \\ \frac{p_i}{\rho_i^\gamma} &= \frac{p_0}{\rho_0^\gamma}, \\ p_i + H^2 &= p_e(\mathbf{r}), \\ \boldsymbol{\ell} &= \sigma \rho_i \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s}, \quad (\boldsymbol{\ell}, \boldsymbol{\ell}) = 1. \end{aligned} \right. \quad (8)$$

Разностная сетка выбрана однородная, шаг по массовой координате постоянен и равен h , шаг по времени постоянен и равен τ . В разностном виде уравнения системы (8) записываются следующим образом:

уравнения движения

$$\frac{\mathbf{r}_k^{(j+1)} - \mathbf{r}_k^{(j)}}{\tau} = \mathbf{v}_k^{(j+0.5)}, \quad (9)$$

$$\frac{\mathbf{v}_k^{(j+0.5)} - \mathbf{v}_k^{(j-0.5)}}{\tau} = \frac{\boldsymbol{\zeta}_k^{(j)} \left(\boldsymbol{\zeta}_k^{(j)}, \mathbf{f}_k^{(j)} \right)}{\rho_i^{(j)}} + \frac{\mathbf{f}_k^{(j)} - \boldsymbol{\zeta}_k^{(j)} \left(\boldsymbol{\zeta}_k^{(j)}, \mathbf{f}_k^{(j)} \right)}{\rho_i^{(j)} + \rho_e(\mathbf{r}_k^{(j)})}, \quad (10)$$

$$\mathbf{f}_k^{(j)} = c_0 H_0 \sigma_0 \rho_i^{(j)} \frac{H_{k+0.5}^{(j)} \boldsymbol{\ell}_{k+0.5}^{(j)} - H_{k-0.5}^{(j)} \boldsymbol{\ell}_{k-0.5}^{(j)}}{h} + \left(\rho_i^{(j)} - \rho_e(\mathbf{r}_k^{(j)}) \right) \mathbf{g} \left(\mathbf{r}_k^{(j)} \right), \quad (11)$$

$$\boldsymbol{\zeta}_k^{(j)} = \frac{\boldsymbol{\ell}_{k+0.5}^{(j)} + \boldsymbol{\ell}_{k-0.5}^{(j)}}{2}, \quad (12)$$

$$\boldsymbol{\ell}_{k+0.5}^{(j)} = \frac{\mathbf{r}_{k+1}^{(j)} - \mathbf{r}_k^{(j)}}{|\mathbf{r}_{k+1}^{(j)} - \mathbf{r}_k^{(j)}|}; \quad (13)$$

уравнение сохранения магнитного потока

$$H_{k+0.5}^{(j)} \sigma_{k+0.5}^{(j)} = H_0 \sigma_0;$$

уравнение энергии

$$p_{i\ k}^{(j)} \left(\rho_{i\ k}^{(j)} \right)^{-\gamma} = \frac{p_0}{\rho_0^\gamma};$$

уравнение баланса давлений

$$p_{i\ k}^{(j)} + 0.5 \left(\left(H_{k+0.5}^{(j)} \right)^2 + \left(H_{k-0.5}^{(j)} \right)^2 \right) = p_e \left(\mathbf{r}_k^{(j)} \right).$$

Уравнение неразрывности в разностном виде получается следующим образом. Выписывается расстояние между точками $\mathbf{r}_{k+1}^{(j)}$ и $\mathbf{r}_k^{(j)}$ через сечение и плотность плазмы в трубке:

$$|\mathbf{r}_{k+1}^{(j)} - \mathbf{r}_k^{(j)}| = \frac{h}{2\sigma_{k+0.5}^{(j)} \rho_{i\ k}^{(j)}} + \frac{h}{2\sigma_{k+0.5}^{(j)} \rho_{i\ k+1}^{(j)}}.$$

Используя данное соотношение, уравнение неразрывности можно представить в виде

$$2 \frac{|\mathbf{r}_{k+1}^{(j)} - \mathbf{r}_k^{(j)}|}{h} \sigma_{k+0.5}^{(j)} \rho_{i\ k}^{(j)} \rho_{i\ k+1}^{(j)} - \rho_{i\ k}^{(j)} - \rho_{i\ k+1}^{(j)} = 0.$$

Интегрирование по времени системы уравнений проводится следующим образом:

- по известным значениям $\mathbf{r}_k^{(j)}, \dots, \mathbf{v}_k^{(j-0.5)}$ находим $\boldsymbol{\ell}_{k+0.5}^{(j)}$, используя уравнение (13);
- рассчитываем $\boldsymbol{\zeta}_k^{(j)}$ с помощью (12), по этим величинам получаем $\mathbf{v}_k^{(j+0.5)}$ из (10), (11).
- определив $\mathbf{v}_k^{(j+0.5)}$, находим из (9) значения $\mathbf{r}_k^{(j+1)}$.
- оставшиеся величины $H_{k+0.5}^{(j+1)}, \sigma_{k+0.5}^{(j+1)}, p_{i\ k}^{(j+1)}, \rho_{i\ k}^{(j+1)}$ на следующем временном слое находим при решении методом Ньютона нелинейной системы из четырех уравнений:

$$H_{k+0.5}^{(j+1)} \sigma_{k+0.5}^{(j+1)} = H_0 \sigma_0,$$

$$p_{i\ k}^{(j+1)} \left(\rho_{i\ k}^{(j+1)} \right)^{-\gamma} = \frac{p_0}{\rho_0^\gamma},$$

$$p_{i\ k}^{(j+1)} + 0.5 \left(\left(H_{k+0.5}^{(j+1)} \right)^2 + \left(H_{k-0.5}^{(j+1)} \right)^2 \right) = p_e \left(\mathbf{r}_k^{(j+1)} \right),$$

$$2 \frac{|\mathbf{r}_{k+1}^{(j+1)} - \mathbf{r}_k^{(j+1)}|}{h} \sigma_{k+0.5}^{(j+1)} \rho_{i\ k}^{(j+1)} \rho_{i\ k+1}^{(j+1)} - \rho_{i\ k}^{(j+1)} - \rho_{i\ k+1}^{(j+1)} = 0.$$

Уравнения на приращения искомых величин сводятся к трехточечному уравнению на приращение плотности с периодическими граничными условиями, которое решается использованием циклической прогонки.

3. Определение зависимостей $\rho_e(\mathbf{r})$, $p_e(\mathbf{r})$, $\mathbf{g}(\mathbf{r})$

Необходимые для замыкания системы уравнений (7) зависимости $\rho_e(\mathbf{r})$, $p_e(\mathbf{r})$, $\mathbf{g}(\mathbf{r})$ находятся с использованием модели внутреннего строения Солнца [8, 16]. Данные распределения газодинамических параметров в зависимости от радиуса доступны, например, в электронном виде в формате GONG [8]. Используемая нами модель [8] сферически симметрична — все величины зависят только от модуля радиуса-вектора.

Для нахождения $\rho_e(r)$, $p_e(r)$ по значениям этих величин на какой-то сетке r_k определяются два узла сетки r_k, r_{k+1} , между которыми лежит точка r , после чего искомая величина интерполируется по формуле

$$f(r) = f(r_k) \left(\frac{f(r_{k+1})}{f(r_k)} \right)^{\Delta}, \quad \Delta = \frac{r - r_k}{r_{k+1} - r_k}. \quad (14)$$

Данная процедура интерполяции выбрана из-за того, что давление и плотность в условиях гидростатики (если пренебречь зависимостью температуры от высоты) зависят от высоты как $\exp(-z/\Lambda)$, где Λ — так называемая шкала высот. При слабом отклонении трубки от начального положения равновесия давление и плотность внутри трубки изменяются по аналогичному закону. При использовании линейной интерполяции параметры внутри трубки меняются как $\exp(-z/\Lambda)$, в то время как параметры внешней среды меняются линейно, что приводит к возникновению в силе Архимеда составляющей, осциллирующей с высотой, как показано на рис. 1 (узлам сетки отвечают изломы графика $f_r(r)$ при линейной интерполяции величин p_e, ρ_e). Такой численный эффект приводит к нефизической стабилизации слабых возмущений скорости из-за формирования потенциальных ям между узлами сетки r_k . Физически верная интерполяция давления и плотности (14) избавлена от этого недостатка (рис. 1). Значения $\mathbf{g}(r)$ интерполируются линейно.

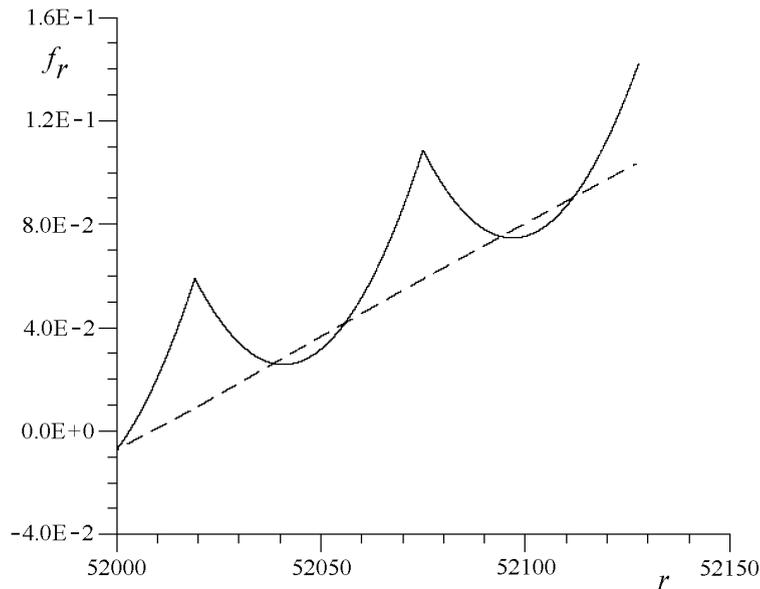


Рис. 1. Зависимость радиальной компоненты силы от радиуса в случае всплывающей трубки: штриховая линия — показательная интерполяция, сплошная — линейная.

4. Тестирование схемы

Для тестирования схемы численно решены следующие физические задачи: определение частот малых колебаний тонкой магнитной трубки, задача о движении вращающегося тонкого магнитного кольца в однородной внешней среде.

4.1. Определение частот малых колебаний тонкой магнитной трубки

Задача ставится следующим образом: в изотермическую среду, находящуюся в состоянии гидростатического равновесия, помещают магнитную трубку, замкнутую в кольцо с радиусом r_0 . Параметры трубки не зависят от массовой переменной s , сила Архимеда уравновешивается силой натяжения магнитного поля:

$$\rho_0 - \rho_{e0} = \frac{c_0 H_0^2}{g_0 r_0}. \quad (15)$$

Как показано в работе [1], в этих условиях существуют два типа волн, которые могут распространяться по трубке: это изгибные и медленные волны [3], модифицированные присутствием гравитации. Дисперсионное уравнение для этих волн получено и исследовано в работе [1].

Трубке придается начальное возмущение скорости, отвечающее определенному типу волны. Так как для определения значений $\mathbf{v}_k^{(j+0.5)}$, $\mathbf{r}_k^{(j)}$ на следующем временном слое используется явная схема с перешагиванием, шаг по времени выбирается по критерию Куранта для всех характерных скоростей: скорости звука, альфвеновской скорости и касповой скорости [5]. После численного интегрирования системы по времени найденные частоты колебаний сравниваются с их аналитическими значениями. Результаты теста для медленной волны, приведенные в табл. 1, описывают относительное отклонение расчетной частоты малых колебаний трубки от аналитической (медленная волна, $m = 1$, $H_0 = 100$, $\Omega = 1.13799 \cdot 10^{-5}$, $p_e = 3.5852 \cdot 10^6$, $\rho_e = 4.5898 \cdot 10^3$, $r_0 = 5.0 \cdot 10^4$). Все единицы безразмерные, N — число узлов сетки по массовой координате.

а б л и ц а 1

N	100	100	100	500	500
τ	3.0	6.0	9.0	3.0	6.0
$\delta\omega/\Omega$	-9.6E-4	-9.6E-4	-1.0E-3	-2.9E-5	-7.1E-5

Для всех вариантов относительное отклонение частот изменяется в пределах от 10^{-3} до 10^{-5} . При этом число узлов изменяется от 100 до 500, m — от 1 до 10, отношение давления магнитного поля к полному — от 0.01 до 0.5. Значение шага по времени слабо влияет на точность расчетов, так как он мал по сравнению с периодом колебаний из-за низкой фазовой скорости медленной волны относительно скорости звука и скорости Альфвена.

4.2. Вращающееся кольцо в однородной внешней среде

Для этого теста задача формулируется следующим образом. Внешняя среда однородная, гравитация отсутствует, плотность внешней среды много меньше плотности плазмы в трубке. Трубка замкнута в кольцо радиуса r_0 и вращается как целое ($\mathbf{v}_r \equiv v_{r0}$, $\mathbf{v}_\phi \equiv v_{\phi 0} \neq 0$).

При таких начальных данных радиус кольца будет осциллировать от минимального до максимального значений под действием сил инерции (из-за закона сохранения момента импульса минимальный радиус трубки больше нуля) и силы натяжения магнитного поля.

Найдем сохраняющиеся при таком движении величины. Если считать $\rho_e = 0$, $\mathbf{g} = 0$ и учесть симметрию относительно оси вращения, то уравнение движения переписется как

$$\dot{\mathbf{v}} = -c_0 H_0 \sigma_0 H \frac{2\pi}{M} \mathbf{e}_r.$$

Здесь M — масса кольца. Дифференцированием можно убедиться, что момент импульса $\mathbf{P} = M\mathbf{r} \times \mathbf{v}$ сохраняется. Для получения еще одного инварианта умножим уравнение движения на $M\mathbf{v}$

$$\left(\frac{\dot{M}v^2}{2} \right) = -2\pi c_0 H_0 \sigma_0 H \dot{r}. \quad (16)$$

Дифференцируя уравнения системы (7), получим соотношения

$$\dot{p} = -2H\dot{H}, \quad \dot{p} = \frac{\gamma p}{\rho} \dot{\rho}, \quad \sigma \rho \dot{r} + \sigma \dot{\rho} r + \dot{\sigma} \rho r = 0.$$

Используя их, уравнение (16) можно привести к виду

$$\left(\frac{\dot{M}v^2}{2} \right) + c_0 M \left(\frac{\dot{H}}{\rho} \right) + \frac{1}{2} c_0 M \frac{\gamma}{\gamma - 1} \left(\frac{\dot{p}}{\rho} \right) = 0.$$

Отсюда следует, что при таком движении сохраняется величина

$$W = \frac{Mv^2}{2} + c_0 \frac{MH^2}{\rho_i} + 0.5 c_0 \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{Mp}{\rho}.$$

Результаты проверки на сохранение полученных инвариантов приведены в табл. 2, они соответствуют значениям момента инерции и полной энергии вращающегося кольца после выполнения 40 000 шагов по времени. Общие начальные параметры: $r_0 = 5.0 \cdot 10^4$, $\rho_0 = 0.1$, $\rho_e = 0$, $p_e = 1.0$, $v_{r0} = 0.0$, $\tau = 15.0$, единицы безразмерные.

Т а б л и ц а 2

$N = 100$				$N = 200$			
$v_{\phi 0}$	H_0	$\delta P_z / P_z$	$\delta W / W$	$v_{\phi 0}$	H_0	$\delta P_z / P_z$	$\delta W / W$
0.1	0.1	$2.119 \cdot 10^{-20}$	$2.178 \cdot 10^{-8}$	0.1	0.1	$1.431 \cdot 10^{-20}$	$5.499 \cdot 10^{-9}$
0.1	0.3	$2.304 \cdot 10^{-20}$	$2.024 \cdot 10^{-7}$	0.1	0.3	$9.217 \cdot 10^{-21}$	$5.112 \cdot 10^{-8}$
0.1	0.6	$1.290 \cdot 10^{-20}$	$9.064 \cdot 10^{-7}$	0.1	0.6	$1.935 \cdot 10^{-20}$	$2.289 \cdot 10^{-7}$
0.1	0.9	$1.843 \cdot 10^{-20}$	$2.500 \cdot 10^{-6}$	0.1	0.9	$4.239 \cdot 10^{-20}$	$6.317 \cdot 10^{-7}$
0.3	0.3	$2.458 \cdot 10^{-21}$	$1.939 \cdot 10^{-7}$	0.3	0.3	$1.024 \cdot 10^{-20}$	$4.897 \cdot 10^{-8}$
0.3	0.6	$2.073 \cdot 10^{-21}$	$8.664 \cdot 10^{-7}$	0.3	0.6	$7.373 \cdot 10^{-21}$	$2.188 \cdot 10^{-7}$
0.3	0.9	$9.011 \cdot 10^{-21}$	$2.391 \cdot 10^{-6}$	0.3	0.9	$1.024 \cdot 10^{-20}$	$6.008 \cdot 10^{-7}$

5. Результаты моделирования, нелинейная стадия развития неустойчивости

При исследовании процесса всплывания тонкой магнитной трубки от дна конвективной зоны до поверхности Солнца начальные условия ставятся следующим образом: трубка замкнута в кольцо радиуса r_0 , все параметры внутри трубки однородны, сила Архимеда уравновешивается силой натяжения магнитного поля (15). У дна конвективной зоны магнитное поле дестабилизирует нулевую моду изгибных колебаний трубки [1] (в такой волне радиус кольца зависит от времени как $r_0 + \delta r \exp(i\omega t)$). Из-за развития неустойчивости этой моды изгибных колебаний радиус кольца изменяется, пока трубка не выйдет за пределы конвективной зоны. Вне конвективной зоны эта мода колебаний устойчива, поэтому там направление движения меняется на противоположное. Трубка совершает такие колебательные движения, пока неустойчивость медленной волны не приведет к существенному изменению формы трубки (рис. 2). Развитие неустойчивости медленной волны наиболее просто определяется по росту касательной компоненты скорости движения (рис. 3). Отклонение формы трубки от кольцевой происходит именно из-за развития неустойчивости медленной волны, так как в присутствии магнитного поля у изгибных волн неустойчива только нулевая мода колебаний [1].

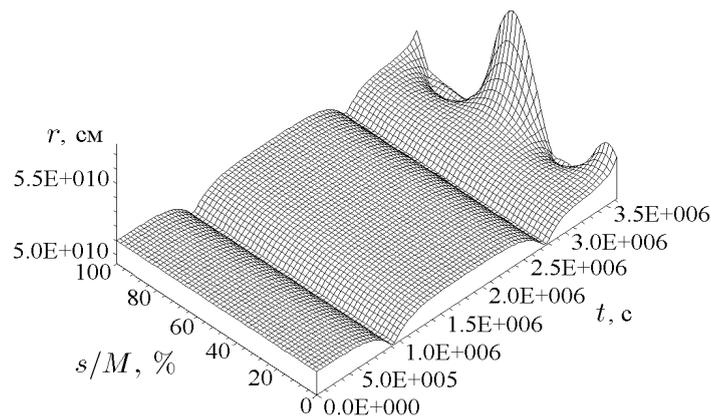


Рис. 2. Зависимость $r(s, t)$ при одновременном развитии неустойчивостей изгибной и медленной волн.

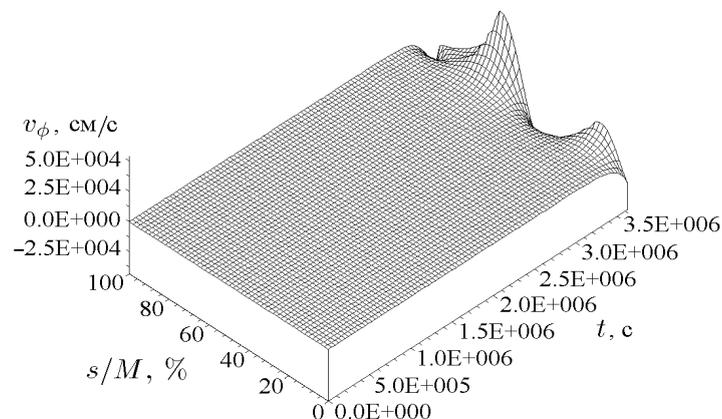


Рис. 3. Зависимость $v_\phi(s, t)$ при одновременном развитии неустойчивостей изгибной и медленной волн.

Для изучения развития неустойчивости медленной волны в качестве начального возмущения скорости выбирается следующее:

$$v_\phi = v_0 \eta \sin(2\pi s/M), \quad v_r = v_0 \cos(2\pi s/M).$$

Параметр η находится из решения дисперсионного уравнения [1], отвечающего медленной волне. Таким образом, начальная амплитуда медленной волны заметно превышает амплитуду изгибной волны, и можно проследить развитие неустойчивости в чистом виде.

Для анализа полученных результатов рассмотрим эволюцию трубки при развитии неустойчивости медленной волны. Если не учитывать влияние гравитации, то в медленной волне вещество смещается вдоль трубки при сохранении полного давления, при этом изменение плотности компенсируется изменением площади сечения трубки (соответствующее изменение напряженности магнитного поля обеспечивает возвращающую силу). В поле тяжести изменение плотности будет дополнительно приводить в смещению элементов трубки по вертикали. Если в качестве начального возмущения придать веществу скорость вдоль трубки по закону $v_\parallel \sim \sin m\phi$, то участки трубки с $dv_\parallel/ds < 0$ начнут всплывать, а участки с $dv_\parallel/ds > 0$ — тонуть под действием силы Архимеда из-за изменения плотности вещества. Если при этом сила Архимеда превысит силу натяжения магнитного поля, то возмущение будет неустойчивым и начнет расти. На нелинейной стадии эволюция всплывающих и погружающихся участков трубки будет идти несимметричным образом: верхняя часть всплывает неограниченно высоко, при этом почти все вещество из нее стечет вниз. Скорость опускания нижней части трубки постепенно уменьшится (рис. 4) — приток вещества заставит ее опуститься, но основная часть массы поступит на ранней нелинейной стадии (после чего она практически не меняется), а кривизна трубки и соответствующее натяжение магнитного поля окажут тормозящий эффект. Если погружающаяся часть трубки достигнет области устойчивости (т. е. выйдет из конвективной зоны), то радиальная компонента скорости изменит знак. Зависимость касательной компоненты скорости от времени приведена на рис. 5.

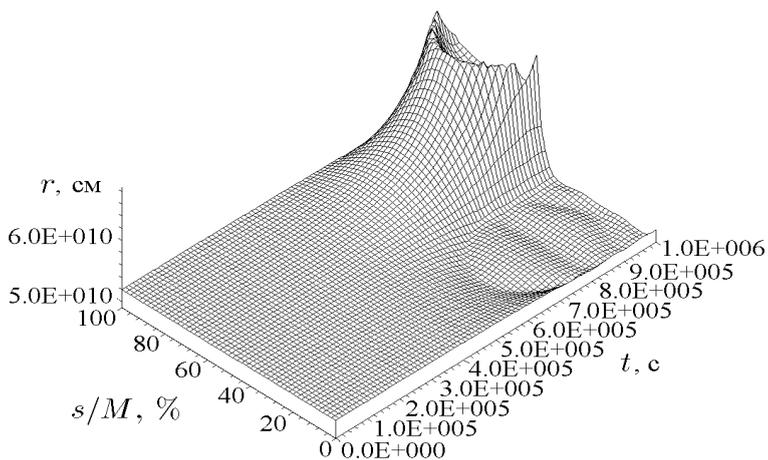


Рис. 4. Зависимость $r(s, t)$ при развитии неустойчивости медленной волны.

В отдельные моменты времени угол наклона к горизонтالي отдельных участков трубки может достигать достаточно больших значений (см. рис. 4), чтобы при течении вдоль нее сила тяжести разгоняла вещество до скоростей порядка $0.05v_a$ (см. рис. 5). Из работы [3] следует, что при скорости течения вещества вдоль трубки больше критической

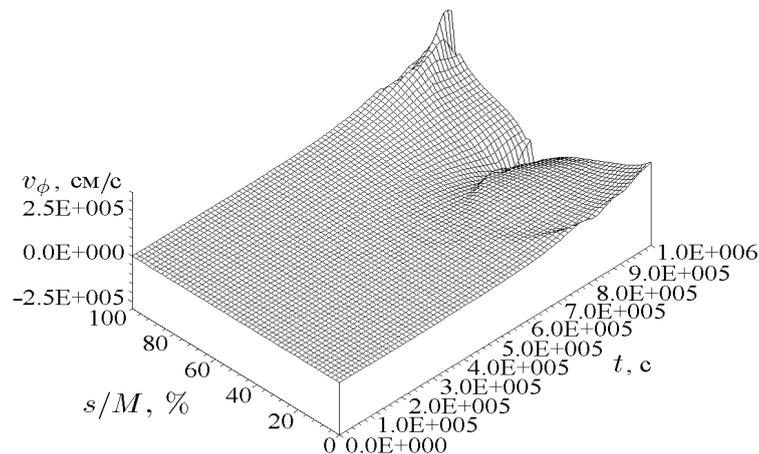


Рис. 5. Зависимость $v_\phi(s, t)$ при развитии неустойчивости медленной волны.

могут развиваться грубая неустойчивость и неустойчивость волн с отрицательной энергией. Пороговые скорости для возникновения этих неустойчивостей равны:

$$u_1 = v_a \sqrt{\rho_i / \rho_e}, \quad u_2 = v_a \sqrt{1 + \rho_i / \rho_e}.$$

Для небольших волновых чисел ($m < 7$) скорости течения вдоль трубки в процессе развития неустойчивости медленной волны не превышают пороговые, по крайней мере, до тех пор, пока верхняя часть трубки не достигает зоны температурного минимума в пределах солнечной хромосферы [5]. Выше этой области рассматриваемая модель неприменима из-за необходимости учета процесса лучистого переноса и сравнимости радиуса трубки со шкалой высот.

Заключение

В данной работе исследуется неустойчивость медленной волны тонкой магнитной трубки в конвективной зоне Солнца. Показано, что развитие данного типа неустойчивости приводит к формированию трубкой арочной структуры у всплывающей части трубки и фиксации погружающейся части около дна конвективной зоны. При этом время удержания может быть существенно меньше времени, определяемого с использованием одномерных моделей [10–12], считающих параметры в трубке зависимыми только от радиуса кольца. Данная неустойчивость также уменьшает время удержания магнитных полей под нижней границей конвективной зоны ($r < 5.0 \cdot 10^{10}$ см), но при изучении процессов в этой области необходимо учитывать процесс лучистой теплопроводности поперек магнитного поля.

Фиксация части трубки и наличие дифференциального вращения позволяют объяснить движение солнечных пятен и других магнитных структур в фотосфере Солнца относительно его поверхности. Фиксация происходит в результате развития неустойчивости и не требует, чтобы часть трубки изначально находилась в области устойчивости под конвективной зоной.

Изучение дальнейшей эволюции трубки требует усовершенствования используемой модели для учета процесса лучистого переноса поперек магнитного поля. Необходимо также учесть, что поперечный размер магнитной трубки в солнечной атмосфере уже сравним со шкалой высот [5].

Авторы благодарят С. В. Алексеенко, Г. И. Дудникову и В. А. Романова за обсуждение материалов работы.

Список литературы

- [1] ALEKSEENKO S. V., DUDNIKOVA G. I., ROMANOV V. A. ET AL. Magnetic field instabilities in the Solar convective zone // *Rus. J. Eng. Thermophys.* (В печати.)
- [2] FAN Y., FISHER G. H., DELUCA E. E. The origin of the morphological asymmetries in bipolar active regions // *The Astronom. J.* 1993. Vol. 405. P. 390–401.
- [3] РЮТОВА М. П. Волновые процессы в солнечных магнитных трубках // *Физика космической и лабораторной плазмы: Сб. науч. тр. / Под редакцией А. Г. Пономаренко.* Новосибирск: Наука, 1989.
- [4] CHOU D. Y., FISHER G. H. Dynamics of anchored flux tubes in the convection zone. I. Details of the model // *Astrophys. J.* 1989. Vol. 341. P. 533–548.
- [5] ПРИСТ Э. Р. Солнечная магнитогидродинамика. М.: Мир, 1985.
- [6] PARKER E. N. Stellar fibril magnetic system. I. Reduced energy state // *Astrophys. J.* 1984. Vol. 283. P. 343–348.
- [7] КУЛИКОВСКИЙ А. Г., ЛЮБИМОВ Г. А. Магнитная гидродинамика. М.: Физматгиз, 1962.
- [8] CHRISTENSEN-DALSGAARD J., DAPPEN W., AJUKOV S. V. ETC. The current state of Solar modeling // *Science.* 1996. Vol. 272.
- [9] SPRUIT H. C. A model of the Solar convection zone // *Solar Phys.* 1977. Vol. 34. P. 277–290.
- [10] ROMANOV D. V., ROMANOV V. A. The magnetic flux lifting from relaxation zone at the photospheric level // *Astronomicheskii Zhurnal.* 1993. Vol. 70.
- [11] VAN BALLEGOIEN A. A. The overshoot layer at the base of the Solar convective zone and the problem of magnetic flux storage // *Astron. Astrophys.* 1982. Vol. 113. P. 99–112.
- [12] ALEKSEENKO S. V., MEZENTSEV A. V., ROMANOV V. A. ET AL. Stabilization of emerging magnetic field in the upper layers of the Solar convective zone // *Rus. J. Eng. Thermophys.* 1998. Vol. 8.
- [13] ЗИРИН Г. Солнечная атмосфера. М.: Мир, 1968.
- [14] СЕВЕРНЫЙ А. Б. Некоторые проблемы физики Солнца. М.: Наука, 1988.
- [15] ALEKSEENKO S. V., DUDNIKOVA G. I., ROMANOV V. A. ET AL. Acoustic wave heating of the Solar atmosphere // *Rus. J. Eng. Thermophys.* 1998. Vol. 8.
- [16] SPRUIT H. C. Motion of magnetic flux tubes in the solar convection zone and chromosphere // *Astron. Astrophys.* 1981. Vol. 98. P. 155–160.
- [17] VERNAZZA J. E., AVRETT E. H., LOESER R. Structure of the Solar chromosphere. 1. Basic computation and summary of the results // *Astrophys. J.* 1973. Vol. 184. P. 605–631.