

Математическое моделирование способа управления селективным водозаборным процессом в стратифицированном водоеме

И. Д. МУЗАЕВ^{1,2}, К. С. ХАРЕБОВ^{1,*}, Н. И. МУЗАЕВ¹

¹Геофизический институт Владикавказского научного центра РАН, Владикавказ, Россия

²Владикавказский филиал Финансового университета при Правительстве РФ, Владикавказ, Россия

*Контактный автор: Харебов Константин Сергеевич, e-mail: kosta7x7@yandex.ru

Поступила 25 августа 2020 г., доработана 17 сентября 2020 г., принята в печать 23 сентября 2020 г.

Разработана математическая модель способа управления селективным водозаборным процессом, когда вода забирается из водоема с вертикальной непрерывной температурной стратификацией. Предлагаемый способ обеспечивает снабжение холодной водой систем технического водоснабжения ТЭС, АЭС, предприятий. Составленная математическая модель представляет стационарную краевую задачу гидродинамики мало сжимаемой жидкости. Сжимаемость обусловлена вертикальной температурной стратификацией. В результате решения поставленной краевой задачи определены проекции вектора скорости, вычислена линия тока, приходящая к верхней кромке донного водозаборного окна. По мере увеличения скорости водозабора через вспомогательное окно упомянутая линия тока опускается вертикально вниз и температура забираемой через нижнее окно воды уменьшается. Составляющие вектора скорости движения воды в водоеме вычислены строгими аналитическими методами математической физики. Линии тока рассчитаны методами конечных разностей Рунге — Кутты.

Ключевые слова: селективный водозабор, стратифицированный водоем, плотностное число Фруда, потенциал скорости, линии тока, критические положения поверхности раздела слоев воды.

Цитирование: Музаев И.Д., Харебов К.С., Музаев Н.И. Математическое моделирование способа управления селективным водозаборным процессом в стратифицированном водоеме. Вычислительные технологии. 2020; 25(5):4–16. DOI:10.25743/ICT.2020.25.5.002.

Введение

Для снабжения холодной водой систем технического водоснабжения ТЭС, АЭС, предприятий в ряде случаев необходимо подавать холодную воду из глубинных слоев температурно-стратифицированного водоема — источника водоснабжения. Однако, даже при низкой скорости забора воды $v_0 = 0.1 \dots 0.15$ м/с, донное водозаборное окно начинает захватывать воду либо из большей части толщи воды, либо из всей толщи водоема. В результате этого температура забираемой воды может превысить предельно допустимые значения для систем технического водоснабжения.

При проектировании селективных водозаборных устройств очень важно определение критического положения поверхности раздела слоев воды. Критическое положение — это предельное положение поверхности раздела слоев, при котором вода забирается только из одного определенного слоя, причем захват воды из других смежных слоев исключен. Если из двухслойного водоема вода забирается из нижнего слоя, то предельное положение поверхности раздела называется верхним критическим положением, а при заборе воды из верхнего слоя — нижним критическим положением. В справочной литературе [1–4], а также в строительных нормах и правилах [3] для гидравлических расчетов критических положений рекомендуется использовать эмпирические формулы Н. Кулеша, Д. Харлемана, И.И. Макарова, А. Края, И. Давидиана, И. Гловера [1–4]. В литературных источниках [5, 6] получены совокупности расчетных формул и разработаны алгоритмы для вычисления критических положений поверхностей разделов слоев в трехслойном стратифицированном водоеме. В случае, когда в водоеме — источнике водоснабжения присутствует вертикальная непрерывная плотностная стратификация, в [1–3] рекомендуется использовать график зависимости относительной активной толщины подсасываемого водозаборным окном слоя воды от плотностного числа Фруда (рис. 1).

Этот общеизвестный график позволяет вычислить толщину и температуру активного слоя воды, подсасываемого водозаборным окном, в зависимости от скорости забора воды, глубины воды и разности плотностей воды на дне и поверхности водоема. Например, при глубине водоема $H = 10$ м плотности воды на поверхности и дне водоема равны $\rho_H = 998.02$ кг/м³, $\rho_0 = 1000.0$ кг/м³. Эти значения плотности воды соответствуют температуре на поверхности $T_H = 21$ °С и на дне $T_0 = 4$ °С [7]. Если скорость водозабора через глубинное окно равна $V = 0.13$ м/с, то плотностное число Фруда имеет значение

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gH \frac{\rho_H - \rho_0}{\rho_0}}} = 0.29.$$

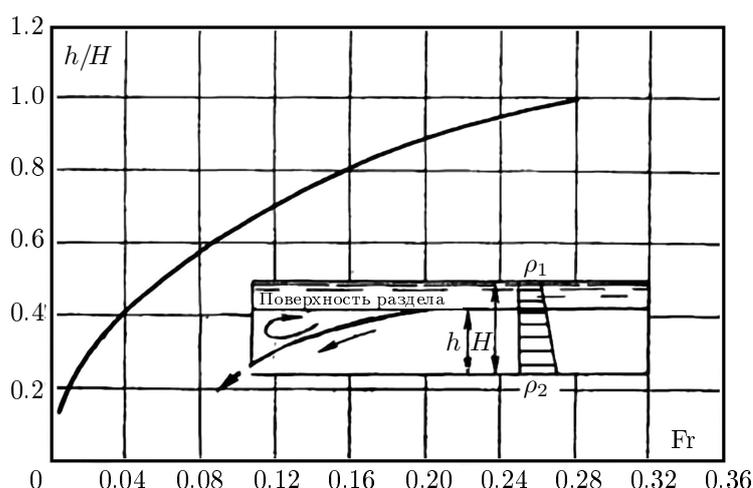


Рис. 1. График зависимости относительной активной толщины подсасываемого водозаборным окном слоя воды от плотностного числа Фруда

Fig. 1. Relative active thickness of the water layer sucked in by the intake window versus the Froude density number

Из рис. 1 следует, что приведенное значение $F\Gamma$ превосходит критическое значение $F\Gamma_{кр} = 0.28$, соответственно водозаборное окно захватывает всю толщу воды в водоеме. Если принять предположение о том, что температура воды по глубине распределена по линейному закону, то средняя температура забираемой воды составит 12.5°C .

В данной статье предложен способ, позволяющий понижать температуру воды, забираемой через донное окно, и доводить ее до значения, ниже допустимого. Суть предложенного способа заключается в следующем: над донным водозаборным окном устраивается такое же вспомогательное окно, и через него забирается вода. По мере увеличения скорости забора воды через управляющее окно линии тока, приходящие к верхней кромке нижнего — основного водозаборного окна, опускаются вертикально вниз и тем самым уменьшается толщина активного слоя, т. е. толщина подсасываемого основным окном слоя воды. В соответствии с этим средняя температура воды, забираемой через донное окно, становится ниже, чем в случае без вспомогательного окна. Полученные результаты строго доказаны на основе математического моделирования предложенного способа забора воды из придонных холодных слоев водоема.

Составленная математическая модель представляет краевую задачу гидродинамики мало сжимаемой жидкости. Сжимаемость воды обусловлена вертикальной температурной стратификацией водоема. В результате решения поставленной краевой задачи получена совокупность расчетных формул для вычисления поля скоростей движения жидкости. В непосредственной близости от напорной вертикальной грани водоема поле скоростей уточнено на основе теории пограничного слоя. Затем поставлена нелинейная краевая задача, моделирующая положение линии тока, приходящей к верхней кромке нижнего водозаборного окна. Краевая задача решена конечно-разностным методом Рунге — Кутты [8]. Проведен ряд вычислительных экспериментов на компьютере. На основе вычислительных экспериментов доказано утверждение о том, что по мере увеличения скорости забора воды через верхнее окно рассматриваемая линия тока опускается вертикально все ниже и ниже. Следовательно, толщина активного слоя, из которого забирается вода через нижнее окно, уменьшается, тем самым понижается и средняя температура воды, забираемой через донное окно, по сравнению со случаем без вспомогательного окна.

1. Составление математической модели селективного водозаборного процесса по предложенному способу забора воды и обоснование ее адекватности и достоверности

Предположим, что в прямоугольной декартовой системе координат $OXYZ$ часть пространства, ограниченная условиями $0 < x < \infty$, $0 < y < B$, $0 < z < H$, представляет схематизированный стратифицированный водоем — источник водоснабжения. Забираемая из водоема вода предназначена для снабжения холодной водой систем технического водоснабжения ТЭС, АЭС, предприятий. Полагается, что стратификация водоема обусловлена изменением температуры по глубине, например, по линейному закону следующего вида:

$$T(z) = T_0 + \frac{T_H - T_0}{H} z, \quad 0 \leq z \leq H, \quad (1)$$

где T_0 и T_H — температура на дне и поверхности водоема; H — глубина водоема. На вертикальной грани водоема ($x = 0$) устроены два одинаковых окна, одно над дру-

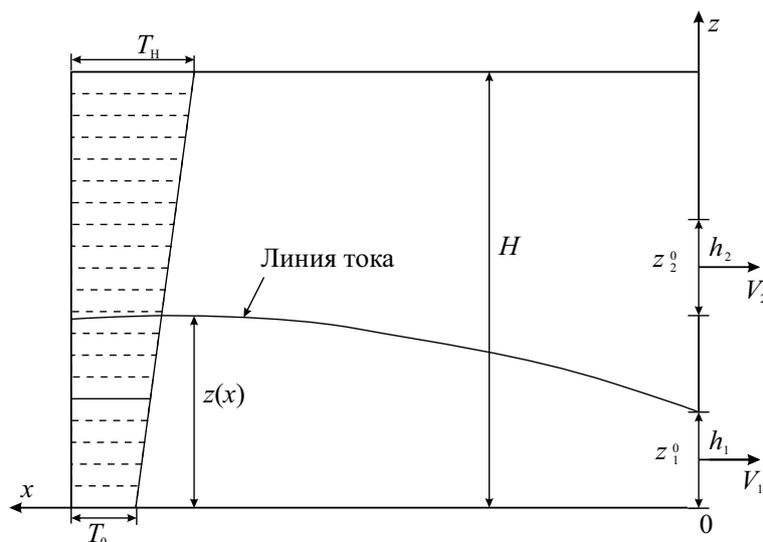


Рис. 2. Расчетная схема поставленной краевой задачи
 Fig. 2. Calculation scheme of the boundary value problem

гим (рис. 2).

Нижнее, донное, окно 1 предназначено для забора воды из нижних придонных слоев водоема, где вода бывает холоднее, чем в верхних слоях. Верхнее, вспомогательное, окно 2 предназначено для управления температурой в воде, которая забирается через нижнее окно. Вертикальный температурный градиент в водоеме может быть достаточно большим. Например, если температуры на поверхности и дне водоема равны $T_H = 21\text{ }^\circ\text{C}$ и $T_0 = 4\text{ }^\circ\text{C}$ соответственно, то градиент температуры будет равен 1.7 град/м. Однако градиент относительной плотности по глубине при этих температурах будет ничтожно малой величиной [7]:

$$\frac{\rho_0 - \rho_H}{\rho_0 H} = \frac{1000 - 998.02}{1000 \cdot 10} \approx 0.000198\text{ м}^{-1}.$$

В связи с этим принимается предположение о том, что влияние сжимаемости воды, обусловленное вертикальным градиентом температуры на поле вектора скоростей движения воды, можно не учитывать при $4 \leq T \leq 21\text{ }^\circ\text{C}$ в связи с его ничтожно малым значением. Что касается обратного — влияния движения жидкости на поле температуры воды и в итоге на температуру воды, забираемой через нижнее окно, то им нельзя пренебрегать в связи с его существенным влиянием на температуру забираемой воды.

Следующим упрощающим предположением является то, что внутри водоема движение воды всегда полагается безвихревым и стационарным. Безвихревость движения обусловлена тем, что скоростям водозабора через водозаборные окна будут присваиваться малые числовые значения $V_1 \leq 0.15\text{ м/с}$, $V_2 \leq 0.15\text{ м/с}$. При таких низких скоростях внутри водоема вряд ли образуются крупномасштабные вихри, существенно влияющие на распределение поля скоростей внутри водоема. Кроме того, при малых постоянных значениях скоростей V_1 и V_2 первоначально нестационарное движение воды всегда переходит в стационарное.

Что касается влияния вязкости воды на поле вектора скорости, то оно, как правило, бывает существенным в непосредственной близости от границ водоема. В данной работе это влияние учтено в непосредственной близости от вертикальной грани ($x = 0$), на которой расположены водозаборные окна. Именно на этой грани происходят важные

гидродинамические процессы и в непосредственной близости существенно искривляются линии тока [5–7, 9–12].

С учетом вышепринятых упрощающих предположений в линейном приближении система дифференциальных уравнений Эйлера сводится к следующему одному дифференциальному уравнению относительно потенциала скорости движения воды в водоеме:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dz} \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0. \quad (2)$$

Как показано выше, в случае принятой вертикальной температурной стратификации вертикальный относительный градиент плотности есть ничтожно малая величина. В связи с этим вычислительные эксперименты показывают, что на поле скоростей движения воды третий член уравнения (2) практически не влияет. Тогда уравнение (2) сводится к уравнению Лапласа, т. е. к уравнению потенциального движения идеальной несжимаемой жидкости [11, 12]:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0. \quad (3)$$

В предположении, что значения ширины окон в направлении координатной оси OY равны ширине водоема, задача вырождается в двумерную. Искомая функция — потенциал φ — зависит только от двух пространственных координат — x и z .

В соответствии с расчетной схемой (рис. 2) граничные условия для потенциала скорости $\varphi(x, z)$ имеют следующий вид:

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_{x=0} = -V(z), \quad \left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_{x=\infty} = -U(z), \quad (4)$$

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right|_{z=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right|_{z=H} = 0, \quad (5)$$

где

$$V(z) = \begin{cases} V_1 & \text{при } 0 \leq z \leq h_1, \\ 0 & \text{при } z_1^0 + \frac{h_1}{2} < z < z_2^0 - \frac{h_2}{2}, \\ V_2 & \text{при } z_2^0 - \frac{h_2}{2} \leq z \leq z_2^0 + \frac{h_2}{2}, \\ 0 & \text{при } z_2^0 + \frac{h_2}{2} < z < H, \end{cases} \quad (6)$$

$$U(z) = \frac{V_1 h_1 + V_2 h_2}{H} \quad \text{при } 0 \leq z \leq H. \quad (7)$$

Здесь V_1 — скорость забора воды через нижнее окно 1; V_2 — скорость забора воды через верхнее окно 2; z_1^0 и z_2^0 — вертикальные координаты центров водозаборных окон; h_1 и h_2 — высоты водозаборных окон.

Совокупность выражений (1)–(7) представляет хотя и упрощенную, но обоснованную математическую модель предложенного способа управления водозаборным процессом.

2. Решение поставленной краевой задачи и получение совокупности расчетных формул для управления водозаборным процессом

Решение дифференциального уравнения (3) с учетом граничных условий (5) целесообразно искать в виде тригонометрического ряда по косинусам [5–13]:

$$\varphi(x, z) = \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_n(x) \cos \frac{n\pi}{H} z.$$

Аналогично разлагаем в ряды Фурье по косинусам функции $V(z)$ и $U(z)$:

$$V(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n \cos \frac{n\pi}{H} z, \quad U(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \beta_n \cos \frac{n\pi}{H} z,$$

$$\alpha_n = \frac{2}{H} \int_0^H V(z) \cos \frac{n\pi}{H} z dz, \quad \beta_n = \frac{2}{H} \int_0^H U(z) \cos \frac{n\pi}{H} z dz \quad \text{при } n = 1, 2, 3, \dots,$$

$$\alpha_0 = \frac{1}{H} \int_0^H V(z) dz, \quad \beta_0 = \frac{1}{H} \int_0^H U(z) dz \quad \text{при } n = 0.$$

Окончательно потенциал скорости имеет следующий вид:

$$\varphi(x, z) = \frac{4}{H} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha_n}{a_n} e^{-a_n x} \cos a_n z - \frac{V_1 h_1 + V_2 h_2}{H} x.$$

Проекции вектора скорости движения жидкости в водоеме получаются в виде

$$V_x(x, z) = -\frac{4}{H} \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n e^{-a_n x} \cos a_n z - \frac{V_1 h_1 + V_2 h_2}{H}, \quad (8)$$

$$V_z(x, z) = -\frac{4}{H} \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n e^{-a_n x} \sin a_n z, \quad (9)$$

$$\alpha_n = \frac{1}{a_n} \left(V_1 \cos a_n z_1^0 \sin a_n \frac{h_1}{2} + V_2 \cos a_n z_2^0 \sin a_n \frac{h_2}{2} \right), \quad a_n = \frac{n\pi}{H}.$$

Вертикальная грань $x = 0$, на которой расположены водозаборные окна, обтекается вертикальным потоком воды со средней скоростью $\bar{U}(x)$:

$$\bar{U}(x) = \frac{1}{H - h_1} \int_{h_1}^H V_z(x, z) dz = -\frac{4}{H(H - h_1)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha_n}{a_n} e^{-a_n x} (\cos a_n h_1 - \cos a_n H). \quad (10)$$

В связи с обтеканием на этой грани образуется ламинарный пограничный слой. Его толщину определим методом последовательных приближений. Для вычисления толщины пограничного слоя и перераспределения вертикальной составляющей скорости

в ламинарном потоке целесообразно применить метод последовательных приближений (М. Е. Швец). Согласно этому методу при обтекании жидкостью плоскости с постоянной скоростью средняя толщина ламинарного пограничного слоя l вычисляется по следующей формуле [14]:

$$l = \frac{16}{9} \sqrt{\frac{\nu(H - h_1)}{|U|}},$$

где ν — кинематический коэффициент вязкости воды; U — скорость обтекания плоскости.

В первом приближении для скорости обтекания грани при $x = 0$ используем выражение (10):

$$U_1 = U(0) = -\frac{4}{H(H - h_1)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha_n}{a_n} (\cos a_n h_1 - \cos a_n H).$$

Тогда для толщины в первом приближении получаем

$$l_1 = \frac{16}{9} \sqrt{\frac{\nu(H - h_1)}{|U_1|}}.$$

Последующие приближения толщины l и скорости U вычисляются рекуррентными последовательностями

$$U_{k+1} = U(l_k), \quad l_{k+1} = \frac{16}{9} \sqrt{\frac{\nu(H - h_1)}{|U_k|}}, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (11)$$

Вычислительные эксперименты на компьютере показали, что рекуррентная последовательность вычисления толщины пограничного слоя (11) быстро стабилизируется; достаточно остановиться на третьем приближении.

Согласно течению Куэтта в ламинарном слое вертикальная составляющая вектора скорости перераспределяется по следующей зависимости [10]:

$$V_z^* = \begin{cases} V_z(l, z) \frac{x}{l} & \text{при } 0 \leq x \leq l, \\ V_z(x, z) & \text{при } x > l. \end{cases}$$

3. Постановка и решение краевой задачи для вычисления толщины активного слоя воды в водоеме

Активным слоем мы называем часть толщи воды в водоеме, из которого вода забирается через нижнее окно. Ее толщину можно вычислить путем постановки и решения краевой задачи для дифференциального уравнения линии тока, которая приходит к верхней кромке нижнего водозаборного окна. Краевая задача имеет следующий вид:

$$\frac{dz}{dx} = \frac{V_z^*(x, z)}{V_x(x, z)} \quad (12)$$

$$\text{при } x = 0, \quad z(x) = h_1 = z_1^0 + \frac{h_1}{2}. \quad (13)$$

Нелинейное дифференциальное уравнение (12) при граничном условии (13) решено конечно-разностным методом Рунге — Кутты [8]. Согласно указанному методу дифференциальное уравнение (12) заменяется конечно-разностным уравнением

$$z_{i+1} = z_i + \frac{1}{6}(k_{0,i} + 2k_{1,i} + 2k_{2,i} + k_{3,i}), \quad i = 1, 2, 3, \dots,$$

$$k_{0,i} = \frac{V_z^*(x_i, z_i)}{V_x(x_i, z_i)} \Delta, \quad (14)$$

$$k_{1,i} = \frac{V_z^*(x_i + 0.5\Delta, z_i + 0.5k_{0,i})}{V_x(x_i + 0.5\Delta, z_i + 0.5k_{0,i})} \Delta, \quad (15)$$

$$k_{2,i} = \frac{V_z^*(x_i + 0.5\Delta, z_i + 0.5k_{1,i})}{V_x(x_i + 0.5\Delta, z_i + 0.5k_{1,i})} \Delta, \quad (16)$$

$$k_{3,i} = \frac{V_z^*(x_i + \Delta, z_i + k_{2,i})}{V_x(x_i + \Delta, z_i + k_{2,i})} \Delta, \quad (17)$$

где Δ — шаг разностной схемы,

$$z_1 = h_1 = z_1^0 + \frac{h_1}{2} \quad \text{при } x = 0. \quad (18)$$

В расчетных формулах (14) и (15) числители и знаменатели $V_z(x, z)$ и $V_x(x, z)$, составляющие вектора скорости движения воды в водоеме, получены в виде бесконечных тригонометрических рядов (8) и (9). Скорость сходимости этих рядов очень высокая в связи с тем, что в каждом их члене в качестве множителей содержатся экспоненциальные функции $e^{-a_n x}$, где $a_n = \frac{n\pi}{H}$, $n = 1, 2, 3, \dots$. Численными экспериментами на компьютере доказано, что в каждом ряде достаточно суммировать 10 000 членов. Дальнейшее, даже десятикратное увеличение числа членов на результаты вычислений не влияет. Значение горизонтальной составляющей скорости $V_x\left(0, z_0^1 + \frac{h_1}{2}\right)$ на месте верхней кромки нижнего окна вычисляется как арифметическое среднее между величиной скорости водозабора через нижнее окно и нулем, как это принято в конечно-разностных методах решения краевых задач в точках разрыва граничных условий.

В конечно-разностном методе Рунге — Кутты шаг разностной схемы Δ подобран вычислительными экспериментами на компьютере. Установлено, что во всех вариантах вычислительных экспериментов шаг можно взять равным $\Delta = 0.005$ м.

4. Результаты вычислительных экспериментов на компьютере. Управление водозаборным процессом

Управляющим входным параметром водозаборного процесса является скорость V_2 забора воды через верхнее окно. В результате выполнения вычислительных экспериментов по конечно-разностной схеме (12)–(18) и полученной совокупности расчетных формул установлена степень зависимости температуры воды, забираемой через нижнее водозаборное окно, от управляющего параметра V_2 , т. е. от скорости забора воды через верхнее окно (см. таблицу).

Таблица зависимости температуры забираемой воды от управляющего параметра V_2
Dependence of the water intake temperature on the control parameter V_2

$V_2, \text{ м/с}$	$T, \text{ }^\circ\text{C}$	
	$V_1 = 0.06 \text{ м/с}$	$V_1 = 0.14 \text{ м/с}$
0.00	11.1	11.5
0.03	8.8	10.2
0.06	7.6	9.3
0.09	6.9	8.6
0.12	6.4	8.1
0.15	6.1	7.7

Результаты вычислительных экспериментов представлены на рис. 3 и 4. Управляющему параметру придавались числовые значения от нуля до 0.15 м/с с шагом 0.03 м/с. Из рис. 3 следует, что по мере увеличения значения скорости водозабора через верхнее окно указанная линия тока резко опускается вертикально вниз и во всех случаях привязана к верхней кромке нижнего водозаборного окна. Тем самым толщина активного слоя, из которого вода забирается через нижнее окно, уменьшается. В свою очередь средняя температура воды, забираемой через нижнее основное окно, тоже снижается по следующему закону:

$$T_{\text{cp}}(V_2) = T_0 + \frac{T_H - T_0}{H} \frac{z^*}{2},$$

где T_0 и T_H — температура воды на дне и поверхности водоема соответственно; z^* — толщина активного слоя в водоеме.

Как показывают представленные на рис. 3 результаты вычислительных экспериментов, при нулевом значении управляющего параметра средняя температура забираемой

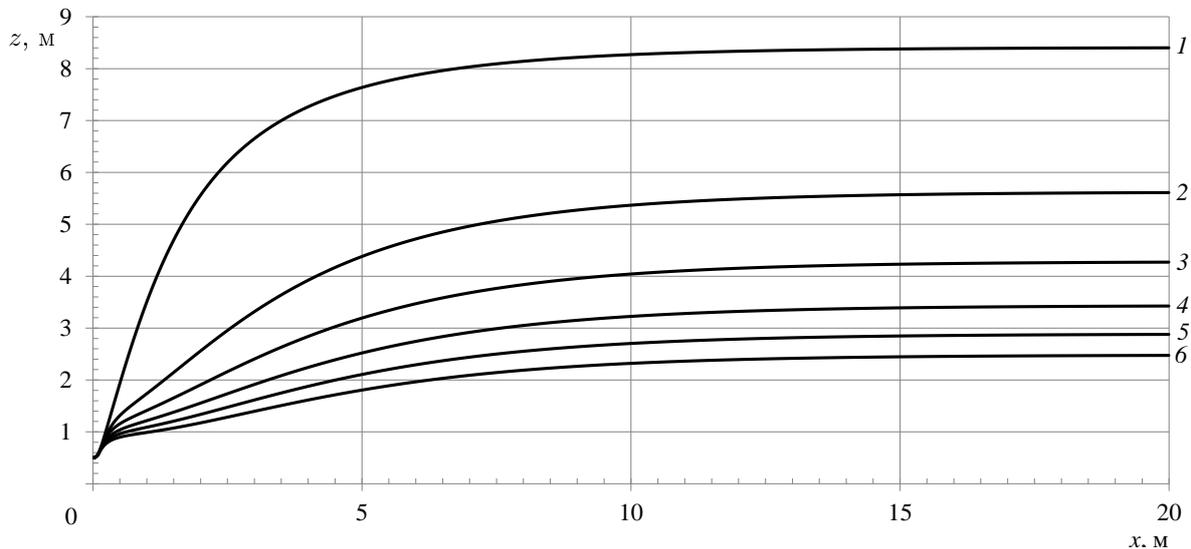


Рис. 3. Графики, показывающие изменение положения линии тока при вариации управляющего параметра $V_2 = 0, 0.03, 0.06, 0.09, 0.12, 0.15 \text{ м/с}$ (кривые 1–6 соответственно). $H = 10 \text{ м}$; $h_1 = h_2 = 0.5 \text{ м}$; $z_1^0 = 0.25 \text{ м}$; $z_2^0 = 2.0 \text{ м}$; $V_1 = 0.06 \text{ м/с}$

Fig. 3. Variation of stream line trajectory as the function of the control parameter $V_2 = 0, 0.03, 0.06, 0.09, 0.12, 0.15 \text{ м/с}$ (curve 1–6). $H = 10 \text{ м}$; $h_1 = h_2 = 0.5 \text{ м}$; $z_1^0 = 0.25 \text{ м}$; $z_2^0 = 2.0 \text{ м}$; $V_1 = 0.06 \text{ м/с}$

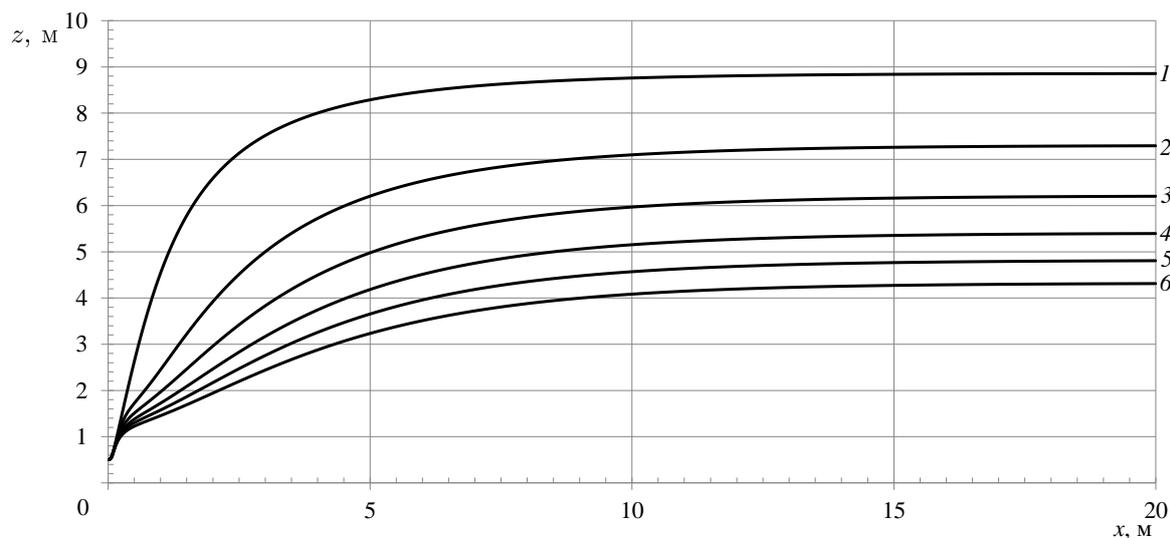


Рис. 4. Графики, показывающие изменение положения линии тока при вариации управляющего параметра $V_2 = 0, 0.03, 0.06, 0.09, 0.12, 0.15$ м/с (кривые 1–6 соответственно). $H = 10$ м; $h_1 = h_2 = 0.5$ м; $z_1^0 = 0.25$ м; $z_2^0 = 2.0$ м; $V_1 = 0.14$ м/с

Fig. 4. Variation of stream line trajectory as the function of the control parameter $V_2 = 0, 0.03, 0.06, 0.09, 0.12, 0.15$ m/s (curve 1–6). $H = 10$ m; $h_1 = h_2 = 0.5$ m; $z_1^0 = 0.25$ m; $z_2^0 = 2.0$ m; $V_1 = 0.14$ m/s

воды равна 11.1 °С. При увеличении скорости V_2 до 0.15 м/с температура забираемой воды снижается до 6.1 °С, при дальнейшем ее увеличении температура падает, но незначительно.

На рис. 4 представлены результаты аналогичных вычислительных экспериментов с той разницей, что в данном случае скорость забора воды через донное окно увеличена до 0.14 м/с. Плотностное число Фруда в этом случае равно $Fr = 0.32$. Согласно графику на рис. 1 при значении скорости $V_1 = 0.14$ м/с плотностное число Фруда становится больше критического значения $Fr_{кр} = 0.28$. В связи с этим вода в донное окно будет поступать со всех слоев водоема, т. е. $z^* = H$. Средняя температура забираемой воды через нижнее окно $T_{ср} = 12.5$ °С. В результате забора воды через верхнее окно со скоростью $V_2 = 0.15$ м/с температура забираемой через нижнее окно воды снижается до 7.5 °С. Из графика на рис. 1 видно, что при $Fr = 0.14$ относительная толщина активного слоя $z^*/H = 0.77$.

По результатам вычислительных экспериментов, представленных на рис. 3, относительная толщина активного слоя $z^*/H = 0.83$. Это значение отличается от 0.77 на 7.8% в большую сторону. Такое небольшое расхождение в этих важных величинах вполне приемлемо в инженерных расчетах.

В частном случае, когда $V_2 = 0.0$ м/с, сопоставление результатов вычислительных экспериментов с результатами, которые следуют из графика на рис. 1, показывает, что результаты, приведенные в статье, превосходят на $5\text{--}12\%$ результаты, полученные на основе общеизвестного графика на рис. 1.

Этот факт доказывает утверждение о том, что микровихри, которые могут образовываться в водоеме в результате забора воды, на гидродинамику в водоеме и температуру забираемой воды практически не влияют в пределах, когда скорости забора воды V_1 и V_2 изменяются в пределах $0 < V_1 < 0.15$ м/с, $0 < V_2 < 0.15$ м/с.

Доказанным выше утверждением обоснована приемлемость математической модели на базе идеальной несжимаемой жидкости для определения составляющих вектора скорости с проделанным уточнением на основе теории пограничного слоя на вертикальной грани водоема.

Заключение

Предложен способ управления селективным водозаборным процессом в водоеме с непрерывной вертикальной температурной стратификацией. Способ реализуется устройством над донным водозаборным окном дополнительного верхнего водозаборного окна. По мере увеличения скорости водозабора из верхнего окна резко уменьшается толщина активного слоя, из которого забирается вода через донное окно, и в водозаборное окно поступает вода из глубинных холодных слоев водоема. Тем самым становится возможным снабжение холодной водой систем технического водоснабжения ТЭС, АЭС, предприятий.

Для предложенного способа селективного водозабора из стратифицированного водоема разработана математическая модель, на основе которой получена совокупность расчетных формул, позволяющих управлять температурой забираемой воды.

Список литературы

- [1] **Аверкиев А.Г., Макаров И.И., Синотин В.И.** Бесплотинные водозаборные сооружения. М., Л.: Энергия; 1969: 164.
- [2] **Большаков В.А.** Справочник по гидравлике. Киев: Вища школа; 1977: 223–225.
- [3] **Соколов А.С., Макаров И.И., Кравец В.И., Филиппова З.Р.** Методические указания по технологическим расчетам водоемов-охладителей. СПб.: ВНИИГ; 2003: 116.
- [4] **Срауа А.** Recherchestheorigines sur l'ecoulement de couches superposees de fluides de densites defferents. La Houille Blanche. 1949; (4):44–55.
- [5] **Музаев И.Д., Харебов К.С., Музаев Н.И.** Теоретические положения автоматизации проектирования селективных водозаборных устройств. Вычислительные технологии. 2016; 21(4):99–110.
- [6] **Музаев И.Д., Музаев Н.И.** Математическое моделирование для системы автоматизации проектирования (САПР) селективных водозаборных устройств. Матем. форум: Исследование по дифференциальным уравнениям, математическому моделированию и проблемам математического образования. Владикавказ: ЮМИ ВНЦ РАН и РСО-А. 2014; 8(2):202–211.
- [7] **Штеренлихт Д.В.** Гидравлика. М.: Колос; 2004: 655.
- [8] **Корн Г., Корн Т.** Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука; 1977: 830.
- [9] **Белолипецкий В.М., Костюк В.Ю., Шокин Ю.И.** Математическое моделирование течений стратифицированной жидкости. Отв. ред. В.М. Ковеня. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние; 1991: 173. ISBN:5-02-029714-3.
- [10] **Сретенский Л.Н.** Теория волновых движений жидкости. М.: Наука; 1977: 815.
- [11] **Ламб Г.** Гидродинамика. М.; Л.: Гос. изд-во техн.-теор. лит.; 1947: 929.

- [12] **Harleman D.R.F., Stozenbach K.D.** Fluid mechanics of heat disposal from power generation. Annual Rev. Fluid Mech. 1972; (4):7–32.
- [13] **Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М.** Уравнения в частных производных математической физики. М.: Высшая школа; 1970: 710.
- [14] **Гинзбург И.П.** Теория сопротивления и теплопередачи. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та; 1970: 378.

Вычислительные технологии, 2020, том 25, № 5, с. 4–16. © ФИЦ ИВТ, 2020
Computational Technologies, 2020, vol. 25, no. 5, pp. 4–16. © FRC ICT, 2020

ISSN 1560-7534
eISSN 2313-691X

MATHEMATICAL MODELLING

DOI:10.25743/ICT.2020.25.5.002

Mathematical modelling of the method for controlling selective water intake process in a stratified reservoir

MUZAEV ILLARION D.^{1,2}, KHAREBOV CONSTANTIN S.^{1,*}, MUZAEV NUGZAR I.¹

¹Geophysical Institute VSC RAS, Vladikavkaz, Russia

²Vladikavkaz branch of the Financial University under the Government of the RF, Vladikavkaz, Russia

*Corresponding author: Kharebov Constantin S., e-mail: kosta7x7@yandex.ru

Received August 25, 2020, revised September 17, 2020, accepted September 23, 2020

Abstract

The *purpose* of this study is to develop a mathematical model of a method for controlling selective water intake process, when water is taken from a reservoir with continuous vertical temperature stratification.

The *methodology* for solving the problem implies that water is taken from the reservoir through a window, which is adjacent to the bottom of reservoir. The water intake process is controlled by varying the rate of water intake through an auxiliary window located above the main bottom window. As the speed of water intake through the auxiliary window increases, the thickness of the active layer of water entering the opening of the bottom window decreases. The average temperature of water taken through the bottom window is shown to decrease. The stationary boundary value problem for hydrodynamics of a slightly compressible fluid is chosen as a mathematical model. In the immediate vicinity of the vertical pressure head of the reservoir, the velocity field was calculated using the theory of the boundary layer. Further, a nonlinear boundary value problem was posed that simulates the position of the streamline coming to the upper edge of the lower water intake window. The boundary value problem is solved by the Runge — Kutta finite-difference method. A set of formulas for calculating the velocity field of fluid flow was then obtained.

Originality/value:

1. A new original method for controlling selective water intake in a reservoir with continuous vertical temperature stratification has been developed and theoretically justified. The method allows taking water exclusively from the deep-cold layers of the reservoir.
2. The value of the method leads to a technical solution — the installation of an additional upper water intake window above the bottom intake one. This allows controlling the temperature of water used in technical water supply systems of thermal power stations, nuclear power plants and enterprises.

3. An adequate mathematical model for the proposed method was developed and solved. Based on this model, a set of calculation formulas that allow controlling the temperature of the extracted water is obtained.

Keywords: selective water intake, stratified reservoir, Froude density number, velocity potential, current lines, critical positions of water layers interface.

Citation: Muzaev I.D., Kharebov C.S., Muzaev N.I. Mathematical modelling of the method for controlling selective water intake process in a stratified reservoir. Computational Technologies. 2020; 25(5):4–16. DOI:10.25743/ICT.2020.25.5.002. (In Russ.)

References

1. **Averkiev A.G., Makarov I.I., Sinotin V.I.** Besplotinnye vodozabornye sooruzheniya [Damless water intake structures]. M.–L.: Energiya; 1969: 164. (In Russ.)
2. **Bolshakov V.A.** Reference book on hydraulics. Kiev: Vyshcha Shkola; 1977: 223–225. (In Russ.)
3. **Sokolov A.S., Makarov I.I., Kravets V.I., Filippova Z.R.** Guidance on technological calculations of water coolers. SPb.: VNIIG; 2003: 116. (In Russ.)
4. **Craya A.** Recherchestheorignes sur l'ecoulement de couches superposees de fluides de densites defferents. La Houille Blanche. 1949; (4):44–55.
5. **Muzaev I.D., Kharebov C.S., Muzaev N.I.** Automation of theoretical design for selective water intake devices. Computational Technologies. 2016; 21(4):99–110. (In Russ.)
6. **Muzaev I.D., Muzaev N.I.** Matematicheskoe modelirovanie dlya sistemy avtomatizatsii proektirovaniya (SAPR) selektivnykh vodozabornykh ustroystv [Mathematical simulation for automation of system design (CAD) for selective water-intake devices]. Matem. forum: Issledovanie po differentsial'nym uravneniyam, matematicheskomu modelirovaniyu i problemam matematicheskogo obrazovaniya. Vladikavkaz: YuMI VNTs RAN i RSO-A; 2014. 8(2):202–211. (In Russ.)
7. **Shterenlikht D.V.** Gidravlika [Hydraulics]. Moscow: Kolos; 2004: 655. (In Russ.)
8. **Korn G., Korn T.** Mathematical handbook for scientists and engineers. McGraw-Hill Book Company; 1968: 818.
9. **Belolipetskiy V.M., Kostyuk V.Yu., Shokin Yu.I.** Matematicheskoe modelirovanie techeniy stratifitsirovannoy zhidkosti [Mathematical modelling of the stratified fluid flows]. Novosibirsk: Nauka. Sib. Otdelenie; 1991: 173. (In Russ.)
10. **Sretenskiy L.N.** Teoriya volnovykh dvizheniy zhidkosti [Theory of wave motions of a fluid]. Moscow: Nauka; 1977: 815. (In Russ.)
11. **Lamb G.** Gidrodinamika [Hydrodynamics]. M.–L.: Gos. Izd-vo Tekhn.-Teor. Lit.; 1947: 929. (In Russ.)
12. **Harleman D.R.F., Stozenbach K.D.** Fluid mechanics of heat disposal from power generation. Annual Rev. Fluid Mech. 1972; (4):7–32.
13. **Koshlyakov N.S., Gliner E.B., Smirnov M.M.** Uravneniya v chastnykh proizvodnykh matematicheskoy fiziki [Partial differential equation in mathematical physics]. Moscow: Vysshaya Shkola; 1970: 710. (In Russ.)
14. **Ginzburg I.P.** Teoriya soprotivleniya i teploperedachi [The theory of drag and heat transfer]. Leningrad: Izdatel'stvo Leningradskogo un-ta; 1970: 378. (In Russ.)