

# Оптимизация волоконного лазера с синхронизацией мод на основе эффекта нелинейного вращения поляризации с использованием генетического алгоритма

Д. А. Художиткова

Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия

Контактный автор: Художиткова Дарья А., e-mail: khudozhitkova.da@gmail.com

Поступила 14 января 2020 г., доработана 30 апреля 2020 г., принята в печать 6 мая 2020 г.

Выполнено математическое моделирование волоконного лазера с синхронизацией мод на основе эффекта нелинейного вращения поляризации. Проведена оптимизация лазера с использованием генетического алгоритма. В результате были определены параметры лазерного резонатора, при которых достигается наибольшая энергия выходного импульса.

*Ключевые слова:* математическое моделирование, волоконные лазеры, оптимизация, генетический алгоритм.

*Цитирование:* Художиткова Д.А. Оптимизация волоконного лазера с синхронизацией мод на основе эффекта нелинейного вращения поляризации с использованием генетического алгоритма. Вычислительные технологии. 2020; 25(4):20–30. DOI:10.25743/ICT.2020.25.4.003.

## Введение

Волоконные лазеры — одна из наиболее бурно развивающихся технологий лазерной физики, поскольку они компактны, устойчивы к внешним воздействиям, обладают высоким качеством излучения. Благодаря своим преимуществам они нашли применение во многих областях, включая фундаментальную науку, промышленность и медицину. Для каждого конкретного приложения необходимо получить лазерное излучение, обладающее определенными характеристиками: длительностью импульса, пиковой мощностью, шириной спектра. В связи с вышесказанным актуальны задачи оптимизации конфигурации волоконного лазерного резонатора с целью получения необходимых характеристик излучения.

Волоконный лазер — сложная физическая многопараметрическая нелинейная система с большим числом оптимизационных параметров. Задача оптимизации волоконного лазера сложна и требует больших временных затрат при решении ее методом прямого перебора значений оптимизируемых параметров, поэтому для решения такого рода задач часто используют эволюционные алгоритмы [1–3] или полуаналитические методы. Стоит отметить, что решение оптимизационной задачи является первым шагом на пути к построению “умного” самонастраивающегося лазера [4]. В данной работе была решена задача поиска одноимпульсного режима генерации с максимальной энергией в волоконном лазере при синхронизации мод на основе эффекта нелинейного вращения поляризации (НВП), экспериментальное и численное исследование которого впервые представлено в работе [5].

## 1. Схема лазера

Схема исследуемого лазера представлена на рис. 1. Лазерный резонатор состоит из следующих элементов: волокна, сохраняющего состояние поляризации (PM — Polarization Maintaining), активного волокна, легированного эрбием (AF — Active Fiber), контроллера поляризации (PC — Polarization Controller), включающего четверть- и полуволновые пластины, стандартного одномодового (SM — Single Mode) волокна и поляризационного делителя пучков (PBS — Polarization Beam Splitter). Излучение лазерного диода накачки (LD — Laser Diode) заводится в резонатор с помощью спектрально-селективного разделителя (WDM — Wavelength Division Multiplexer). При распространении в PM-световоде линейно-поляризованная волна сохраняет состояние поляризации. В участке SM-световода происходит вращение эллипса поляризации. Эффект нелинейного вращения поляризации в SM-световоде совместно с воздействием волновых пластин и поляризационного делителя пучков играет роль искусственного насыщающегося поглотителя. WDM заводит излучение диода в активное волокно, за счет чего происходит усиление сигнала при прохождении этого участка резонатора.

Так как средняя внутрирезонаторная дисперсия резонатора является нормальной — положительной (см. таблицу), лазер способен генерировать так называемые диссипативные солитоны [6], которые обладают высокой энергией и способны сжиматься во внешнем компрессоре до сотен фемтосекунд. Поэтому изучение данного типа лазеров интересно как для науки, так и для практических приложений. Ранее данная схема волоконного лазера была рассмотрена в работе [5], где описан эксперимент, проведены численное моделирование и оптимизация параметров: длин SM- и PM-световодов, а также мощности накачки.

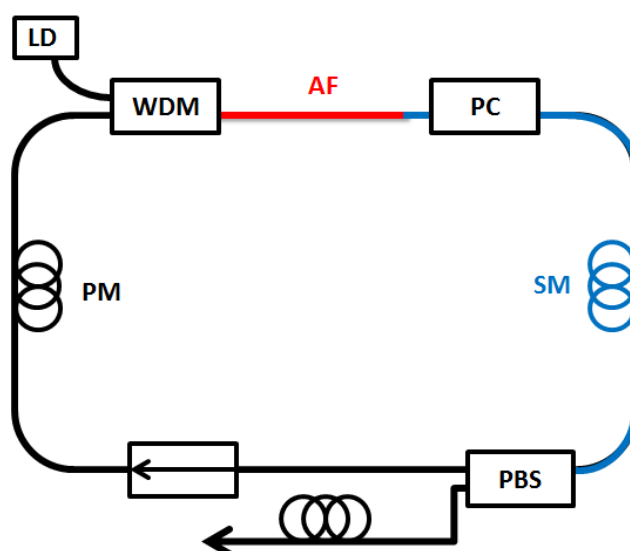


Рис. 1. Схема лазера: PM-волокно — волокно, сохраняющее состояние поляризации; LD — лазерный диод; WDM — спектрально-селективный разделитель; AF — активное волокно, легированное эрбием; PC — контроллер поляризации; SM-волокно — стандартное одномодовое волокно; PBS — поляризационный делитель пучков

Fig. 1. Laser scheme. Notation is as follows, PM-fiber — polarization maintaining fiber; LD — laser diode; WDM — wavelength division multiplexing; AF — erbium-doped active fiber; PC — polarization controller; SM — single-mode fiber; PBS — polarization beam splitter

## 2. Моделирование волоконного лазера

В работе [7] предложена скалярная модель, позволяющая исследовать волоконный лазер с синхронизацией мод на основе эффекта НВП. Распространение электромагнитного поля вдоль РМ-световода описывает обобщенное нелинейное уравнение Шрёдингера (ОНУШ). Действие искусственного насыщающегося поглотителя описывается точно с помощью аналитической функции пропускания. Данная модель хорошо согласуется с экспериментом при условии, что длина SM-световода значительно меньше длины РМ-световода.

Если длины SM- и РМ-световодов сравнимы, то наблюдается лишь качественное согласие с экспериментом [5]. В связи с этим была предложена гибридная модель, которая точно описывает участок резонатора РС — SM — PBS (рис. 1), действующий как искусственный насыщающийся поглотитель. Каждый из элементов данного участка моделируется отдельно. Переход от линейной поляризации к эллиптической происходит с помощью поворота четверть- и полуволновой пластинок. Эволюция двух круговых компонент поляризации вдоль SM-волокна описывается с помощью системы связанных ОНУШ. Поляризационный светоделитель выполняет роль амплитудного модулятора, пропускающая в резонатор лишь одну из двух ортогональных компонент поляризации.

### 2.1. Скалярная модель

Для моделирования распространения электромагнитного поля в участке РМ-световода решается начально-краевая задача для обобщенного нелинейного уравнения Шрёдингера [1–3]:

$$\frac{\partial A}{\partial z} = i\frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} - i\gamma \left( 1 + \frac{i}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial t} \right) \left( A(z, t) \int_0^\infty R(t') |A(z, t - t')|^2 dt' \right),$$

где  $A(z, t)$  — медленно-меняющаяся огибающая электромагнитного поля;  $\beta_2$  и  $\beta_3$  — коэффициенты дисперсии второго и третьего порядков в окрестности несущей частоты  $\omega_0$ ;  $\gamma = n_2\omega_0/(cA_{eff})$  — коэффициент нелинейности с нелинейным показателем преломления  $n_2$  и эффективной площадью фундаментальной моды  $A_{eff}$ ;  $R(t) = (1 - f_R)\delta(t) + f_R h_R(t)$  — функция электромагнитного отклика среды, содержащая мгновенный электронный и запаздывающий рамановский отклик.

Начальные и периодические краевые условия:

$$A(0, t) = \sqrt{P} \frac{2}{\exp\left(\frac{t}{T_0}\right) + \exp\left(-\frac{t}{T_0}\right)},$$

$$A(z, -T) = A(z, T),$$

где  $P = 100$  Вт — пиковая мощность импульса;  $T_{FWHM} \approx 1.763 T_0 = 50$  пс — ширина импульса на полувысоте.

Приближенное решение уравнения найдено с помощью метода расщепления по физическим процессам в симметричной форме с использованием быстрого преобразования Фурье на линейном шаге [8].

Параметры волокон  
 Fiber parameters

Параметр	PM-волокно	SM-волокно
$\beta_2$ , пс <sup>2</sup> /км	25.5	-23
$\beta_3$ , пс <sup>3</sup> /км	-0.0094	0.13866
$\gamma$ , Вт <sup>-1</sup> км <sup>-1</sup>	7	2

Интегрирование на нелинейном шаге осуществлялось с помощью метода Рунге — Кутты второго порядка. Результат действия линейного оператора на огибающую электромагнитного поля  $A(z, t)$  вычисляется аналитически в пространстве Фурье:

$$A(z + h, t) = \mathcal{F}^{-1} \left[ \exp \left( -\frac{i\beta_2}{2} \omega^2 h + \frac{i\beta_3}{6} \omega^3 h \right) \mathcal{F} \right] A(z, t),$$

где  $\mathcal{F}$  и  $\mathcal{F}^{-1}$  — прямое и обратное преобразование Фурье соответственно. Метод имеет второй порядок точности по эволюционной переменной  $z$ .

Моделирование участка активного световода выполняется на одном шаге вдоль эволюционной переменной  $z$  [7]:

$$A(z + h, t) = A(z, t) \exp \left( \frac{g_0/2}{1 + \frac{E}{T_r P_{sat}}} \right).$$

Здесь  $g_0$  — коэффициент усиления малого сигнала;  $E$  — энергия импульса;  $T_r$  — полное время обхода импульсом лазерного резонатора;  $P_{sat}$  — мощность насыщения накачки.

Для моделирования искусственного насыщающегося поглотителя используется параболическая функция пропускания

$$\rho(P) = \rho_{\max} - \left( \frac{P}{P_{cr}} - 1 \right)^2 (\rho_{cr} - \rho),$$

где  $P = |A(z, t)|^2$  — мощность сигнала,  $P_{cr} = 850$  Вт,  $\rho_{\min} = 0.05$ ,  $\rho_{\max} = 0.5$ .

Значения коэффициентов дисперсии и керровской нелинейности, использованные в расчетах, приведены в таблице.

## 2.2. Гибридная модель

Различие между скалярной и гибридной моделями заключается в способе моделирования искусственного насыщающегося поглотителя (участка резонатора РС — SM — PBS). После усиления в активном световоде линейно-поляризованная волна под действием волновых пластинок становится эллиптически-поляризованной, что описывают следующие уравнения:

$$E_+(z, t) = A(z, t) \exp(i\psi) \cos \left( \chi - \frac{\pi}{4} \right),$$

$$E_-(z, t) = A(z, t) \exp(-i\psi) \cos \left( \chi + \frac{\pi}{4} \right),$$

где  $\chi$  и  $\psi$  — углы поворотов четверть- и полуволновых пластин соответственно.

Далее выполняется моделирование распространения двух ортогональных компонент поляризации в стандартном одномодовом волокне путем решения пары обобщенных нелинейных уравнений Шрёдингера:

$$\frac{\partial E_{\pm}}{\partial z} = \left( i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3}{\partial t^3} - i\gamma (|E_+|^2 + |E_-|^2) \pm i \frac{\gamma}{3} (|E_+|^2 - |E_-|^2) \right) E_{\pm},$$

где  $E_+$  и  $E_-$  — левая и правая компоненты круговой поляризации.

Угол поворота эллипса поляризации пропорционален интенсивности излучения. Это означает, что в центральной части импульса, где интенсивность выше, вращение эллипса поляризации будет сильнее. Для обеспечения амплитудной самомодуляции используется поляризационный светоделитель, который одну из линейных компонент поляризации пропускает в резонатор, а другую выводит из резонатора через выходной порт.

Чтобы добиться большего пропускания для центральной части импульса и, соответственно, меньшего — для его “хвостов”, необходимо правильно задать начальный угол поворота эллипса поляризации с помощью четверть- и полуволновой пластинок. В результате после каждого обхода резонатора длительность импульса сокращается, пока не будет достигнут стабильный режим генерации.

Модели остальных элементов лазерного резонатора остаются без изменения.

### 3. Оптимизация лазерного резонатора

На следующем этапе решалась задача поиска параметров лазерного резонатора, при которых возможен одноимпульсный режим генерации с наибольшей энергией. Для решения оптимизационной задачи применен генетический алгоритм с функцией приспособленности следующего вида:

$$f = EI,$$

где  $E$  — энергия сигнала;  $I = \begin{cases} 1, & \text{если режим одноимпульсный;} \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$

Нахождение максимума данной функции соответствует решению поставленной задачи. Для реализации алгоритма использована библиотека GAlib. Из нескольких моделей, предложенных библиотекой, выбрана реализация алгоритма GASteadyStateGA, в которой используются перекрывающиеся популяции. Особенностью этого алгоритма является то, что формирование нового поколения происходит путем копирования предыдущего и добавления к нему нового временного поколения индивидов. Затем удаляются наихудшие индивиды, чтобы поддерживать численность особей постоянной. В данном алгоритме можно явно указать, какая часть популяции будет заменена в каждом поколении. При решении поставленной задачи были заменены 70 % особей. Схема отбора индивидов — рулетка. Подобный метод селекции отбирает индивиды, опираясь на значение функции приспособленности относительно всей популяции. Чем выше значение приспособленности, тем вероятнее, что индивид будет отобран. Каждый индивид может быть выбран с вероятностью  $p$ , где  $p$  равно отношению функции его приспособленности к сумме функций приспособленности всех индивидов в популяции [10].

Вычисление функции приспособленности требует моделирования распространения сигнала в лазерном резонаторе до установления режима генерации. Данный процесс

является времязатратным, поскольку для одного расчета требуется порядка 10 ч, поэтому алгоритм был модифицирован следующим образом. Во-первых, функция приспособленности вычисляется одновременно для всех особей в поколении с помощью библиотеки OpenMP. Во-вторых, введено прерывание расчета после 30 обходов резонатора для заведомо “плохих” режимов генерации. Выполняется проверка, является ли режим одноимпульсным, а также вычисляется изменение основных характеристик (пиковой мощности и энергии) импульса с ростом номера обхода резонатора для подтверждения того, что режим установился. Режим считается установившимся, если за один обход резонатора относительное изменение энергии и пиковой мощности не превышает 5 %.

## 4. Результаты оптимизации

### 4.1. Скалярная модель

Тестирование генетического алгоритма выполнено на скалярной модели лазера. Создана начальная популяция из 16 особей, эволюция которой рассматривалась на протяжении 20 поколений. Выбрано три оптимизационных параметра:  $L_{SMF}$ ,  $L_{PMF}$ ,  $P_{SAT}$  — длины стандартного одномодового и сохраняющего поляризацию волокон, а также мощность насыщения накачки, которые изменялись в следующем диапазоне:  $L_{SMF}$  — от 0 до 6 м,  $L_{PMF}$  — от 0 до 10 м,  $P_{SAT}$  — от 0 до 0.01 Вт. Этот набор параметров взят для удобства сравнения работы генетического алгоритма с результатами оптимизации из [5].

Из графика, представленного на рис. 2, видно, что среднее и минимальное значения функции приспособленности к двадцатому поколению близки к максимальному значению, найденному алгоритмом. Это говорит о сходимости генетического алгоритма. На рис. 3 показано, как с течением эволюции изменяются значения генов. Если в начальной популяции они были случайно разбросаны по пространству параметров, то по завершении работы алгоритма локализованы в небольшой области.

В результате работы генетического алгоритма был определен набор генов ( $L_{SMF} = 5.7$  м,  $L_{PMF} = 0.17$  м,  $P_{SAT} = 9.96$  мВт), соответствующий одноимпульсному режиму

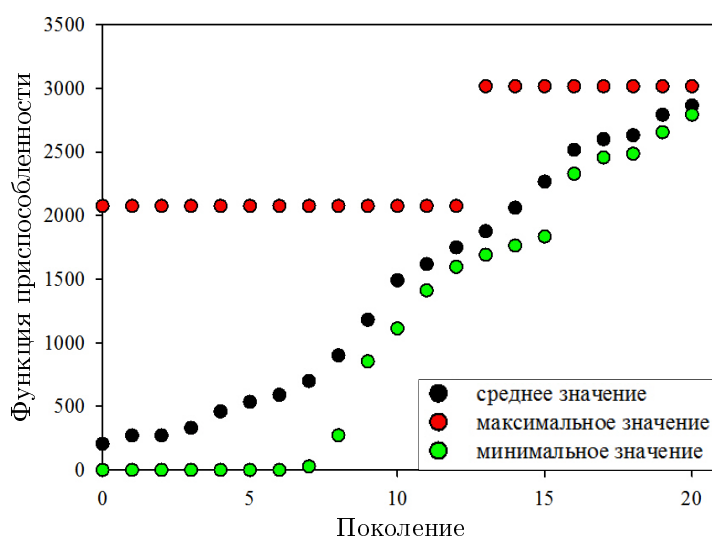


Рис. 2. Сходимость значений функции приспособленности к максимальному

Fig. 2. The convergence of the fitness function values to the maximum

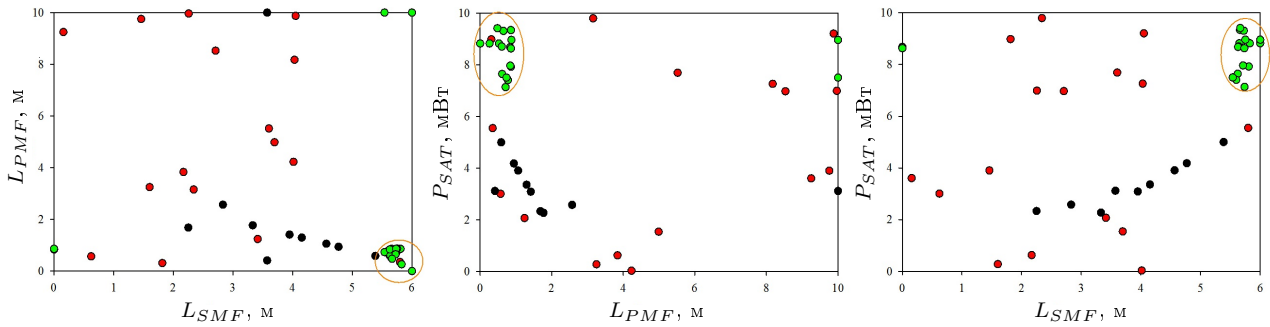


Рис. 3. Сходимость значений генов в течение эволюции: красные точки — начальная популяция, черные — 9–11-е поколения, зеленые — 18–20-е поколения

Fig. 3. Convergence of gene values during the evolution: initial generation are red points, 9–11 generations are black, 18–20 generations are green

генерации с энергией сигнала 2.92 нДж при пиковой мощности около 250 Вт. Длительность импульса равна 10 пс. Спектр сигнала шириной 40 нм имеет характерную для диссипативных солитонов форму с резкими краями. Далее было проведено сравнение найденного генетическим алгоритмом режима генерации лазера с полученным ранее режимом, найденным методом перебора в работе [5].

На рис. 4 красным цветом показан найденный с помощью генетического алгоритма режим генерации лазера: временная и спектральная формы выходного импульса. Черным цветом обозначен импульс, полученный в работе [5]. Режимы генерации качественно совпадают, однако удалось увеличить энергию импульса на  $\approx 15\%$ . Результат оптимизации оказался предсказуем, поскольку значения генов сошлись к границе пространства параметров, увеличение  $L_{SMF}$  влечет за собой рост энергии импульса. Для получения более точных результатов в расширенном пространстве параметров далее использовалась гибридная модель.

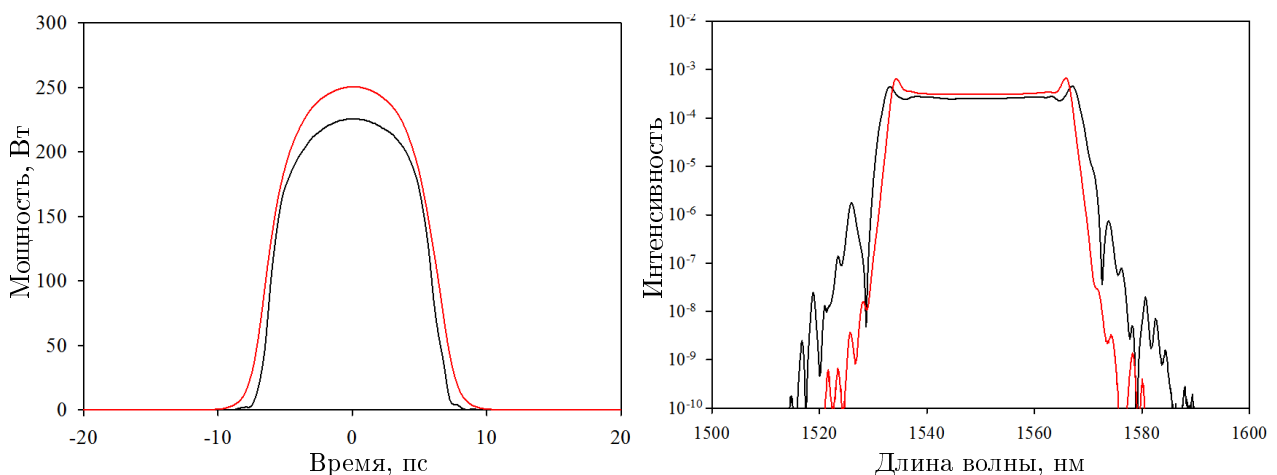


Рис. 4. Сравнение найденного генетическим алгоритмом решения (красные кривые) и решения, полученного перебором в [5] (черные): слева — временная форма, справа — спектр сигнала

Fig. 4. Comparison of the solution found by the genetic algorithm (red curves) and the solution found by brute force method in [5] (black): the temporal form is on the left, the spectrum is on the right

### 4.2. Гибридная модель

При моделировании лазера с помощью гибридной модели в оптимизационную задачу добавлены еще два параметра:  $\chi$ ,  $\psi$  — углы поворота четверть- и полуволновой пластинок. Диапазон изменения значений генов:  $L_{SMF} = 0 \dots 10$  м,  $P_{SAT} = 0 \dots 15$  мВт,  $\chi = 0 \dots \pi/2$ ,  $\psi = 0 \dots \pi$ .

В связи с увеличением размерности задачи число особей было доведено до 32, а число поколений — до 40. На рис. 5 представлены графики сходимости среднего и минимального значений функции приспособленности к максимуму, найденному генетическим алгоритмом. Можно заметить, что значение функции приспособленности в гибридной модели примерно в три раза превосходит результат скалярной модели, энергия найденного импульса составляет  $E = 9.1$  нДж. Решение, найденное с помощью генетического алгоритма, представлено на рис. 6. Алгоритм сошелся к другому типу

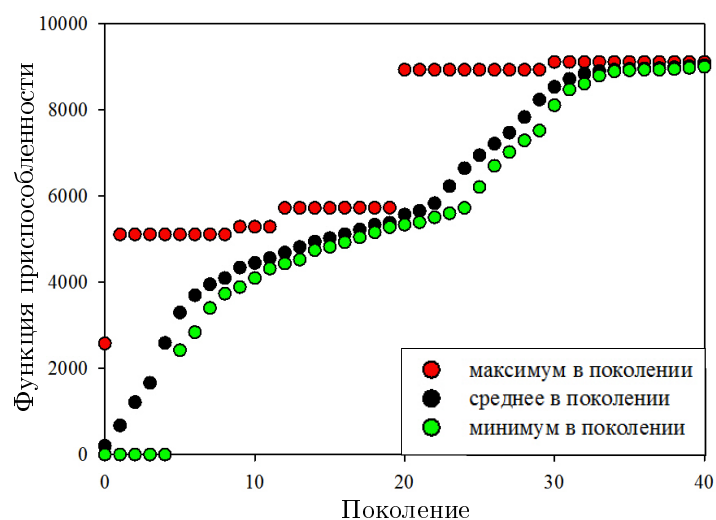


Рис. 5. Сходимость значений функции приспособленности к максимальному  
 Fig. 5. The convergence of the fitness function values to the maximum

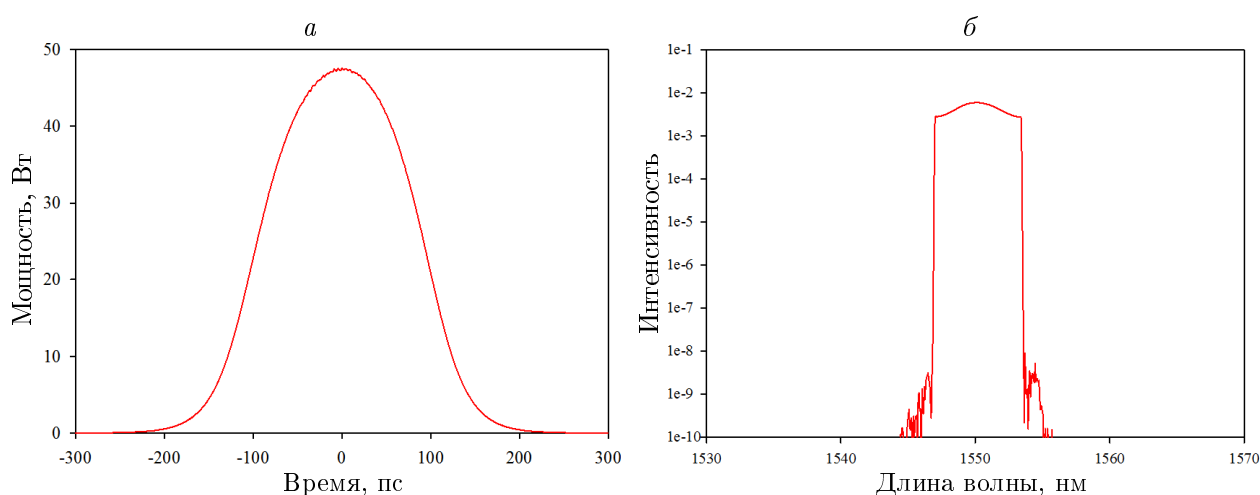


Рис. 6. Оптимальное решение, найденное генетическим алгоритмом: а — временной профиль; б — спектр  
 Fig. 6. The optimal solution found by the genetic algorithm. Temporal form is on the left and spectrum is on the right



решения, поскольку полученные импульсы отличаются более низкой пиковой мощностью ( $\approx 45$  Вт), их длительность составляет  $\approx 70$  пс, а ширина спектра  $\approx 7$  нм.

## Заключение

Выполнено математическое моделирование волоконного лазера с синхронизацией мод на основе эффекта нелинейного вращения поляризации с помощью скалярной и гибридной моделей. Проведена оптимизация лазера с использованием генетического алгоритма. Определена функция приспособленности, равная энергии импульса в случае стационарного одноимпульсного режима генерации и нулю в противном случае. Реализованный генетический алгоритм позволяет найти режим генерации волоконного лазера с наибольшей энергией импульса.

В результате проделанной работы удалось найти параметры лазерного резонатора, позволяющие получить одиночные импульсы с энергией свыше 9 нДж. Применение гибридной модели позволило увеличить энергию импульса в три раза по сравнению с режимом генерации, представленным в работе [5].

**Благодарности.** Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда (грант № 17-71-20082).

## Список литературы

- [1] **Andral U., Si Fodil R., Amrani F., Billard F., Hertz E., Grelu P.** Fiber laser mode locked through an evolutionary algorithm. *Optica*. 2015; 2(4):275–278.
  - [2] **Woodward R.I., Kelleher E.J.R.** Towards “smart lasers”: self-optimisation of an ultrafast pulse source using a genetic algorithm. *Scientific Reports*. 2016; (6); Article number: 37616.
  - [3] **Xing F., Kutz J.N.** High-energy mode-locked fiber lasers using multiple transmission filters and a genetic algorithm. *Optics Express*. 2013; 2(15):6526–6537.
  - [4] **Kutz J.N., Brunton S.L.** Intelligent systems for stabilizing mode-locked lasers and frequency combs: machine learning and equation-free control paradigms for self-tuning optics. *Nanophotonics*. 2015; 4(1):459–471.
  - [5] **Kharenko D.S., Zhdanov I.S., Bednyakova A.E., Podivilov E.V., Fedoruk M.P., Apolonski A., Turitsyn S.K., Babin S.A.** All-fiber highly chirped dissipative soliton generation in the telecom range. *Optics Letters*. 2017; 42(16):3221–3224.
  - [6] **Ахмедиев Н.Н., Анкевич А.** Солитоны. Нелинейные импульсы и пучки. М.: Физматлит; 2003: 304.
  - [7] **Bednyakova A.E., Babin S.A., Kharenko D.S., Podivilov E.V., Fedoruk M.P., Kalashnikov V.L., Apolonski A.** Evolution of dissipative solitons in a fiber laser oscillator in the presence of strong Raman scattering. *Optics Express*. 2013; 21(18):20556–20564.
  - [8] **Agrawal G.P.** *Nonlinear fiber optics*. N.Y.: Academic Press; 2012: 648.
  - [9] **Podivilov E.V., Kalashnikov V.L.** Heavily-chirped solitary pulses in the normal dispersion region: new solutions of the cubic-quintic complex Ginzburg — Landau equation. *JETP Letters*. 2005; 82(8):467–471.
  - [10] **Wall M.** *GALib: A C++ library of genetic algorithm components*. Mechanical Engineering Department, MIT; 1996: 104.
-

## MATHEMATICAL MODELLING

DOI:10.25743/ICT.2020.25.4.003

**Optimization of a mode-locked fiber laser based on nonlinear polarization rotation using genetic algorithm**

KHUDOZHITKOVA DARIA A.

Novosibirsk State University, 630090, Novosibirsk, Russia

Corresponding author: Khudozhitkova Daria A., e-mail: khudozhitkova.da@gmail.com

Received January 14, 2020, revised April 30, 2020, accepted May 6, 2020

**Abstract**

*Purpose.* The article addresses optimization of mode-locked fiber laser based on nonlinear polarization rotation. Determination of the resonator parameters corresponding to the single-pulse with the highest energy has been performed using the genetic algorithm.

*Methodology.* Mathematical modelling has been carried out with the help of two models, namely, scalar and hybrid. Scalar model describes signal propagation by generalized nonlinear Schrödinger equation. Hybrid model describes section of DCF by pair of generalized nonlinear Schrödinger equations. Numerical simulation has been performed by the split-step Fourier method. Genetic algorithm has been implemented as SteadyState method by GALib library. The value of the fitness function is equal to the energy value for the single-pulse and otherwise zero.

*Findings.* The genetic algorithm has been implemented for solving optimization problem of fiber lasers and modifying the algorithm to reduce the calculation time. The parameters of the laser for the scalar model are determined and agreement with the results obtained by the enumeration method is presented. For the hybrid model, a stable pulse with three times the energy was found.

*Conclusions.* In this work, a determination of the optimal parameters for mode-locked fiber lasers based on nonlinear polarization rotation was presented. The problem was solved using a genetic algorithm. This is the first step towards creating a “smart” self-tuning laser.

*Keywords:* mathematical modelling, fiber lasers, optimization, genetic algorithm.

*Citation:* Khudozhitkova D.A. Optimization of a mode-locked fiber laser based on nonlinear polarization rotation using genetic algorithm. Computational Technologies. 2020; 25(4):20–30. DOI:10.25743/ICT.2020.25.4.003. (In Russ.)

**Acknowledgements.** This research was supported by Russian Science Foundation (grant No. 17-71-20082).

**References**

1. Andral U., Si Fodil R., Amrani F., Billard F., Hertz E., Grelu P. Fiber laser mode locked through an evolutionary algorithm. *Optica*. 2015; 2(4):275–278.
2. Woodward R.I., Kelleher E.J.R. Towards “smart lasers”: self-optimisation of an ultrafast pulse source using a genetic algorithm. *Scientific Reports*. 2016; (6); Article number: 37616.
3. Xing F., Kutz J.N. High-energy mode-locked fiber lasers using multiple transmission filters and a genetic algorithm. *Optics Express*. 2013; 2(15):6526–6537.
4. Kutz J.N., Brunton S.L. Intelligent systems for stabilizing mode-locked lasers and frequency combs: machine learning and equation-free control paradigms for self-tuning optics. *Nanophotonics*. 2015; 4(1):459–471.

5. Kharenko D.S., Zhdanov I.S., Bednyakova A.E., Podivilov E.V., Fedoruk M.P., Apolonski A., Turitsyn S.K., Babin S.A. All-fiber highly chirped dissipative soliton generation in the telecom range. *Optics Letters*. 2017; 42(16):3221–3224.
6. Akhmediev N.N., Ankevich A. *Solitony. Nelineynye impul'sy i puchki*. Moscow: Fizmatlit; 2003: 304. (In Russ.)
7. Bednyakova A.E., Babin S.A., Kharenko D.S., Podivilov E.V., Fedoruk M.P., Kalashnikov V.L., Apolonski A. Evolution of dissipative solitons in a fiber laser oscillator in the presence of strong Raman scattering. *Optics Express*. 2013; 21(18):20556–20564.
8. Agrawal G.P. *Nonlinear fiber optics*. N.Y.: Academic Press; 2012: 648.
9. Podivilov E.V., Kalashnikov V.L. Heavily-chirped solitary pulses in the normal dispersion region: new solutions of the cubic-quintic complex Ginzburg — Landau equation. *JETP Letters*. 2005; 82(8):467–471.
10. Wall M. GAlib: A C++ library of genetic algorithm components. Mechanical Engineering Department, MIT; 1996: 104.