Вычислительные технологии **Том 5, № 6, 2000**

ОПТИМИЗАЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССАМИ РАЗДЕЛЕНИЯ

Н. Д. Демиденко
Институт вычислительного моделирования СО РАН
Красноярск, Россия
e-mail: sek@icm.krasn.ru
Ю. А. Терещенко
Красноярский государственный технический университет, Россия

A mathematical model for the simulation of multicomponent mixtures separation processes is suggested. The problem of the optimal control has been formulated and the necessary optimality conditions have been obtained. A numerical method for the solution of optimization problems has been developed and numerical experiments have been carried out.

Введение

Исследование и проектирование химических технологий представляет собой сложную задачу, так как при ее постановке используются нелинейные системы дифференциальных уравнений в частных производных [1–6]. Математическая формулировка таких задач и вопросы их корректности, как правило, требуют специального рассмотрения. Трудности прежде всего связаны с нелинейностью уравнений и сложностью граничных условий, содержащих обыкновенные дифференциальные уравнения. С другой стороны, эти трудности обусловлены многомерностью задач, поскольку технологические процессы характеризуются довольно большим числом теплофизических и конструктивных параметров. Выбор эффективной методики решения задач моделирования и управления принято считать центральным вопросом в проблеме моделирования нестационарных режимов управляемых процессов разделения [7].

Основным инструментом проектирования технологических процессов и систем управления является вычислительный эксперимент, включающий в себя анализ многообразия технологических режимов, построение их физических и математических моделей, разработку и исследование вычислительных алгоритмов, их программную реализацию и проведение серии расчетов [8].

В настоящей работе формулируются и решаются задачи анализа математических моделей процессов разделения, задачи оптимального управления и численных экспериментов с целью проектирования энергосберегающих технологий разделения многокомпонентных смесей для промышленных объектов и создания соответствующих оптимальных систем управления.

1. Математическая модель управляемого процесса

Процесс разделения многокомпонентных смесей осуществляется в ректификационных колоннах на контактных устройствах (тарелках), распределенных по длине аппарата. Технологический процесс происходит в конечном числе точек объекта, однако его можно рассматривать непрерывным по длине, поэтому для моделирования возможно применение дифференциальных уравнений в частных производных. Оценка погрешности перехода от дискретной модели к непрерывной приведена в [1]. Концентрации целевого продукта в жидкости $x = x(l,t)$ и паре $y = y(l,t)$ — управляемые параметры, они определяются в результате решения соответствующей краевой задачи. Схема движения потоков взаимодействующих паровой и жидкой фаз приведена на рис. 1.

Разделяемая смесь в количестве $F = F(t)$ с содержанием целевого продукта $x_F = x_F(t)$ подается в среднюю часть колонны. В нижней ее части (кубе) происходит испарение смеси, и паровой поток $V = V(l,t)$, поднимаясь вверх, контактируя со стекающей жидкостью $L = L(l,t)$ и обогащаясь целевым продуктом, конденсируется в верхней части колонны (дефлегматоре) и отбирается в количестве D с концентрацией целевого продукта $x_d = x_d(t)$. Часть сконденсированного пара $L_d = L_d(t)$ из дефлегматора возвращается в колонну для повышения качества конечного продукта. В кубе отбирается остаток в количестве $W = W(t)$ с содержанием целевого продукта $x_k = x_k(t)$.

Одним из требований к такому промышленному объекту является его способность увеличения содержания целевого продукта в верхней части колонны и уменьшения в нижней. Важными параметрами объекта являются фазовые удерживающие способности: в колонне $H_x = H_x(l,t)$, $H_y = H_y(l,t)$, кубе $H_{x_k} = H_{x_k}(t)$ и дефлегматоре $H_{x_d} = H_{x_d}(t)$. Индексы "x" и "y" указывают на принадлежность параметра жидкости или пару, "k" и "d" — кубу или дефлегматору. В колонне происходит теплообмен между жидкой и паровой средами, которые характеризуются теплосодержанием жидкости $h = h(l,t)$ и пара $H = H(l,t)$; аналогично — в кубе $h_k = h_k(t)$, $H_k = H_k(t)$ и дефлегматоре $h_d = h_d(t)$, $H_d = H_d(t)$. В куб

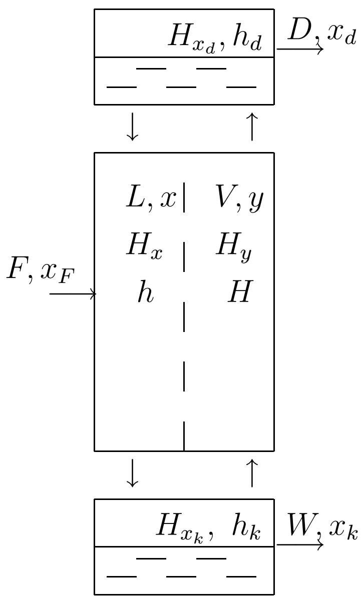

Рис. 1. Схема движения потоков пара и жидкости в колонне.

подводится тепло Q_k, а из дефлегматора оно отводится — Q_d. Коэффициент массопередачи k_y характеризует процесс массообмена между жидкой и паровой фазами, а зависимость $y^* = y^*(x)$ — равновесную концентрацию в паре. Функции $x(l,t)$, $y(l,t)$, $x_k(t)$, $x_d(t)$ и $y_d(t)$ могут быть скалярными (для бинарных смесей) или векторными (для многокомпонентных). Более подробная физическая интерпретация математической модели содержится, например, в [3].

Используя законы сохранения массы и энергии, получим математическую модель нестационарных режимов процессов разделения для колонны, куба и дефлегматора:

$$\frac{\partial(H_x x)}{\partial t} - \frac{\partial(Lx)}{\partial l} = k_y(y - y^*) + F(t)\Phi_x(l)x_F,$$

$$\frac{\partial(H_y y)}{\partial t} + \frac{\partial(Vy)}{\partial l} = k_y(y^* - y),$$

$$\frac{\partial(H_y H)}{\partial t} + \frac{\partial(H_x h)}{\partial t} - \frac{\partial(Lh)}{\partial l} + \frac{\partial(Vh)}{\partial l} = \Phi_h + \Phi_H,$$

$$\frac{\partial V}{\partial l} - \frac{\partial L}{\partial l} + \frac{\partial H_y}{\partial t} + \frac{\partial H_x}{\partial t} = \Phi_V + \Phi_L, \tag{1}$$

$$x(l,0) = x_0(l),\ y(l,0) = y_0(l),\ V(l,0) = V_0(l),\ L(l,0) = L_0(l) \tag{2}$$

с граничными условиями при $l = 0$

$$\frac{\partial(H_{x_k} x_k)}{\partial t} = L(0,t)x(0,t) - V(0,t)y(0,t) - W(t)x_k(t),$$

$$y(0,t) = (y^*(x_k) - x_k)a + x_k(t),$$

$$\frac{\partial(H_{x_k} h_k)}{\partial t} = L(0,t)h(0,t) - V(0,t)H(0,t) - W(t)h_k(t) + Q_k,$$

$$\frac{\partial H_{x_k}}{\partial t} = L(0,t) - V(0,t) - W(t),\ x_k(0) = x_{k,0} \tag{3}$$

и при $l = 1$

$$\frac{\partial(H_{x_d} x_d)}{\partial t} = V_d y_d - (L_d + D)x_d(t),\ x_d(0) = x_{d,0},$$

$$V_d(t)y_d(t) - V(1,t)y(1,t) = L_d(t)x_d(t) - L(1,t)x(1,t),$$

$$y_d(t) = y(1,t) + E_d(y^*(x(1,t) - y(1,t)),$$

$$\frac{\partial(H_{x_d} h_d)}{\partial t} = V_d(t)H_d - (L_d + D)h_d(t) - Q_d,$$

$$\frac{\partial H_{x_d}}{\partial t} = V_d(t) - (L_d(t) + D(t)),\ V_d - V(1,t) = L_d - L(1,t),$$

$$V_d - V(1,t)H(1,t) = L_d h_d - L(1,t)h(1,t). \tag{4}$$

Решение ищется в области $\Omega = \{(l,\ t)|\ l \in [0,1],\ t \in [0,T]\}$, где $l,\ t$ — пространственная и временная независимые переменные соответственно; T — время управления.

Считаем в дальнейшем, что $H_x = \text{const}$, $H_y = \text{const}$, $k_y = k = \text{const}$, $H_{x_k} = \text{const}$, $H_{x_d} = \text{const}$, $x = x(l,t)$, $y = y(l,t)$, $L = L(l,t)$, $V = V(l,t)$, $\Phi_H = \Phi_H(l,t)$, $\Phi_h = \Phi_h(l,t)$, $\Phi_V = \Phi_V(l,t)$, $\Phi_L = \Phi_L(l,t)$ — известные функции, $H = \alpha_1 x + \alpha_2 y + \alpha_3 V + \alpha_4 L$,

$h = \beta_1 x + \beta_2 y + \beta_3 V + \beta_4 L$, где $\alpha_i = \mathrm{const}$, $\beta_i = \mathrm{const}$, $i = \overline{1,4}$. При $E_d = 0$ полагаем $y_d = y(1,t)$, $x_d = x(1,t)$, $x_d(0) = x(1,0) = x_{d0}$, $L_d = L(1,t)$, $V_d = V(1,t)$.

Кроме того, $H_y\alpha_1 + H_x\beta_1 = A$, $H_y\alpha_2 + H_x\beta_2 = B$, $H_y\alpha_3 + H_x\beta_3 = C$, $H_y\alpha_4 + H_x\beta_4 = D^0$.

Последние допущения позволяют представить исходную систему уравнений в нормальной форме:

$$x'_t = \frac{1}{H_x}\left[Lu_1 + xu_2 + k(y - y^*) + \Phi_x(l)F(t)x_F\right] \equiv X_1,$$

$$x'_l = u_1 = \zeta_1,$$

$$y'_t = \frac{1}{H_y}\left[-Vu_2 - y(u_4 + \Phi_V + \Phi_L) + k(y^* - y)\right] \equiv X_2,$$

$$y'_l = u_2 = \zeta_2,$$

$$V'_t = -\frac{1}{C}[AX_1 + BX_2 + u_1(V\alpha_1 - L\beta_1) + u_2(V\alpha_2 - L\beta_2) + u_3 D^0 +$$

$$+ (u_4 + \Phi_V + \Phi_L)(H - L\beta_3 + V\alpha_3) + u_4(V\alpha_4 - L\beta_4 - h) + \Phi_h - \Phi_H] \equiv X_3,$$

$$V'_l = u_4 + \Phi_V + \Phi_L = \zeta_3, \quad L'_t = u_3 \equiv X_4, \quad L'_l = u_4 = \zeta_4. \tag{5}$$

Эта система уравнений может описывать различные технологические режимы для разделения многокомпонентных смесей на промышленных объектах. Корректность некоторых таких задач рассмотрена в [1].

Система (5) решается при начальных условиях (2) и краевых условиях (3), (4). Особенность этих уравнений заключается в том, что они разрешимы относительно производных всех зависимых переменных $x(l,t)$, $y(l,t)$, $V(l,t)$, $L(l,t)$ по независимым переменным l, t. Достигается это путем введения параметрических переменных ζ_i, $i = \overline{1,4}$. Таким образом, исходная система приведена к нормальной форме. В таком виде может быть представлена любая система дифференциальных уравнений в частных производных.

Наличие параметрических переменных — основная особенность уравнений в нормальной форме. В общей записи эти переменные и управления присутствуют формально одинаковым образом, но в каждой конкретной задаче оптимального управления необходимо четко их различать, поскольку они играют принципиально разные роли: если управления могут задаваться произвольно, то значения ζ_i, $i = \overline{1,4}$ не задаются, а находятся по известным управлениям в результате решения задачи. Зависимые переменные непрерывны, тогда как параметрические переменные и управления в общем случае — разрывные функции независимых переменных.

Предложенная автором математическая модель используется для описания различных технологических режимов и систем оптимального управления. Корректность соответствующих краевых задач и задач оптимального управления зависит от особенностей моделируемого режима, выбора управляющих и управляемых параметров процесса и от того, полными или парциальными являются куб и дефлегматор.

2. Постановка задачи оптимального управления

В качестве управляющих воздействий из технологических соображений выбираем потоки жидкости и пара на входах в управляемый аппарат $L(1,t)$ и $V(0,t)$. На эти управляющие потоки накладываются ограничения

$$L_{\min} \le L(1,t) \le L_{\max}, \quad V_{\min} \le V(0,t) \le V_{\max}. \tag{6}$$

Поскольку в дальнейшем для решения задачи оптимального управления будет использован метод вариационного исчисления, введем дополнительные управляющие функции $u(t)$, $z(t)$, с помощью которых ограничения (6) сводятся к равенствам

$$(L(1,t)-L_{\min})(L_{\max}-L(1,t))-u^2=0,$$
$$(V(0,t)-V_{\min})(V_{\max}-V(0,t))-z^2=0. \tag{7}$$

В качестве критерия оптимизации выбираем интеграл, характеризующий качество продуктов разделения на выходе управляемого объекта:

$$S=\int_0^T\int_0^1 \left(y(l,t)-\theta^*(l,t)\right)^2\, dt \to \min \tag{8}$$

($\theta^*(l,t)$ — заданный состав выходного продукта).

Сформулируем следующую задачу: во множестве кусочно-непрерывных функций $L(1,t)$, $V(0,t)$, удовлетворяющих ограничениям (6), найти такие, которые в силу системы (1)–(4) минимизируют (8).

3. Необходимые условия оптимальности (стационарности) в форме Лагранжа — Эйлера

Для получения необходимых условий оптимальности воспользуемся методами вариационного исчисления. Построим скалярные функции — гамильтонианы $\widetilde{H}$ и $\widetilde{h}$ в области Ω и на границе $\partial\Omega$ соответственно:

$$\widetilde{H}=(y-\theta^*)^2+\sum_{i=1}^{4}\lambda_i X_i+\sum_{i=1}^{4}\mu_i\zeta_i$$

($\lambda_i,\ \mu_i$ — множители Лагранжа);

$$\widetilde{h}=\frac{\lambda_k^{(1)}}{H_{x_k}}\left[L(0,t)-V(0,t)y(0,t)-W(t)x_k(t)\right]+\lambda_k^{(2)}[y(0,t)-x_k-a(y^*(x_k)-x_k)]+$$
$$+\lambda_k^{(3)}[L(0,t)-V(0,t)-W(t)]+\lambda_d^{(1)}\frac{V(1,t)}{H_{x_d}}[y(1,t)-x(1,t)]+\lambda_d^{(2)}[V(1,t)-L(1,t)-D(t)]+$$
$$+\gamma[(L(1,t)-L_{\min})(L_{\max}-L(1,t))-u^2]+\varepsilon[(V(0,t)-V_{\min})(V_{\max}-V(0,t))-z^2]$$

($\lambda_k^{(i)},\ \lambda_d^{(i)},\ \gamma,\ \varepsilon$ — множители Лагранжа).

Положим $x=z_1,\ y=z_2,\ V=z_3,\ L=z_4$. Рассмотрим вспомогательный функционал

$$J_1=\iint_\Omega\left[(y-\theta^*)^2+\sum_{i=1}^{4}\lambda_i\left(X_i-\frac{\partial z_i}{\partial t}\right)+\sum_{i=1}^{4}\left(\zeta_i-\frac{\partial z_i}{\partial l}\right)\right]dldt=$$
$$=\iint_\Omega\left[\widetilde{H}+\sum_{i=1}^{4}\left(\frac{\partial\lambda_i}{\partial t}+\frac{\partial\mu_i}{\partial l}\right)z_i\right]dldt+\int_{\partial\Omega}\sum_{i=1}^{4}\left(\mu_i dt-\lambda_i dl\right)z_i\,.$$

Пусть $t = \alpha(\sigma),\ l = \beta(\sigma)$ — параметрическое задание границы $\partial\Omega$. Тогда

$$J_1 = \int\int\limits_{\Omega} \left[\widetilde{H} + \sum_{i=1}^{4} \left(\frac{\partial\lambda_i}{\partial t} + \frac{\partial\mu_i}{\partial l}\right) z_i\right] dldt + \int\limits_{\partial\Omega} \sum_{i=1}^{4} \left(\mu_i\alpha'(\sigma) - \lambda_i\beta'(\sigma)\right) z_i \ d\sigma.$$

Получим вариацию J_1, вызванную вариациями управлений $L(1,t)$ и $V(0,t)$:

$$\delta J_1 = \int\int\limits_{\Omega} \left[\sum_{i=1}^{4} \left(\frac{\partial\widetilde{H}}{\partial z_i} + \frac{\partial\lambda_i}{\partial t} + \frac{\partial\mu_i}{\partial l}\right) \delta z_i + \sum_{i=1}^{4} \frac{\partial\widetilde{H}}{\partial u_i}\delta u_i\right] dldt + \int\limits_{\partial\Omega} \sum_{i=1}^{4} \left(\mu_i\alpha'(\sigma) - \lambda_i\beta'(\sigma)\right) \delta z_i \, d\sigma.$$

Вариации для вспомогательного функционала δJ_2 на границе $\partial\Omega$ вычисляются аналогично:

$$\delta J_2 = \int\limits_{\partial\Omega} \left[\frac{\partial\widetilde{h}}{\partial x(0,t)}\delta x(0,t) + \frac{\partial\widetilde{h}}{\partial y(0,t)}\delta y(0,t) + \frac{\partial\widetilde{h}}{\partial L(0,t)}\delta L(0,t) + \frac{\partial\widetilde{h}}{\partial V(0,t)}\delta V(0,t) + \frac{\partial\widetilde{h}}{\partial u}\delta u + \right.$$

$$\left. + \frac{\partial\widetilde{h}}{\partial z}\delta z + \frac{\partial\widetilde{h}}{\partial y(1,t)}\delta y(1,t) + \frac{\partial\widetilde{h}}{\partial L(1,t)}\delta L(1,t) + \frac{\partial\widetilde{h}}{\partial V(1,t)}\delta V(1,t)\right] dt +$$

$$+ \int\limits_{\partial\Omega} \left(\frac{\partial\widetilde{h}}{\partial x_k} + \frac{d\lambda_k^{(1)}}{dt}\right) \delta x_k \, dt + \int\limits_{\partial\Omega} \left(\frac{\partial\widetilde{h}}{\partial x(1,t)} + \frac{d\lambda_d^{(1)}}{dt}\right) \delta x(1,t) \, dt - \left(\lambda_k^{(1)}\delta x_k + \lambda_d^{(1)}\delta x(1,t)\right) |_{t=T}.$$

Таким образом, вычислена вариация вспомогательного функционала $\delta J = \delta J_1 + \delta J_2$.

Используя аргументацию вариационного исчисления, получим следующую сопряженную задачу относительно функций Лагранжа, на основе которой разработан численный алгоритм расчета оптимальных управляющих функций [1–3].

В области Ω имеет место

$$\frac{\partial\lambda_1}{\partial t} + \frac{\partial\mu_1}{\partial l} = -\left[k(y^*)'_x \left(-\frac{\lambda_1}{H_x} + \frac{\lambda_2}{H_y} + \frac{\lambda_3}{C}\left(\frac{A}{H_x} - \frac{B}{H_y}\right)\right) + \right.$$

$$\left. + u_4\left(\frac{\lambda_1}{H_x} - \frac{\lambda_3}{H_x}\frac{A}{C}\right) + \frac{u_4 + \Phi_V + \Phi_L}{C}\alpha_1 - \frac{u_4}{C}\beta_1\right],$$

$$\frac{\partial\lambda_2}{\partial t} + \frac{\partial\mu_2}{\partial l} = -\left[2(y - \theta^*) + k\left(\frac{\lambda_1}{H_x} - \frac{\lambda_2}{H_y} - \frac{\lambda_3}{H_x}\frac{A}{C} + \frac{\lambda_3}{H_y}\frac{B}{C}\right) - u_4\left(\frac{\lambda_2}{H_y} - \frac{\lambda_3}{H_y}\frac{B}{C}\right) - \right.$$

$$\left. - \frac{\Phi_V + \Phi_L}{H_y}\left(\lambda_2 - \frac{B}{C}\lambda_3\right) - \lambda_3\left(\frac{u_4 + \Phi_V + \Phi_L}{C}\alpha_2 - \frac{u_4}{C}\beta_2\right)\right],$$

$$\frac{\partial\lambda_3}{\partial t} + \frac{\partial\mu_3}{\partial l} = -\left[u_2\left(-\frac{\lambda_2}{H_y} + \frac{\lambda_3}{H_y}\frac{B}{C} - \frac{\lambda_3}{C}\alpha_2\right) - \frac{u_4\lambda_3(\alpha_3 + \alpha_4)}{C} - \frac{\lambda_3\alpha_3}{C}(\Phi_V + \Phi_L) - \right.$$

$$\left. - \frac{\lambda_3 u_1\alpha_1}{C} - \lambda_3\left(\frac{u_4 + \Phi_V + \Phi_L}{C}\alpha_3 - \frac{u_4}{C}\beta_3\right)\right],$$

$$\frac{\partial\lambda_4}{\partial t} + \frac{\partial\mu_4}{\partial l} = -\left[\frac{u_1}{H_x}\left(\lambda_1 - \lambda_3\frac{A}{C}\right) + \frac{\lambda_3}{C}\beta_2 u_2 + \frac{\lambda_3}{C}u_4(\beta_3 - \beta_4) + \frac{\lambda_3}{C}\beta_3(\Phi_V + \Phi_L) + \right.$$

$$\left. + \frac{\lambda_3}{C}u_1\beta_1 - \lambda_3\left(\frac{u_4 + \Phi_V + \Phi_L}{C}\alpha_4 - \frac{u_4}{C}\beta_4\right)\right].$$

В этой системе неизвестные μ_i или λ_i $(i=\overline{1,4})$ исключаются с помощью соотношений

$$\mu_1+\frac{\lambda_1}{H_x}L-\frac{\lambda_3}{H_x}\frac{A}{C}L-\frac{V\alpha_1-L\beta_1}{C}\lambda_3=0,$$

$$\mu_2-\frac{\lambda_2 V}{H_y}+\frac{\lambda_3}{H_y}\frac{B}{C}V-\frac{\lambda_3}{C}\left(V\alpha_2-L\beta_2\right)=0,$$

$$\lambda_4-\frac{\lambda_3}{C}D^0=0,$$

$$\mu_3+\mu_4+\frac{\lambda_1}{H_x}x-\frac{\lambda_2}{H_y}y-\frac{\lambda_3}{C}\left[\frac{A}{H_x}x-\frac{B}{H_y}y+H-h-L(\beta_3+\beta_4)+V(\alpha_3+\alpha_4)\right].$$

Граничные условия $0<t<T$ при $l=0$ имеют вид

$$\frac{d\lambda_k^{(1)}}{dt}-\frac{\lambda_k^{(1)}}{H_{x_k}}W(t)-\lambda_k^{(2)}\left[1+a(y^*(x_k)'-1)\right]=0,$$

$$\mu_1-\frac{\lambda_k^{(1)}}{H_{x_k}}L(0,t)=0,\quad \mu_2-\frac{\lambda_k^{(1)}}{H_{x_k}}V(0,t)+\lambda_k^{(2)}=0,$$

$$\mathrm{grad}S_V\equiv\mu_3-\frac{\lambda_k^{(1)}}{H_{x_k}}y(0,t)-\lambda_k^{(3)}+\varepsilon\left(V_{\max}+V_{\min}-2V(0,t)\right)=0,$$

$$\mu_4+\frac{\lambda_k^{(1)}}{H_{x_k}}x(0,t)+\lambda_k^{(3)}=0,$$

$$2\varepsilon z=0;$$

при $l=1$

$$\frac{d\lambda_d^{(1)}}{dt}-\frac{\lambda_d^{(1)}}{H_{x_d}}V(1,t)-\mu_1(1,t)=0,\quad \frac{\lambda_d^{(1)}}{H_{x_d}}V(1,t)-\mu_2(1,t)=0,$$

$$\frac{\lambda_d^{(1)}}{H_{x_d}}\left(y(1,t)-x(1,t)\right)+\lambda_d^{(2)}-\mu_3(1,t)=0,$$

$$\mathrm{grad}S_L\equiv-\lambda_d^{(2)}+\gamma\left(L_{\min}+L_{\max}-2L(1,t)\right)-\mu_4(1,t)=0,$$

$$2\gamma u=0.$$

Начальные условия при $t=T$, $0<l<1$ выглядят так:

$$\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=\lambda_4=0,\quad \lambda_k^{(1)}(T)=0,\quad \lambda_d^{(1)}(T)=0.$$

Для вычисления оптимальных управляющих функций $V(0,t)$ и $L(1,t)$ применяется итерационный метод, который заключается в следующем:

1. Задаются начальные приближения $V^0(0,t)$ и $L^0(1,t)$.

2. Если известны $V^n(0,t)$ и $L^n(1,t)$, то находятся решения прямой и сопряженной задач.

3. Полагаем $V^{n+1}(0,t)=V^n(0,t)-\tau_1\mathrm{grad}S_V$, $L^{n+1}(1,t)=L^n(1,t)-\tau_2\mathrm{grad}S_L$.

4. Предельные значения $L(1,t)$ и $V(0,t)$ дают решение задачи оптимального управления.

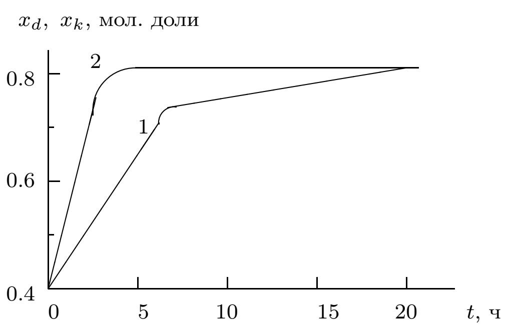

Рис. 2. Концентрация бутана в дефлегматоре в пусковом режиме при управлении $L(1,t)$. Кривые *1*, *2* — начальное и оптимальное управление соответственно.

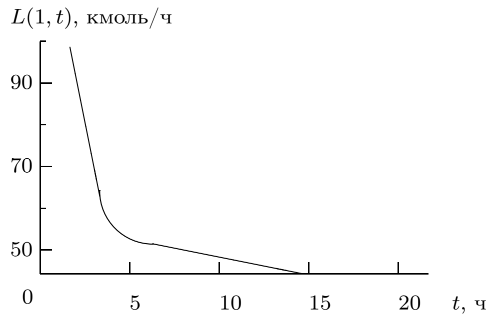

Рис. 3. Оптимальная управляющая функция $L(1,t)$ в пусковом режиме.

Для численного решения краевых задач и задач оптимального управления разработан численный алгоритм с использованием метода центральных разностей и треугольных сеток [1].

В качестве примера приведены результаты расчетов оптимальной управляющей функции $L(1,t)$ при оптимизации пускового режима для промышленной колонны К-34 установки сернокислотного алкилирования изобутана бутиленами (разделяемая многокомпонентная смесь сведена к бинарной). На рис. 2 показано изменение концентраций целевого продукта в дефлегматоре в переходном режиме, а на рис. 3 изображена оптимальная управляющая функция $L(1,t)$. При оптимальном управлении выход на заданное значение концентрации целевого продукта происходит быстрее, чем при неоптимальном. Подробное описание установки и экспериментальные значения основных параметров процесса приведены в [3].

Заключение

Разработан метод математического моделирования нестационарных режимов разделения многокомпонентных смесей для исследования и проектирования систем оптимального управления ректификационными колоннами. Метод апробирован на промышленных ректификационных установках. Развитая в работе общая теория и метод анализа нестационарных режимов могут быть применены к широкому классу технологических аппаратов: колоннам ректификации (насадочным и тарельчатым), абсорберам, теплообменникам и др. Предлагаемый метод анализа динамических характеристик объектов с распределенными параметрами прошел экспериментальную проверку. С помощью предложенных вычислительных алгоритмов исследованы возможности оптимизации пусковых режимов, выполнено моделирование перехода от одного стационарного режима работы к другому, стабилизации заданного состава выходных продуктов.

Список литературы

[1] Демиденко Н. Д. Моделирование и оптимизация тепломассообменных процессов в химической технологии. М.: Наука, 1991.

[2] Демиденко Н. Д. Управляемые распределенные системы. Новосибирск: Наука, 1999.

[3] Демиденко Н. Д., Ушатинская Н. П. Моделирование, распределенный контроль и управление процессами ректификации. Новосибирск: Наука, 1978.

[4] Demidenko N. D. Modelling of optimal regimes in chemical engineering objects with interacting flow recirculation // Syst. Anal. Model. Simul. 1987. V. 4. P. 309–320.

[5] Demidenko N. D. Optimal control of the complicated objects distributed parametres // Syst. Anal. and Simul. 1985. V. 27, No. 1. P. 425–428.

[6] Demidenko N. D. Problems on optimisation of information measuring systems with distributed parametrs // Syst. Anal. Model. Simul. 1990. V. 11–12. P. 907–920.

[7] Кафаров В. В., Ветохин В. Н. Основы построения операционных систем в химической технологии. М.: Наука, 1980.

[8] Вычислительный эксперимент в проблеме цунами / Ю. И. Шокин, Л. Б. Чубаров, Ан. Г. Марчук, К. В Симонов. Новосибирск: Наука, 1989.

Поступила в редакцию 4 мая 2000 г.,
в переработанном виде — 20 июня 2000 г.