

Модификация алгоритмов оценки фрактальной размерности изображений облаков

В. Т. КАЛАЙДА*, А. И. ШАПОШНИКОВ

Национальный исследовательский Томский государственный университет, 634050, Томск, Россия

*Контактный автор: Калайда Владимир Тимофеевич, e-mail: kvt@mail.tsu.ru

Поступила 25 января 2023 г., доработана 07 апреля 2023 г., принята в печать 03 мая 2023 г.

Статья посвящена разработке методики оценки фрактальной размерности облачных образований. Изображения облачного покрова Земли содержат наложенные и частично перекрывающие друг друга различные типы облачности. Каждый тип облачности обладает различными значениями коэффициентов ослабления излучения, поэтому задача разделения типов облачности является важнейшей при вычислении радиационного баланса. Значимый информативный параметр при классификации облачности — фрактальная размерность. Вместе с тем получаемые при использовании “современных” методов и алгоритмов оценки фрактальной размерности существенным образом зависят от “позиционирования” объекта. В работе предложена эффективная (по точности), инвариантная относительно “позиционирования” объекта, методика оценки фрактальной размерности.

Ключевые слова: box counting, фрактальная размерность, облако, оценка, погрешность.

Цитирование: Калайда В.Т., Шапошников А.И. Модификация алгоритмов оценки фрактальной размерности изображений облаков. Вычислительные технологии. 2024; 29(1):86–92. DOI:10.25743/ICT.2024.29.1.008.

Введение

Изучению объектов, размерности которых оказались дробными, в последнее время уделяется большое внимание: поиск в базе Федерального института промышленной собственности (ФИПС) по запросу “фрактальная размерность” выдает более 200 записей только из трех последних бюллетеней. Идеи фрактальности широко используются в научных и прикладных исследованиях [1–6]. В этих и других работах используется схема вычисления размерности одного конкретного объекта, положение которого удобно фиксировать. В таком случае просто и выделять в нем части, и находить относительную позицию частей. Но для использования размерности (дробной) в качестве признака класса возникает задача позиционирования объектов, а как понятно из определений размерности, положение объекта (а точнее, системы отсчета) влияет на результат вычислений. В таких случаях авторы [3], сталкиваясь с расхождениями в результатах, рекомендуют усреднять полученные значения фрактальной размерности.

В ситуации, когда размерность (дробная = фрактальная) предназначена для характеристики класса объектов, приходится учитывать смещения объектов в соответствующем пространстве. При этом смещения одного и того же объекта воспринимаются как

разные объекты. Для совпадения результатов, получаемых при вычислении (фрактальной) размерности идентичных объектов, становится важным “правильное” позиционирование этих элементов, так как изменение положения объекта приводит к изменению результата вычисленной размерности.

Фрактальная размерность множества в метрическом пространстве определяется как размерность множества A (по Минковскому [7, 8])

$$D(A) = -\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \log_{\varepsilon} N(\varepsilon),$$

где ε — размер шара (а при изменении метрики меняется и форма шара), а $N(\varepsilon)$ — количество шаров, достаточное для покрытия множества A . При таком определении размерности перемещения множества A не могут изменять значения его размерности, даже если размерность фрактальная. Простейший случай смещений объектов — вертикальные и горизонтальные движения. На этих классах движений уже можно вычислить среднее значение и дисперсию фрактальной размерности.

В статье приводятся расхождения, встречающиеся при подсчете размерности множества A по Минковскому методом Box counting. Эти расхождения в первую очередь определяются используемым методом оценки фрактальной размерности (методической ошибкой). Разработаны и объяснены методы получения оценки фрактальной размерности и величины ошибки.

1. Технология вычисления фрактальной размерности

Изображения облаков использовались как тестовый материал для вычисления фрактальной размерности — характеристики класса объектов. Для получения экземпляров класса можно выделить любой, достаточно крупный участок изображения облачного неба и/или поворачивать и смещать его в любом направлении. Такое изображение, преобразованное в черно-белое (бинарное), является объектом исследования. Ненулевые пиксели принадлежат объекту, а нулевые составляют фон (“пустоту”). Преобразование RGB-изображения в черно-белое производится за два шага:

- преобразование RGB-изображения в полутоновое по схеме $Gray = R \cdot 0.299 + G \cdot 0.587 + B \cdot 0.114$;
- бинаризация полутонового изображения $Gray$, например, методом Отсу [9].

Эти преобразования можно проиллюстрировать на примере изображения облачного неба (RGB24-изображение размером 3648×543) из [10]:

- 1) исходное изображение (рис. 1);
- 2) преобразование исходного в полутоновое (рис. 2);
- 3) преобразование полутонового изображения в черно-белое (рис. 3).

Фрактальная размерность вычисляется для черно-белого изображения.

Вычисление фрактальной размерности черно-белого изображения, производимое с помощью “типовых” алгоритмов [4–6], дает результаты:

- boxcount из [4] — $D_b = 1.696773$;
- HausDim из [5] — $D_h = 1.696773$;
- метод из [6] — $D_p = 1.762980$.

Значения D_b и D_h , получаемые вычислительными схемами из [4, 5], существенно отличаются от значения D_p [6]. Исследование программ из [4–6] показывает, что рассмотренные три приложения являются двумя разными методами оцифровки одного

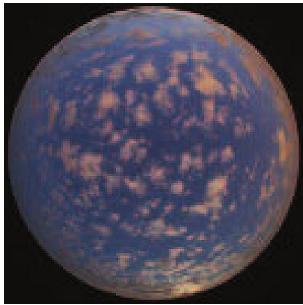


Рис. 1. Изображение облачного неба
Fig. 1. Image of cloudy sky



Рис. 2. Полутоновое изображение
Fig. 2. Grayscale image

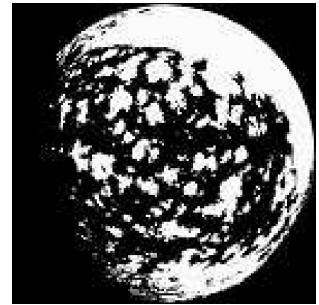


Рис. 3. Черно-белое изображение
Fig. 3. Black and white image

и того же явления. Целая часть размерности (“1”) свидетельствует о двумерности плоского изображения. А отличие уже в первом знаке после запятой не позволяет говорить о совпадении результатов и получении действительно оценки одного и того же явления. Полное совпадение результатов D_b и D_h даже вызывает к ним большее доверие.

2. Оценка фрактальной размерности

Дальнейший анализ используемых алгоритмов показывает, что подсчет количества ячеек, покрывающих множество белых пикселей, в boxcount [4] и HausDim [5] основан на изменении размеров “покрывающих” квадратных ячеек, площади которых являются степенью двойки, т. е. $R = 1, 2, 4, \dots, 2^n$, $\max(\text{size}(A)) \leq 2^n$.

Для оценки фрактальной размерности в PVSM [6] используются ячейки, геометрические размеры которых определяются путем деления каждой стороны прямоугольника, описанного вокруг изображения, последовательно на 2^i , $i = 0, 1, 2, \dots, n$. Таким образом, программы из [4–6] являются приложениями, в которых используются два различных способа оцифровки одного и того же явления. Этим, очевидно, и объясняются различия в оценках.

Другим источником расхождений (погрешностей) является ограниченное (особенно для “небольших” изображений) количество измерений, доступных при вычислении фрактальной размерности, даже для изображения размером 8000×8000 $n \simeq 14$. Увеличение размера анализируемого изображения с целью уменьшения погрешности оценки фрактальной размерности повышает вычислительную сложность в геометрической прогрессии ($O(2^n)$). Из вышесказанного возникает противоречивое требование — повышение достоверности оценки фрактальной размерности облачных образований без увеличения вычислительной сложности алгоритмов.

Для устранения этих противоречий предлагается модернизировать алгоритмы вычисления фрактальной размерности двумя способами.

- Исключить из последовательности, используемой для расчета, ячейки большого размера (например, площадь которых более 10 % площади изображения), так как “покрытие” такими ячейками грубо описывает структуру изображения. Проведенные для этих предположений оценки фрактальной размерности по алгоритмам boxcount и HausDim показали результаты $\tilde{D}_p = \tilde{D}_h = 1.758481$, которые приближаются к оценкам PVSM.
- Для того чтобы привлечь к построению регрессионной прямой большое количество измерений и тем самым уменьшить ошибку оценки (в соответствии с условием



Рис. 4. Вариант смещения изображения

Fig. 4. Shifted image

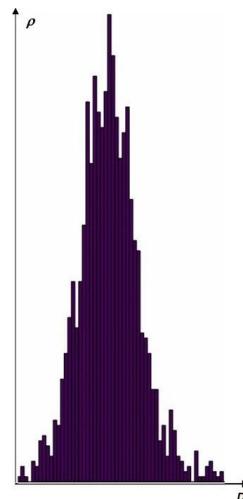


Рис. 5. Гистограмма фрактальных размерностей

Fig. 5. Histogram of the fractal dimensions

Оценка фрактальной размерности различных типов облаков

Тип	Оценка
<i>St</i>	1.7849 ± 0.0021
<i>Ns</i>	1.7603 ± 0.0030
<i>Ac</i>	1.7507 ± 0.0021
<i>Cu</i>	1.7585 ± 0.0024
<i>Sc</i>	1.7902 ± 0.0026
<i>Cs</i>	1.8030 ± 0.0020
<i>Ci</i>	1.8235 ± 0.0023
<i>As</i>	1.8378 ± 0.0019
<i>Cc</i>	1.8015 ± 0.0027

состоительности оценки $\sigma^2 \sim \sigma_0^2/N$, где N — число измерений [11]), предлагается обрабатывать множество изображений, полученных путем смещения изображения по фону (без изменения размера анализируемого изображения (рис. 4)), случайным образом либо по схеме, рассмотренной в [12]. Гистограмма оценок фрактальной размерности облачных образований приведена на рис. 5.

Расчеты проводились для количества смещений порядка ста. Так как максимальная случайная ошибка зависит от закона распределения, важно сформулировать и оценить гипотезу о функции плотности распределения. При достаточно большом числе данных ($n > 50$) лучшим критерием проверки гипотезы о виде распределения является критерий χ^2 (или критерий согласия К. Пирсона) [13]. Проведенная проверка согласия эмпирического распределения (рис. 5) с теоретическим показала, что по критерию Пирсона $\chi^2 \approx 1.32$ (уровень значимости $\alpha = 0.05$) не противоречит нормальному закону.

С учетом предложенных модификаций проведены оценки фрактальной размерности по трем рассмотренным выше алгоритмам. Результаты оценок совпали:

- оценка фрактальной размерности (математическое ожидание) $D = 1.7019$;
- среднеквадратическое отклонение $\sigma = 0.0012$.

Эффективность предложенной модификации также была проверена на изображениях различных типов облачности (съемка с Земли). Количество изображений каждого типа облаков 50–100. Результаты оценки фрактальной размерности приведены в таблице.

Заключение

Приведенные выше результаты подтверждают, что предложенные модификации алгоритмов оценки фрактальной размерности облачных покровов устраниют проблемы в расхождении результатов, связанные с различными способами оцифровки и неточностью фиксации изображения. Вместе с тем представление различных типов облаков

в виде бинарного изображения является лишь первым приближением, хотя и активно используемым для решения широкого класса прикладных задач. Более точное (и полное) описание следует ожидать от идентификации таких объектов мультифракталами, учитывающими трехмерность. Эти проблемы будут рассматриваться в следующих работах.

Список литературы

- [1] **Бревик И., Шаповалов А.В.** Эффекты низкой концентрации в водных растворах в рамках фрактального подхода. Известия высших учебных заведений. Физика. 2022; 65(10):50–56. DOI:10.17223/00213411/65/2/3.
 - [2] **Магомедова Д.И.** Фрактальные модели и алгоритмы создания защитной маркировки для обеспечения целостности и аутентичности растровых изображений. Системы синхронизации, формирования и обработки сигналов. 2020; 11(1):57–67.
 - [3] **Шелухин О.И., Магомедова Д.И.** Анализ методов измерения фрактальной размерности цветных и черно-белых изображений. Наукоемкие технологии в космических исследованиях Земли. 2017; 9(6):6–16.
 - [4] **Moisy F.** Boxcount. 2008. Available at: <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/13063-boxcount> (accessed 04.07.2022).
 - [5] **Costa A.** Hausdorff (Box-Counting) Fractal Dimension. 2022. Available at: <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/30329-hausdorff-box-counting-fractal-dimension> (accessed 04.07.2022).
 - [6] PVSM Вычисление фрактальной размерности Минковского для плоского изображения. 2014. Адрес доступа: <https://www.pvsm.ru/matematika/52344>.
 - [7] **Мандельброт Д.** Фрактальная геометрия природы. М.: Институт компьютерных исследований; 2002: 605.
 - [8] Minkowski Bouligand dimension. Wikipedia. Free Encyclopedia. Available at: https://en.wikipedia.org/wiki/Minkowski_Bouligand_dimension (accessed 04.07.2022).
 - [9] **Otsu N.** A threshold selection method from gray-level histograms. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. 1979; 9(1):62–66. DOI:10.1109/TSMC.1979.4310076.
 - [10] Мониторинг атмосферы и подстилающей поверхности. Панорамно-оптическая станция TomSky 2022. Адрес доступа: https://sky.iao.ru/gallery/2015.07.01_00_15_41.225.jpg.
 - [11] **Калайда В.Т.** Планирование эксперимента. Методы обработки результатов эксперимента и основы математической теории планирования эксперимента. Томск: Издательство Томского университета; 1997: 93.
 - [12] **Шапошников А.И.** Цифровое описание множества при компьютерной обработке. Сборник трудов IX Международной научно-практической конференции. Томск; 2021: 276–277.
 - [13] **Селиванов М.С., Фридман А.Э., Кудряшова Ж.Ф.** Качество измерений: метрологическая справочная книга. Л.: Лениздат; 1987: 403.
-

The modification of algorithms for the estimation of the fractal dimension for cloud's images

V. T. KALAYDA*, A. I. SHAPOSHNIKOV

National Research Tomsk State University, 634050, Tomsk, Russia

*Corresponding author: Vladimir T. Kalayda, e-mail: : kvt@mail.tsu.ru*Received January 25, 2023, revised April 07, 2023, accepted May 03, 2023.***Abstract**

The research addresses the development of methodology for estimating the fractal dimension of cloud formations. Images of the Earth's cloud cover contain superimposed and partially overlapped different types of cloud cover. Taking into account that each type of cloudiness has different values of coefficients for radiation attenuation, the problem of separating cloud types is the most important when assessing the radiation balance. The most important feature used in the classification of cloudiness is the fractal dimension. At the same time, the estimates obtained by using "modern" methods and algorithms for estimating the fractal dimension significantly depend on the "positioning" of the object. The paper proposes an effective (in terms of accuracy) method for estimating the fractal dimension, which is invariant with respect to the "positioning" of an object.

Keywords: box counting, cloud, fractal dimension, estimate, error.

Citation: Kalayda V.T., Shaposhnikov A.I. The modification of algorithms for the estimation of the fractal dimension for cloud's images. Computational Technologies. 2024; 29(1):86–92. DOI:10.25743/ICT.2024.29.1.008. (In Russ.)

References

1. Brevik I., Shapovalov A.V. Effects of low concentration in aqueous solutions within the fractal approach. Russian Physics Journal. 2022; 65(2):197–207.
2. Magomedova D.I., Sheluhin O.I. Fractal models and algorithms for creating a protective marking for integrity and authenticity bitmap images. Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing. 2020; 11(1):57–67. (In Russ.)
3. Sheluhin O.I., Magomedova D.I. Analysis of methods for calculating the fractal dimension of color and grayscale images. High-Tech in Earth Space Research. 2017; 9(6):6–16. (In Russ.)
4. Moisy F. Boxcount. 2008. Available at: <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/13063-boxcount> (accessed 04.07.2022).
5. Costa A. Hausdorff (Box-Counting) Fractal Dimension. 2022. Available at: <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/30329-hausdorff-box-counting-fractal-dimension> (accessed 04.07.2022).
6. PVSM Vychislenie fraktal'noy razmernosti Minkovskogo dlya ploskogo izobrazheniya [Calculation of Minkowski fractal dimension for a flat image]. 2014. Available at: <https://www.pvsm.ru/matematika/52344>. (In Russ.)
7. Mandelbrot D. The fractal geometry of nature. Moscow: Institute of Computer Research; 2002: 605. (In Russ.)
8. Minkowski Bouligand dimension. Wikipedia. Free Encyclopedia. Available at: https://en.wikipedia.org/wiki/Minkowski_Bouligand_dimension (accessed 04.07.2022).
9. Otsu N. A threshold selection method from gray-level histograms. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. 1979; 9(1):62–66. DOI:10.1109/TSMC.1979.4310076.

10. Monitoring atmosfery i podstilayushchey poverkhnosti. Panoramno-opticheskaya stantsiya TomSky 2022 [Monitoring of the atmosphere and underlying surface. Panoramic optical station TomSky 2022]. Available at: https://sky.iao.ru/gallery/2015.07.01_00_15_41.225.jpg. (In Russ.)
11. **Kalaida V.T.** Planirovanie eksperimenta. Metody obrabotki rezul'tatov eksperimenta i osnovy matematicheskoy teorii planirovaniya eksperimenta [Planning the experiment. Methods for processing experimental results and the fundamentals of the mathematical theory of experiment planning]. Tomsk: Izdatel'stvo Tomskogo Universiteta; 1997: 93. (In Russ.)
12. **Shaposhnikov A.I.** Tsifrovoe opisanie mnozhestva pri komp'yuternoy obrabotke [Digital description of a set during computer processing]. Sbornik Trudov IX Mezhdunarodnoy Nauchno-Prakticheskoy Konferentsii. Tomsk; 2021: 276–277. (In Russ.)
13. **Selivanov M.S., Fridman A.E., Kudryashova Zh.F.** Quality of measurements: metrological reference book. Leningrad: Lenizdat; 1987: 403. (In Russ.)