

# ЧИСЛЕННАЯ ДИСКРЕТНАЯ МОДЕЛЬ ВОЗНИКНОВЕНИЯ РАЗРУШИТЕЛЬНЫХ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ\*

М. Г. СЕРБУЛЕНКО

*Объединенный институт геологии, геофизики и минералогии СО РАН  
Новосибирск, Россия*

С целью построения простейшего, одномерного, нелинейного разреза Земли исследованы нелинейные колебания линейных цепочек свободных частиц, обладающих двойным потенциалом типа Леннарда—Джонса, возбуждаемых в нижней части разреза. Показано, что при убывании веса частиц снизу вверх возникает механизм резкого увеличения амплитуд колебаний на поверхности Земли. Наибольший эффект достигается при экспоненциальном убывании масс. Обнаруженный механизм может применяться для объяснения многих других физических явлений (термоэмиссии, лучевой прочности).

Описание сейсмической волны, несущей разрушения на поверхности Земли, сводится к решению уравнений распространения механического возбуждения в сложной, неоднородной среде. Если принять во внимание, что сложная среда суть нелинейная система, то названная выше задача подразумевает исследование нелинейных колебаний в толще Земли.

Хорошо известны трудности, стоящие на пути решения задач теории нелинейных колебаний. Классические методы, основанные на линеаризации уравнений исследуемых систем, сопряжены с осознанной потерей информации — платой за возможность и удобство аналитических выкладок. Открытие солитонов и разработка в связи с этим нового математического аппарата мало изменили прежнюю ситуацию, и только появление ЭВМ позволило перейти к численным методам и дискретизации нелинейных систем, допускающим полное сохранение вида уравнений и, при хорошо организованном вычислительном процессе, повышение точности решений.

Необходимость такого подхода была осознана еще в 1940 году Э. Ферми в Лос-Аламосе, а в 1955 году им совместно с Пастом и Уламом была опубликована задача, обозначаемая ныне аббревиатурой ФПУ [1]. В основу задачи ФПУ положена цепочка частиц (изначально  $N = 40$ ), связанных уравнением движения

$$\ddot{Q} = f(Q_{n+1} - Q_n) - f(Q_n - Q_{n-1}), \quad (1)$$

где  $Q_n$  — смещение из состояния равновесия, а  $f(Q)$  — некоторая функция, включающая как линейную часть, так и малую нелинейную добавку.

---

\*© М. Г. Сербуленко, 1996.

Численное решение (1) проводилось до нескольких десятков тысяч циклов, и изучалось распределение энергии между нормальными модами. Далее были предприняты усилия для преобразования (1) к континуальному виду и сведению задачи ФПУ к задаче Кортевега — де Фриза [2]. Исследования нелинейных колебаний, одномерных цепочек продолжались и дальше, но они были направлены в основном на изучение солитонов.

В настоящей работе предпринята попытка построить простейшую цепочечную, нелинейную модель одномерного разреза Земли.

## 1. Линейная цепочка свободных частиц, обладающих двойным потенциалом

Воспользуемся предыдущей работой автора [3], в которой показано, что модель, построенная из свободных частиц, обладающих двойным потенциалом типа Леннарда—Джонса, может описывать твердое, жидкое и газообразное состояние вещества.

Основой модели в одномерном случае служит дифференциальное уравнение движения в ньютоновой форме:

$$m_i \frac{d^2 z_i}{dt^2} = \frac{\partial U}{\partial z_i}, \quad (2)$$

$$U = \sum_{j=1}^N \frac{m_i m_j}{R_{ij}^q} - \frac{m_i m_j}{R_{ij}^p}, \quad i \neq j, \quad (3)$$

$$R^2 = (z_i - z_j)^2,$$

а  $q$  — показатель в члене притяжения и — в члене отталкивания.

Выбирая  $q$  и и задавая распределение частиц по массам, можно строить модели любой сложности. Практическое ограничение накладывает только число частиц (быстродействие ЭВМ).

## 2. Методика проведения численного эксперимента

Особенности построения вычислительной схемы изложены достаточно подробно в [3], и здесь мы их касаться не будем.

Изучение колебаний цепочки частиц проводится следующим образом. Выбирается длина цепи  $N$  и ее шаг. Задаются массы частиц. Начальная скорость их принимается равной нулю. Вводится затухание, пропорциональное скорости частицы, и задача запускается. При удачно выбранном затухании за несколько сот итерационных шагов достигается равновесное состояние частиц с необходимой точностью. Полученные координаты частиц записываются в файл для последующих экспериментов с этим набором частиц.

Затем задача запускается вновь. Вводятся координаты равновесия. Через несколько итерационных шагов программа прерывается, изменяется или убирается затухание, и вносится некоторое возмущение в систему частиц. Поскольку поставлена задача моделирования землетрясений, то чаще всего имитируется сброс или взброс на некоторой глубине. Колебательный процесс отображается на  $N$  параллельных осциллограммах так, что каждая точка осциллограммы отображает глубину частицы и моменты пребывания ее на этой глубине.

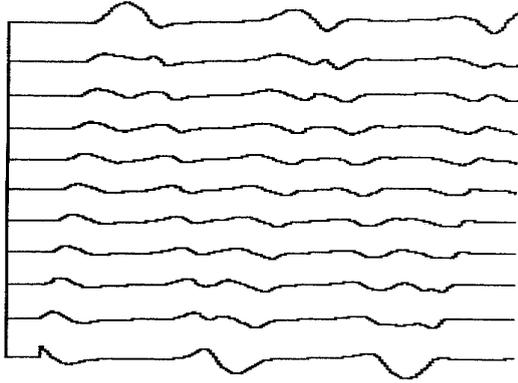


Рис. 1.

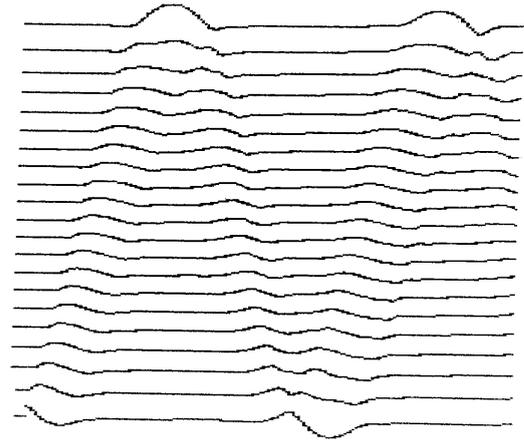


Рис. 2.

### 3. Эксперименты и их обсуждение

1. Одиннадцать частиц одинаковой массы. После возбуждения (взброс) нижней, первой частицы возникает волновой процесс, показанный на рис. 1. Хорошо видна уединенность волны, распространяющейся в сторону свободной поверхности, а также ее почти постоянная скорость. Интересны многократные отражения от свободных границ. Продолжение распространения волнового процесса приводит к постепенному расплыванию уединенного импульса, объяснение которого общеизвестно.

Из рис. 1 видно, что амплитуды колебаний на свободных границах одинаковы, а в центральной части они меньше. Этот факт имеет простое объяснение: в центре частицы сжаты взаимным тяготением, что порождает увеличение возвращающих сил. Рисунок 1 является, таким образом, наиболее грубой моделью разреза через центр Земли. Последним обстоятельством мы воспользуемся для построения следующих моделей.

2. Изменение числа частиц одинаковых масс ничего существенного не меняет в картине волнового процесса (при таком же способе возбуждения). На рис. 2 приведена цепочка из 21-й частицы. Нетрудно заметить, что возросло отношение амплитуд в центре и на границах. Заметно улучшилась уединенность волны.

3. Возмущение центральной частицы в эксперименте 1. Сообщим шестой частице импульс, направленный вверх. К поверхности распространяется волна сжатия (рис. 3), а к дну системы — растяжения. Наблюдается общеизвестный факт: волна сжатия распространяется быстрее волны растяжения.

4. Одиннадцать частиц с массами, изменяющимися по экспоненциальному закону. Пусть масса нижней частицы  $m_1$ , а верхней —  $m_n$  и пусть массы частиц убывают снизу вверх по закону

$$M_i = M_1 \exp((i - 1)(\ln(M_n/M_1)/(N - 1))). \quad (4)$$

Если положить, например,  $m_1 = 100$ , а  $m_n = 1$  и возбудить нижнюю частицу малым ее смещением вверх, то получим волновой процесс, изображенный на рис. 4. Здесь мы воспользовались наблюдением отношения амплитуд в опытах 1 и 2 и поместили точку возбуждения в самую тяжелую часть цепи, где нелинейность возвращающей силы наибольшая. Осциллограмма рис. 4 показывает, что происходит значительное увеличение амплитуды при выходе волны на поверхность и что повторные отражения сохраняют ее величину

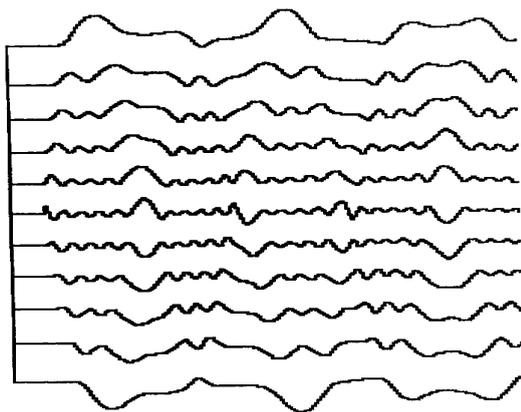


Рис. 3.

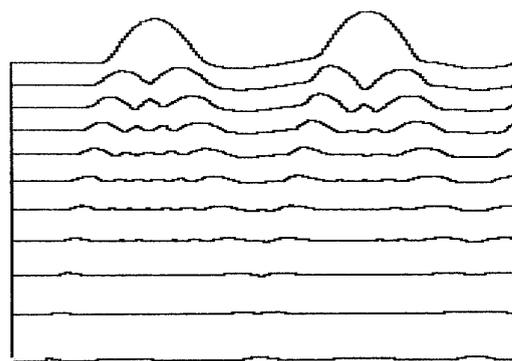


Рис. 4.

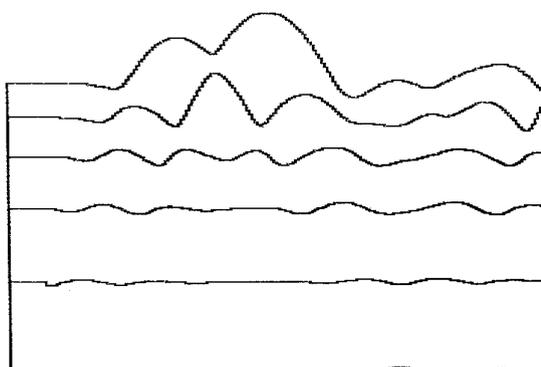


Рис. 5.

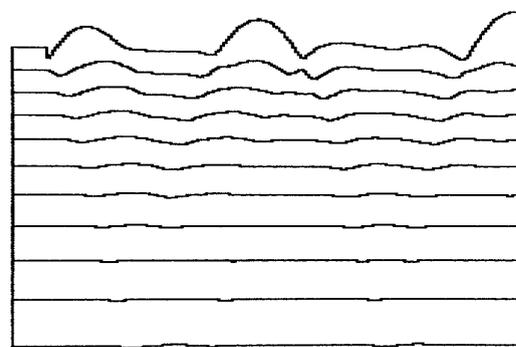


Рис. 6.

(консервативная система).

Этот численный эксперимент указывает на один из возможных механизмов возникновения разрушительных землетрясений на поверхности Земли.

5. Повторение предыдущего эксперимента, но с другим числом частиц. Изменение числа частиц практически ничего не меняет в поведении волны, если только сохраняется экспоненциальное распределение масс частиц. На рис. 5 показан случай с шестью частицами, причем возмущение сообщено второй снизу частице. Опыты с 31-й и 41-й частицами и отношениями  $n/1$  порядка 5/1 и даже 3/1 показали, что возможны разрастания амплитуд много большие, чем приведенные на представленных графиках (ограниченность объема статьи не позволила их здесь привести).

6. Удар о внешнюю поверхность. Пусть задана цепочка опыта 4. Произведем удар извне по верхней (легкой) поверхности. Если он не очень сильный, то можно наблюдать волновую картину, показанную на рис. 6. Возбуждение поверхности повторяется после каждого отражения. Если же удар о поверхность будет более сильным (рис. 7), то после углубления верхней частицы и сжатия цепи она выбрасывается за пределы цепи. Отраженная от дна волна оказывается способной выбросить вторую частицу. Оставшейся в системе энергии

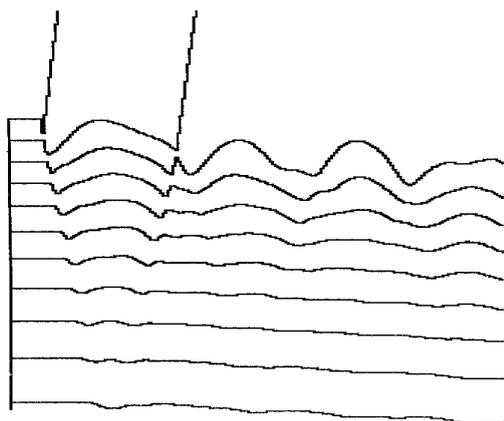


Рис. 7.

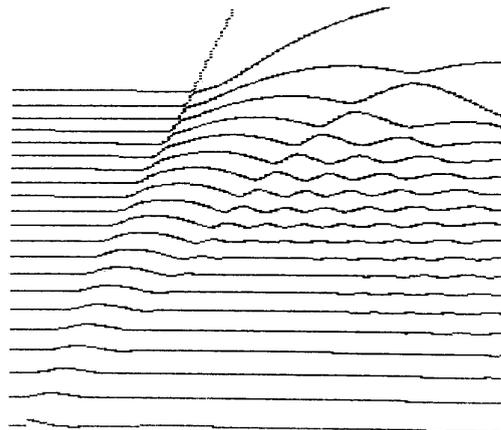


Рис. 8.

не хватает более на дальнейшее разрушение цепи.

Этот эксперимент в какой-то мере может служить иллюстрацией возбуждения колебаний Земли в результате удара космического объекта. Точно такое же разрушительное воздействие на поверхность может оказать достаточно сильный удар в нижней части цепи. На рис. 8 показан эффект разрушения выходной поверхности при 21-й частице.

Три последних графика могут успешно служить объяснением и других физических явлений. Так, данные рис. 6 и 7 пригодны для описания ионного травления, а рис. 8 — для иллюстрации процесса термоэмиссии или разрушения выходной поверхности стекол и кристаллов под воздействием гигантского импульса света.

#### 4. Заключение

Исследование нелинейных колебаний одномерных цепочек, состоящих из частиц разных масс, связанных взаимным притяжением и отталкиванием, показало, что принятая математическая модель позволяет конструировать колебательные системы со сколь угодно большими нелинейностями и успешно решать сформулированные задачи. Это обстоятельство выгодно отличает подход, избранный автором, от подхода, унаследованного физикой от цепочек Максвелла и задачи ФПУ, где большие нелинейности просто неосуществимы.

Не повторяя здесь полученных результатов, отметим, что переход к плоской и трехмерной задачам не требует особых усилий и что единственным ограничивающим фактором является производительность ЭВМ.

#### Список литературы

- [1] FERMI E., PASTA J.R. AND ULAM S.M. *Studies on nonlinear problems*. Technical Report LA-1940, Los Alamos Sci., 1955; also in *Collected Works of E.Fermi*, vol. II, Chicago: Univ. Chicago Press, 1965, 978–988.
- [2] Додд Р., Эйлбек Дж., Гиббон Дж., Моррис Х. *Солитоны и нелинейные волновые уравнения*. (Под ред. Шабата А. Б.), Мир, М., 1988.

- [3] СЕРБУЛЕНКО М. Г. Численная модель вязкоупругой жидкости. В *“Вычислительные технологии”*, ИВТ СО РАН, Новосибирск, 4, №15, 1995, 41–248.
- [4] ВИНОГРАДОВА М. Б., РУДЕНКО О. В., СУХОРУКОВ А. П. *Теория волн*. Наука, М., 1979.

*Поступила в редакцию 15 сентября 1995 г.*