

Модель потерь бурового раствора в систему трещин в задаче определения параметров трещиновато-пористой среды*

В. Н. ЛАПИН

Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск, Россия

Контактный e-mail: lapin@ict.sbras.ru

Построена модель потерь бурового раствора в систему естественных трещин. Модель описывает радиальное течение раствора в трещине, деформацию ее берегов под действием давления раствора и утечку раствора в породу. Показана аналогия с моделью фильтрации раствора в трещиновато-пористую среду. Сформулирована обратная задача нахождения параметров трещиновато-пористой среды по зависимостям давления и величины потерь бурового раствора от времени в виде оптимизационной задачи. Показано, что на основе данных о потерях бурового раствора возможно найти только один из пары параметров, характеризующих трещиновато-пористую среду: ширину трещин при известном количестве или проницаемость при известной пористости. Представлены результаты решения обратной задачи и зависимости ширины трещин от параметров пласта и раствора.

Ключевые слова: радиальное течение в канале, вязкопластическая жидкость, трещиновато-пористая среда, потери бурового раствора.

Библиографическая ссылка: Лапин В.Н. Модель потерь бурового раствора в систему трещин в задаче определения параметров трещиновато-пористой среды // Вычислительные технологии. 2019. Т. 24, № 4. С. 38–55. DOI:10.25743/ICT.2019.24.4.004.

Введение

Процесс бурения скважин часто сопровождается потерей бурового раствора. Одной из причин этих потерь может стать его утечка в естественные трещины в породе. Эффективная мера борьбы с утечкой бурового раствора — установка обсадной колонны, однако это ограничивает возможности бурения и каротажных исследований скважины [1]. Другим способом уменьшения таких потерь является введение различных добавок в буровой раствор [2]. Использование этой технологии требует знания параметров трещиноватой среды, поскольку эффективность добавки зависит в том числе от соотношения размеров частиц в ней и ширины трещин, которые она должна закупорить.

В настоящей работе анализируется возможность построения процедуры определения параметров трещиноватой породы (количество трещин, их ширина, проницаемость, пористость множества трещин и т. д.) на основе зависимостей между давлением в стволе скважины и объемом потерь бурового раствора во время бурения. Она состоит

*Title translation and abstract in English can be found on page 55.

© ИВТ СО РАН, 2019.

в проведении серии расчетов потерь бурового раствора при заданном давлении в стволе скважины (прямая задача), а затем в корректировке параметров системы трещин для достижения наилучшего соответствия между рассчитанными и измеренными потерями (обратная задача). Для расчета величины потерь, соответствующих заданному давлению в стволе скважины, используется модель потерь бурового раствора в семейство трещин. Предлагаемая модель описывает движение бурового раствора в трещине, сопровождаемое деформацией ее берегов под действием давления раствора. Для учета фильтрации раствора из трещины в пористую среду используется закон Картера, широко применяемый в классических моделях гидроразрыва пласта. Входными параметрами в прямой задаче являются ширина и количество трещин, параметры реологии бурового раствора и зависимость давления в скважине от времени. В результате решения прямой задачи получается суммарный по всем трещинам объем утечек в породу, полученный в предположении об идентичности всех трещин.

Аналогичная задача описания потерь бурового раствора в трещиновато-пористую среду решена в [3], где порода с множеством трещин рассматривалась как некоторый пористый материал. В указанной работе предполагалось, что среда имеет трещиновато-пористую структуру и представляет собой совокупность пористых блоков базовой породы, отделенных друг от друга трещинами. Базовая порода рассматривалась как пористая среда (фаза), параметры которой отличаются от параметров трещиноватой фазы. Движение бурового раствора в этом случае описывалось уравнениями фильтрации в системе с двойной пористостью (трещины – базовая порода). Так как модель потерь раствора в систему трещин и модель его фильтрации в системе с двойной пористостью описывают один и тот же процесс, в настоящей работе приведены формулы, связывающие фильтрационные параметры трещиноватой фазы в трещиновато-пористой среде: пористость m_f и проницаемость k_f с характеристиками системы естественных трещин (их количеством N и шириной W_0).

В первом разделе описана модель движения бурового раствора в одной трещине и проведен анализ чувствительности величины потерь раствора к параметрам раствора и пласта. Во втором разделе сформулирована задача оценки ширины естественных трещин на основе данных о величине потерь раствора и показана чувствительность этой величины к вариации основных параметров. В разделе 3 описана аналогия между ранее разработанной моделью фильтрации раствора в трещиновато-пористой среде и предлагаемой моделью потерь в систему трещин.

1. Модель потерь бурового раствора в систему естественных трещин

В модели полагается, что буровой раствор утекает в семейство поперечных осесимметричных трещин, ортогональных стволу скважины. Считается, что все трещины одинаковы и расположены довольно далеко друг от друга, поэтому их влиянием друг на друга можно пренебречь. Время начала утечки раствора в каждую трещину считается одинаковым, так как время всего процесса бурения заведомо больше времени прохождения буром анализируемого трещиноватого участка. Перед началом бурения все трещины считаются открытыми на некоторую заданную ширину W_0 . Порода сжата напряжением σ_{\min} в направлении, поперечном плоскости трещин. Упругие свойства породы характеризуются модулем Юнга E и коэффициентом Пуассона ν . Буровой раствор

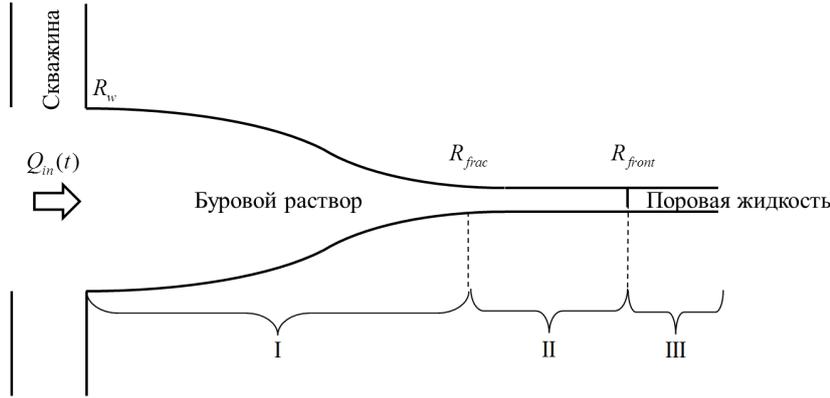


Рис. 1. Схема одиночной трещины при течении в ней бурового раствора: I — область деформации берегов трещины; II — область, занятая буровым раствором; III — область, занятая поровой жидкостью

описывается в приближении модели жидкости Гершеля—Балкли и считается несжимаемой. Его реология характеризуется коэффициентом консистенции K , показателем степени n и предельным напряжением сдвига τ_0 . Вязкими свойствами поровой жидкости и ее сопротивлением проникновению бурового раствора в трещины пренебрегается в силу значительно меньшей вязкости поровой жидкости по сравнению с вязкостью бурового раствора. Схема одной естественной трещины при движении по ней бурового раствора представлена на рис. 1.

Можно выделить три характерных области трещины.

- Область I, $R_w \leq r \leq R_{frac}$, занятая буровым раствором, давление которого достаточно для смещения берегов трещины (I). В этой области ширина трещины зависит от давления бурового раствора $W = W(p, R_{frac})$, а распределение давления раствора — от ширины трещины $p = p(W, R_{fluid})$.
- Область II, $R_{frac} \leq r \leq R_{front}$, занятая буровым раствором, давление которого недостаточно для деформации берегов трещины. В этой области ширина трещины остается неизменной $W = W_0$.
- Область III, $R_{front} \leq r$, занятая поровой жидкостью.

1.1. Описание движения жидкости в трещине

Трещина при описании движения бурового раствора в ней считается радиальным каналом переменного сечения с источником в центре. Движение жидкости в трещине считается осесимметричным и описывается в рамках приближения модели Гершеля—Балкли уравнениями неразрывности

$$\frac{\partial rW}{\partial t} + \frac{1}{2\pi} \frac{\partial Q}{\partial r} + Q_L(r, t) = 0 \quad (1)$$

и количества движения

$$\frac{\partial p}{\partial r} = -2K \left(\frac{2n+1}{\pi n} \right)^n \frac{Q^n}{W^{2n+1} r^n} + \left(\frac{4n+2}{n+1} \right) \frac{\tau_0}{W}. \quad (2)$$

Здесь $Q(r, t)$ — расход раствора через сечение r в момент времени t , а Q_L — объем утечек жидкости в породе в этом сечении, который описывается законом Картера [4]

$$Q_L = \frac{2C_L}{\sqrt{t - t_0}}, \quad (3)$$

где C_L — коэффициент утечки, определяемый проницаемостью породы; $t_{exp}(r)$ — момент времени, в который фронт раствора R_{front} достиг радиуса r . Уравнения (1), (2) дополняются граничными условиями на скважине R_w и фронте бурового раствора R_{front}

$$p(R_w, t) = p_c, \quad p(R_{front}, t) = p_{pore}.$$

Для определения границы R_{front} , разделяющей области II и III, используется условие Стефана, согласно которому фронт бурового раствора движется со скоростью бурового раствора

$$\frac{dR_{front}}{dt} = \frac{Q_{front}}{2\pi R_{front} W(R_{front})}$$

с начальным условием

$$R_{front} \Big|_{t=0} = R_w. \quad (4)$$

В результате подмодель движения жидкости в трещине позволяет при известной ширине трещины W получить распределение давления в ней $p(r)$ и расход бурового раствора из скважины $Q_{loss}(t) = NQ(t, r) \Big|_{r=R_w}$.

1.2. Расчет раскрытия естественной трещины

В случае, когда давление бурового раствора $p(r, t)$ не превосходит сжимающих напряжений σ_{min} , ширина трещины задается равной ширине трещины в естественном залегании:

$$W(r, t) = W_0. \quad (5)$$

В ином случае берега трещины раздвигаются под действием избыточного давления $p_{net} = p - \sigma_{min}$, тогда возникающая добавочная ширина W_{add} рассчитывается по формуле для ширины трещины под действием осесимметричного распределения давления [5]:

$$W(r) = \frac{8}{\pi E'} \int_r^{R_{frac}} \left(\int_0^\xi \frac{p_{net}(\xi)\xi}{\sqrt{\zeta^2 - \xi^2} \sqrt{\zeta^2 - r^2}} d\xi \right) d\zeta.$$

Полная ширина трещины получается суммированием этих двух величин

$$W(r, t) = W_0 + W_{add}.$$

Положение границы между областью II, где ширина трещины равна ее ширине в естественном залегании, и областью I, где берега трещины деформированы, рассчитывается из условия плавного смыкания $K_I = 0$, записанного для круглой трещины, находящейся под действием осесимметричного нагружения:

$$\frac{2}{\sqrt{\pi R_{frac}}} \int_0^{R_{frac}} \frac{p_{net}(\xi)\xi}{\sqrt{R_{frac}^2 - \xi^2}} d\xi = K_I = 0.$$

2. Решение прямой задачи о потерях бурового раствора в систему трещин

2.1. Верификация модели

Для верификации модели и метода решения ее уравнений используется задача о течении ньютоновской и неньютоновской жидкостей в радиальной трещине без утечки в породу. В случае ньютоновской жидкости уравнения модели могут быть переписаны в виде задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения

$$\frac{dR_{front}}{dt} = \frac{W_0^2(p_c - p_{pore})}{12KR_{front} \ln(R_{front}/R_w)}, \quad (6)$$

$$q = \frac{\pi W_0^3(p_c - p_{pore})}{6KR_{front} \ln(R_{front}/R_w)}$$

с граничным условием (4), которую можно решить численно с высокой точностью.

Решение задачи (4), (6) использовалось в качестве точного решения для верификации решений, полученных по предлагаемой модели потерь бурового раствора в систему трещин и по модели радиального потока жидкости в канале постоянной ширины, представленной в [2] для решения похожей задачи. На рис. 2, а показаны зависимости от времени расхода бурового раствора, полученные по модели [2] и по настоящей модели с точным решением для фиксированного давления и постоянной ширины трещины. Вязкость жидкости задавалась равной $K = 0.0383 \text{ Па} \cdot \text{с}$, коэффициент утечек $C_L = 0$, разница давлений на входе и выходе из канала равнялась $p_c - p_{pore} = 4.83 \text{ Па}$, ширина трещины фиксировалась постоянной $W_0 = 0.85 \text{ мм}$. Очевидно, что решение, полученное по настоящей модели, совпадает с точным решением, а решение, полученное по модели [2], имеет погрешность порядка 10 %.

Для случая неньютоновской жидкости, описываемой моделью Гершеля—Балкли, проведено аналогичное сравнение настоящей модели с моделью [2], предоставленной ее автором. Реология жидкости в этом расчете описывалась моделью Гершеля—Балкли с параметрами $K = 0.0383 \text{ Па} \cdot \text{с}^n$, $n = 0.94$, $\tau_0 = 4 \text{ Па}$, остальные параметры были неизменными. Результаты сравнения моделей приведены на рис. 2, б. Из-за погрешности метода [2], показанной на рис. 2, невозможно получить абсолютное совпадение результатов, но качественное поведение кривых, полученных на основе обеих моделей, одинаково, а различия между ними не превышают 30 %. Следует отметить, что погрешность метода [2], во-первых, возрастает при увеличении предельного напряжения сдвига, во-вторых, присутствует в расчете не только расхода бурового раствора, но и в определении фронта его проникновения.

2.2. Чувствительность потерь бурового раствора к изменению основных параметров

Проведем оценку влияния реологических свойств бурового раствора и параметров пласта на величину потерь Q_{loss} , равную расходу бурового раствора из скважины. Выбранная базовая реология бурового раствора характеризуется коэффициентом консистенции $K = 0.0383 \text{ Па} \cdot \text{с}^n$, показателем степени $n = 1$ и предельным напряжением сдвига $\tau_0 = 4 \text{ Па}$. Пласт характеризуется модулем Юнга $E = 15 \text{ ГПа}$, коэффициентом Пуассона $\nu = 0.35$, сжимающим напряжением $\sigma_{min} = 40 \text{ МПа}$, поровым давлением $p_{pore} = 37 \text{ МПа}$

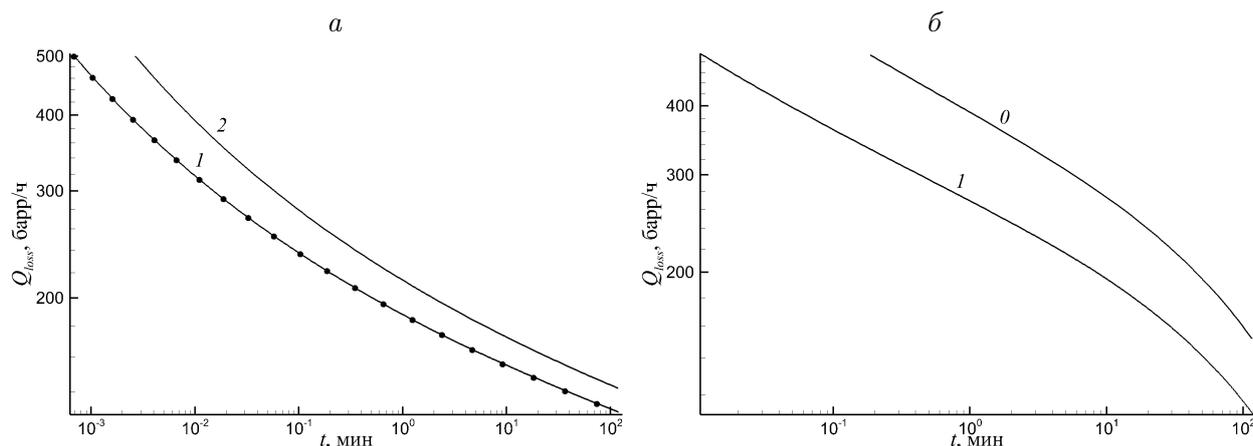


Рис. 2. Зависимости расхода бурового раствора от времени, рассчитанные по различным моделям для раствора с ньютоновской реологией (а) и реологией Гершеля — Балкли (б): 1 — настоящая модель, 2 — модель [2]; кружки — решение задачи Коши (4), (6)

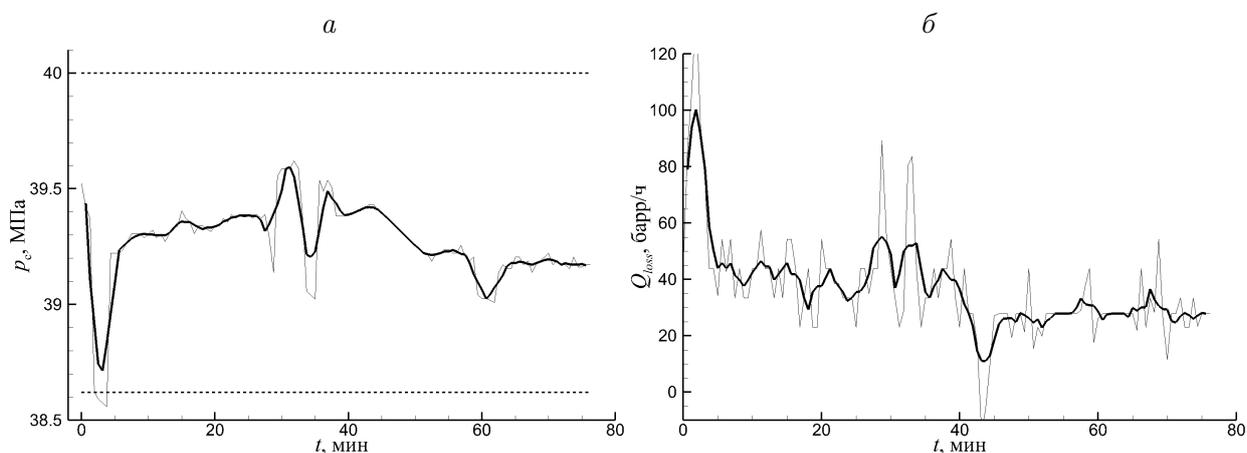


Рис. 3. Зависимости давления в скважине (а) и расхода бурового раствора (б) от времени, используемые при проведении вычислительного эксперимента: тонкая линия — исходные данные, жирная — сглаженные

и нулевым значением коэффициента утечки Картера $C_L = 0$ в формуле утечки (3). Вычислительные эксперименты проводились с использованием “полевых” данных [2], содержащих зависимости давления в скважине p_c и расхода бурового раствора от времени Q_{loss} , показанные на рис. 3. Поскольку “полевые” данные существенно немонотонны, так как содержат выбросы, обусловленные качеством измерения, для удобства проведения вычислительных экспериментов выполнено их сглаживание, сохраняющее основные особенности зависимостей, как показано на рис. 3.

2.2.1. Влияние реологии жидкости

Для оценки влияния вязкости бурового раствора на рис. 4 показаны зависимости расхода бурового раствора от времени, полученные при значениях коэффициента консистенции K , равных исходному значению и измененных на $\pm 10\%$. Здесь же представлены зависимости, полученные при вариации показателя степени n на $\pm 10\%$ по отношению к их

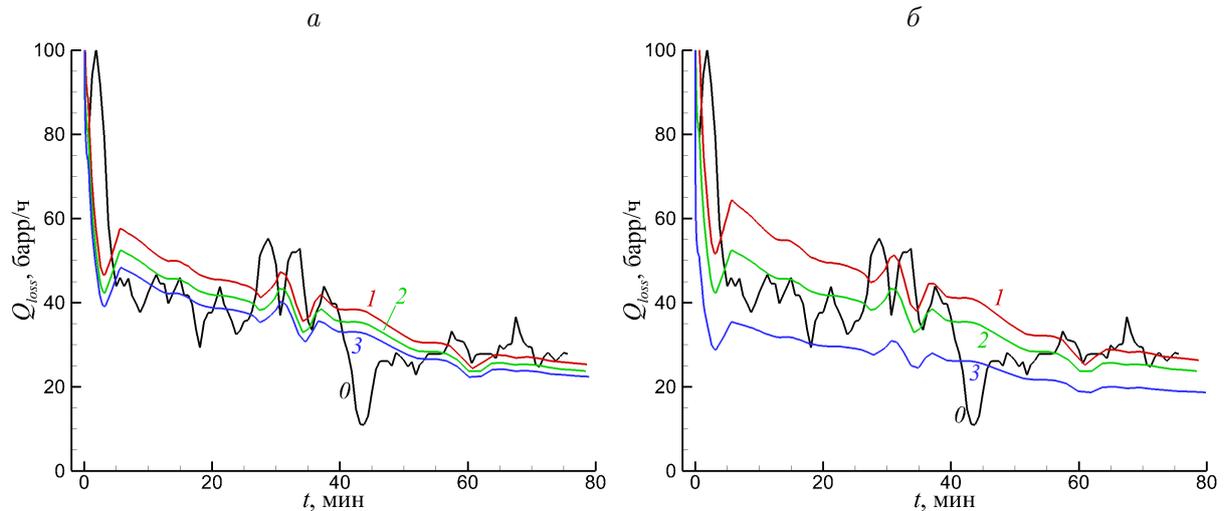


Рис. 4. Зависимости расхода бурового раствора от времени при варьировании коэффициента консистенции (а) и показателя степени (б) на 10%: 0 — полевые данные; а: $K = 0.034, 0.0383, 0.042 \text{ Па} \cdot \text{с}^n$ кривые 1–3 соответственно; б: $n = 0.91, 0.94, 1.0$ — кривые 1–3 соответственно

исходным значениям. Ширина трещины задавалась постоянной и равной $W_0 = 0.67 \text{ мм}$. При этом значении ширины наблюдается наилучшее совпадение рассчитанной величины потерь с измеренной в скважине.

Как видно из рис. 4, расход бурового раствора в трещину наиболее чувствителен к изменению показателя степени. Изменение этого параметра на 10% вызвало изменение расхода на 16%, тогда как такое же изменение коэффициента консистенции и предельного напряжения сдвига вызвало изменение расхода на 6 и 11% соответственно. Следует, однако, отметить, что предельное напряжение сдвига в практически применяемых жидкостях может варьироваться в больших пределах, чем остальные два параметра. Поэтому меньшая чувствительность расхода бурового раствора к вариации этого параметра по сравнению с чувствительностью к вариации показателя степени компенсируется большим интервалом изменения предельного напряжения сдвига, что делает учет его изменений необходимым.

2.2.2. Влияние параметров пласта

Основные параметры пласта, которые влияют на потери бурового раствора:

- поровое давление p_{pore} , определяющее перепад давления между скважиной и фронтом бурового раствора;
- коэффициент утечки в породе C_L , влияющий на объем раствора, остающегося в трещине;
- сжимающие напряжения в породе σ_{min} , определяющие ширину раскрытия трещины.

На рис. 5 показаны зависимости расхода бурового раствора от времени, полученные при различных значениях порового давления и коэффициента утечки. Так как на величину потерь влияет не поровое давление p_{pore} само по себе, а разница давлений $p_c - p_{pore}$, для оценки чувствительности величины потерь варьировался именно этот параметр. Величина вариации составляла $\pm 10\%$. Коэффициент утечки изменялся в диа-

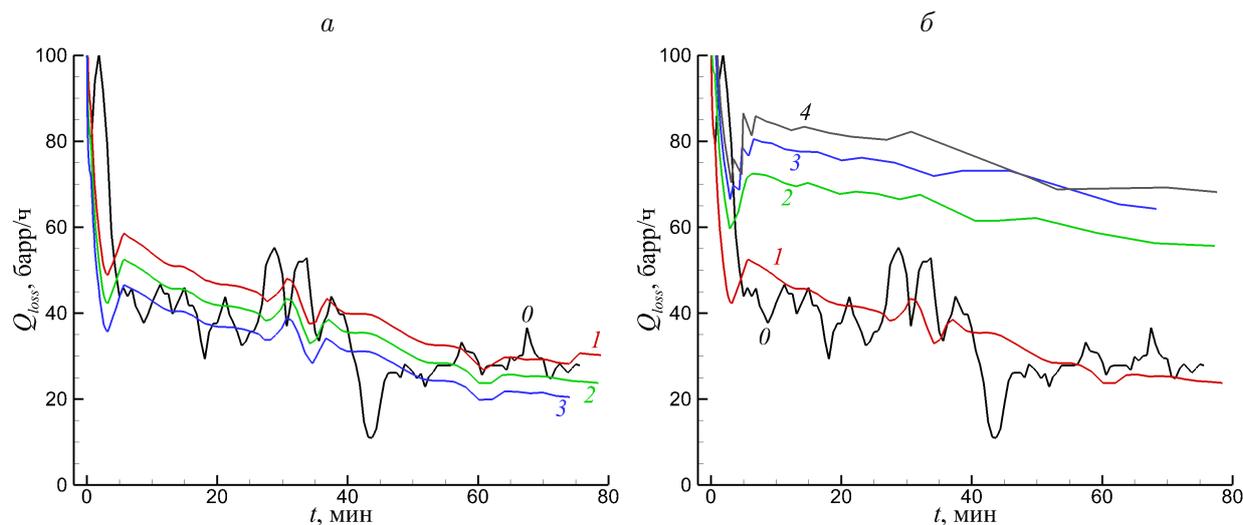


Рис. 5. Зависимости расхода бурового раствора от времени, полученные при различных значениях порового давления (а) и коэффициента утечек (б): 0 — полевые данные; а: $p_{pore} = 36.75, 37, 37.25$ МПа — кривые 1–3 соответственно; б: $C_L = 0.50 \cdot 10^{-6}, 100 \cdot 10^{-6}$ и $150 \cdot 10^{-6} \text{ м}\sqrt{\text{с}}$ — кривые 1–4 соответственно

пазоне от нуля (для непроницаемой породы) до значения $C_L = 150 \cdot 10^{-6} \text{ м}\sqrt{\text{с}}$, которое было рассчитано в [2] для случая трещиноватых сланцев на основе экспертных оценок.

Видно, что расход бурового раствора пропорционален перепаду давления и 10 %-ное изменение перепада давления приводит к примерно такому же (11 %) изменению расхода. Так как изменение абсолютного значения порового давления при этом составляет всего 0.67 %, поровое давление p_{pore} является ключевым параметром для определения ширины трещины и должно измеряться с высокой точностью. Наличие утечки значительно увеличивает расход бурового раствора. Можно видеть также, что разница между непроницаемой и проницаемой породой выше, чем разница между разными коэффициентами утечек в проницаемой породе. Это означает, что наличие утечки в породе имеет большее значение, чем абсолютная величина коэффициента утечек, а следовательно, допустима некоторая погрешность при определении значения коэффициента утечки при описании потерь бурового раствора.

Одним из важных отличий предложенной модели потерь в систему трещин является учет деформации берегов трещины, которая определяется разницей между давлением в скважине $p_c(t)$ и сжимающими напряжениями σ_{min} . Для исследования влияния сжимающих напряжений на рис. 6 представлены зависимости расхода бурового раствора, полученные при различных значениях этой разницы. Там же показано изменение ширины трещины у ствола скважины. Хорошо видно, что существует некоторое критическое значение разницы $p_{net}^* = p_c(t) - \sigma_{min}$ между давлением в стволе скважины и сжимающим напряжением в естественном залегании. Если давление в скважине превышает этот предел, то трещина начинает развиваться по сценарию трещины гидроразрыва. Характерным для этого сценария является экспоненциальный рост расхода при поддержании постоянного давления в скважине.

В рассматриваемом примере это предельное значение находилось в интервале $p_{net}^* \in [0.5; 1]$ МПа и соответствовало сжимающему напряжению, находящемуся в интервале $38.6 \text{ МПа} \leq \sigma_{min} \leq 38.7 \text{ МПа}$. Когда сжимающее напряжение превышает критиче-

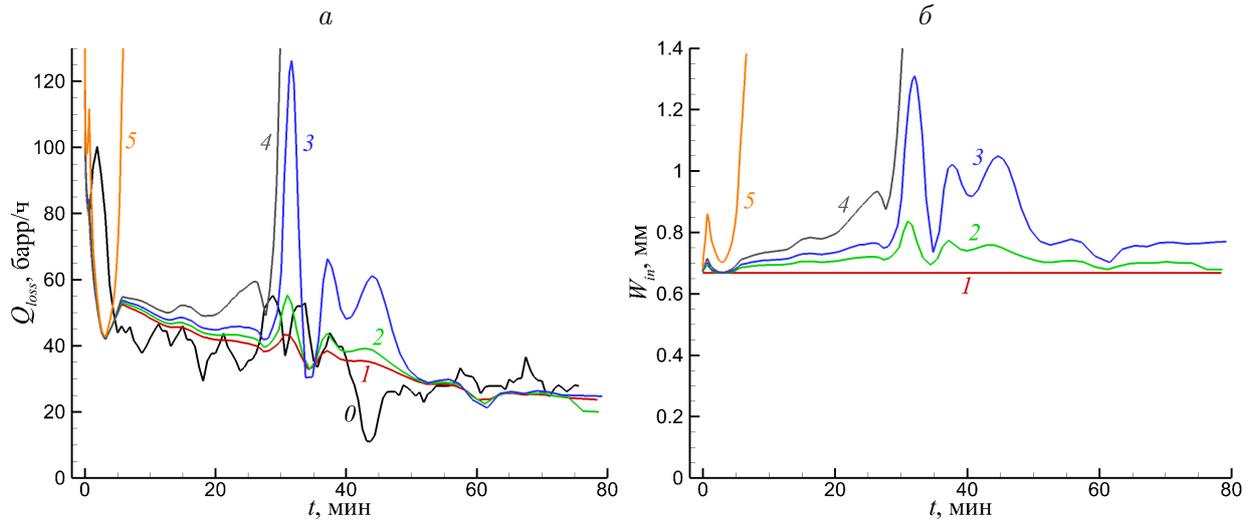


Рис. 6. Зависимости расхода бурового раствора от времени (а) и ширины трещины на скважине (б) при варьировании сжимающих напряжений в породе σ_{\min} для $\tau_0 = 4$ Па: 0 — полевые данные; $\sigma_{\min} = 40, 38.8, 38.7, 38.6$ и 38.2 МПа — кривые 1–5 соответственно

ское значение $\sigma_{\min} \geq 38.7$ МПа, расход бурового раствора становится нечувствительным к точному значению σ_{\min} и близок к расходу, полученному для $\sigma_{\min} = 40$ МПа, при котором берега трещины не деформируются. Когда сжимающее напряжение ниже предельного значения $\sigma_{\min} < 38.6$ МПа, его точное значение влияет только на момент начала лавинообразного роста расхода бурового раствора. Изменение параметров реологии может влиять на чувствительность расхода и ширины трещины к “всплескам” (т. е. к кратковременным локальным максимумам) давления в скважине, но незначительно влияет на предельное значение p_{net}^* , при превышении которого наблюдается рост потерь бурового раствора.

С одной стороны, учет деформации горных пород позволяет модели предсказать возможный быстрый рост потерь бурового раствора по сценарию трещины гидроразрыва. С другой стороны, если давление в стволе скважины поддерживается меньшим, чем сжимающие напряжения в породе, то расход бурового раствора можно вычислять без учета деформации берегов трещины. Это позволяет исключить из методики определения параметров породы по данным о потерях бурового раствора такой параметр, как значение сжимающих напряжений σ_{\min} .

3. Расчет раскрытия трещины по данным об утечках бурового раствора

Обратная задача определения параметров трещиноватости породы заключается в определении ширины трещин W_0 и их количества N на основе анализа зависимостей давления в скважине $p_c(t)$ и расхода бурового раствора $Q_{loss}(t)$ в трещины от времени. Эта задача формулируется, как и в работе [3], в виде оптимизационной задачи. Требуется найти значения параметров $\mathbf{x} = (W, N)$, обеспечивающие минимум функционалу:

$$F(\mathbf{x}) = \left[\int_0^T (Q_{loss}^{exp}(t) - Q_{well}^{num}(t, \mathbf{x}))^2 dt \right]^{1/2}. \quad (7)$$

Здесь Q_{loss}^{exp} — потери бурового раствора, наблюдаемые при бурении; T — период времени, в течение которого наблюдались потери; Q_{well}^{num} — суммарный расход во все трещины, полученный в вычислительном эксперименте. В предположении об одинаковости всех трещин его можно рассчитать как $Q_{well}^{num} = Q_{loss}N$, где Q_{loss} — расход бурового раствора в одну трещину.

Естественными компонентами вектора параметров являются количество N и ширина трещин W_0 на участке, где происходят потери бурового раствора. Однако, как будет показано ниже, из условия минимизации функционала (7) можно получить только некоторую связь между этими параметрами, а не значения каждого из них. Поэтому в работе один из параметров — количество трещин — фиксировался равным $N = 1$ и использовался метод решения оптимизационной задачи с одним параметром, а именно метод золотого сечения, описанный, например, в [6] и использованный в [3] для решения аналогичной задачи.

3.1. Связь между шириной и количеством трещин

Для анализа влияния ширины и количества трещин на расход бурового раствора проведен безразмерный анализ уравнений модели. С этой целью уравнения движения жидкости (1), (2) переписывались для случая непроницаемой породы, степенной жидкости без учета деформации породы:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial r} &= -2K \left(\frac{2n+1}{\pi n} \right)^n \frac{(Q/N)^n}{W^{2n+1}R^n}, \\ \frac{\partial RW}{\partial T} + \frac{1}{2\pi} \frac{\partial(Q/N)}{\partial R}, \\ \frac{\partial R_{front}}{\partial T} &= \frac{Q_{front}}{2\pi R_{front}W_{front}}, \end{aligned}$$

где $Q_{front} = Q(R_{front})$, $W_{front} = W(R_{front})$.

Новые безразмерные переменные вводятся по следующим формулам:

$$R = R_*r, \quad T = T_*t, \quad P = P_*p, \quad Q = Q_*q, \quad W = W_*w,$$

где R_* — максимальный радиус проникновения бурового раствора; T_* — период наблюдения за процессом; P_* — усредненная по времени разность давлений между давлением в стволе скважины и поровым давлением; Q_* — средний времени расход раствора; W_* — средняя ширина трещины. Уравнения в терминах безразмерных переменных можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} \tilde{C}_1 \frac{\partial rw}{\partial t} + \frac{1}{2\pi} \frac{\partial(q)}{\partial r}, \\ \tilde{C}_2 \frac{\partial p}{\partial r} &= -2k \left(\frac{2n+1}{\pi n} \right)^n \frac{(q)^n}{w^{2n+1}r^n}, \\ \tilde{C}_1 \frac{\partial r_{front}}{\partial t} &= \frac{q_{front}}{2\pi r_{front}w_{front}}. \end{aligned} \tag{8}$$

Здесь \tilde{C}_1 и \tilde{C}_2 — безразмерные комбинации параметров, определяемые формулами

$$\tilde{C}_1 = \frac{P_*W_*^{2n+1}R_*^{n-1}}{K(Q_*/N)^n}, \quad \tilde{C}_2 = \frac{R_*^2W_*}{T_*Q_*/N}.$$

В соответствии с постановкой задачи известны характерные значения перепадов давления P_* , времени T_* и скорости потери бурового раствора Q_* , а необходимо определить среднюю ширину трещин W_* , их количество N и радиус внешней границы бурового раствора R_* . Можно исключить R_* из рассмотрения, переписав

$$C_1 = \tilde{C}_1 \tilde{C}_2^{2/(n-1)} = \frac{P_* T_*^{(n-1)/2}}{K} \left(\frac{N W_*^3}{Q_*} \right)^{(n+1)/2}, \quad C_2 \tilde{C}_2^{1/2} = \left(\frac{R_*^2 W_*}{T_* Q_* / N} \right)^{1/2}. \quad (9)$$

Тогда уравнения (8) можно переписать следующим образом:

$$\begin{aligned} C_2^2 \frac{\partial r w}{\partial t} + \frac{1}{2\pi} \frac{\partial(q)}{\partial r}, \\ C_1 C_2^{n-1} \frac{\partial p}{\partial r} = -2k \left(\frac{2n+1}{\pi n} \right)^n \frac{(q)^n}{w^{2n+1} r^n}, \\ C_2^2 \frac{\partial r_{front}}{\partial t} = \frac{q_{front}}{2\pi r_{front} w_{front}}. \end{aligned} \quad (10)$$

Таким образом, решение прямой задачи определяется всего двумя параметрами. Значит, решая серию безразмерных задач (10) для различных значений C_1 и C_2 , а затем сравнивая полученные кривые зависимости давления и расхода бурового раствора с данными “полевых” измерений, можно выбрать наиболее подходящие значения комбинаций C_1 и C_2 . Однако знание этих значений порождает только два соотношения (9) для трех неизвестных W_* , R_* и N . Отсюда следует, что каждой паре параметров C_1^* и C_2^* соответствует множество троек параметров W_* , R_* и N , связанных двумя соотношениями $C_1(W_*, R_*, N) = C_1^*$, $C_2(W_*, R_*, N) = C_2^*$. Следовательно, одновременное определение всех трех неизвестных из данных анализа полевых записей давления ствола скважины и расхода бурового раствора невозможно. В частности, невозможно определить одновременно как среднюю ширину, так и количество трещин, если радиус зоны проникновения неизвестен. Анализ результатов расчетов показал, что этот вывод справедлив и для бурового раствора с ненулевым предельным напряжением сдвига τ_0 . Из (9) следует, что в случае жидкости степенной реологии неизвестные связаны следующими соотношениями:

$$W_* \sim N^{-1/3}, \quad R_* \sim (W_* N)^{-1/2} \sim N^{-1/3}. \quad (11)$$

Поэтому в качестве решения задачи об определении параметров трещиноватой среды по потерям бурового раствора достаточно указывать, например, значение коэффициента

$$C_{WN} = W_0 N^{1/3}, \quad (12)$$

при котором обеспечивается минимальное отклонение рассчитанного расхода бурового раствора от полученного при бурении распределения. Это значение C_{WN} будет равно ширине трещины, обеспечивающей минимум функционала (7) при $N = 1$. Ширину трещин $W_0(N)$ при их известном (например, при анализе керна) количестве N можно получить из очевидной формулы $W_0 = C_{WN} N^{-1/3}$.

3.2. Чувствительность ширины трещин, определяемой по потерям бурового раствора, к основным параметрам задачи

В подразд. 2.2 показано влияние основных параметров на распределение потерь бурового раствора Q_{loss} , здесь рассмотрим влияние параметров на решение обратной задачи,

т. е. на ширину трещины W , при которой распределение расхода наиболее близко наблюдаемому в эксперименте.

3.2.1. Чувствительность к параметрам реологии

Как показано в подразд. 2.2, малые изменения коэффициента консистенции K (менее 10 %) слабо влияют на расход бурового раствора, следовательно, влияние этого параметра на ширину трещины также будет незначительным. Поэтому исследовано только влияние показателя степени n и предела текучести τ_0 . На рис. 7, а, б показаны зависимости расхода бурового раствора от времени в одной трещине, полученные для различных показателей степени n . В отличие от рис. 4, где расчеты скорости потери бурового раствора вычисляются для одной и той же ширины, здесь ширина в каждом расчете выбирается так, чтобы находить наилучшее соответствие для измеренного

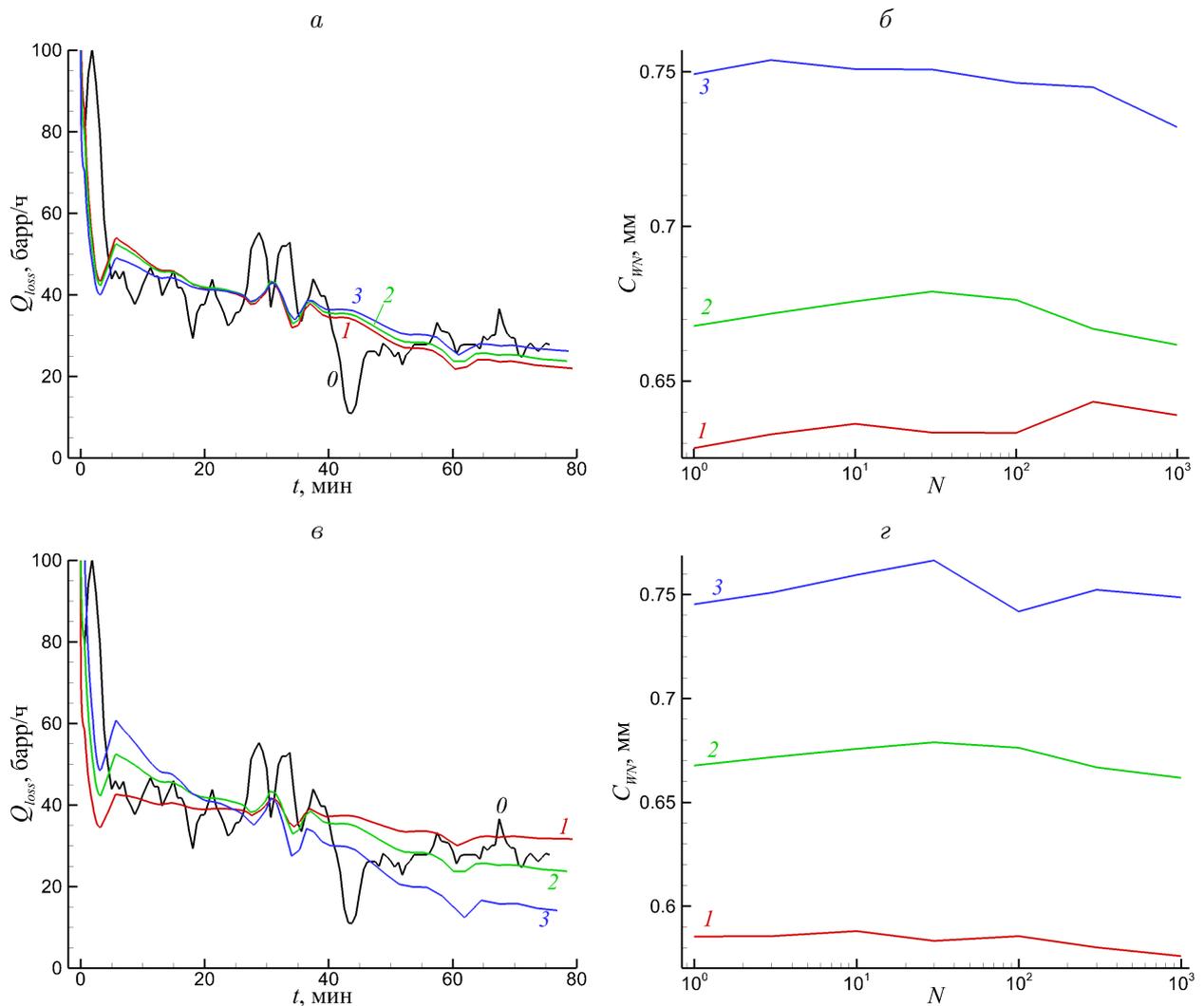


Рис. 7. Зависимости расхода бурового раствора от времени в одной трещине (а, в) и зависимость коэффициента C_{WN} от числа трещин (б, г), полученные для различных показателей степени (а, б) и при различных значениях предельного напряжения сдвига (в, г): 0 — полевые данные; а, б: 1 — $n = 0.91, W = 0.63$ мм; 2 — $n = 0.94, W = 0.67$ мм; 3 — $n = 1, W = 0.75$ мм; в, г: 1 — $\tau_0 = 0, W = 0.58$ мм; 2 — $\tau_0 = 4$ Па, $W = 0.67$ мм; 3 — $\tau_0 = 8$ Па, $W = 0.75$ мм

расхода. Для каждого значения показателя степени подбирается своя ширина. Здесь же показано значение коэффициента C_{WN} (12), рассчитанного из решения обратной задачи при различных количествах трещин. Слабая (менее 3%) вариация коэффициента $C_W(N)$ при изменении количества трещин N подтверждает полученную на основе безразмерного анализа зависимость (11) между шириной и количеством трещин.

На рис. 7, в, г показаны зависимости расхода бурового раствора от времени в одной трещине и зависимости ширины трещины от числа трещин, полученные для различных значений предельного напряжения сдвига τ_0 . Видно, что показатель степени и предельное напряжение сдвига влияют на определяемую из решения оптимизационной задачи ширину трещины слабее, чем на расход бурового раствора. Изменение ширины трещины при вариации показателя степени на 10% составило 9% (против 16% изменения расхода, см. рис. 4), а изменение предельного напряжения сдвига на 100% привело к изменению оцениваемой ширины трещины на 13%, тогда как 10%-ная вариация предельного напряжения сдвига приводит к 11%-ному изменению расхода.

Можно также видеть, что значение предельного напряжения сдвига влияет на форму зависимости расхода бурового раствора от времени — наклон кривой значительно изменяется, тогда как при разных показателях степени кривая расхода раствора практически одинакова. Отсюда следует, что существует возможность уточнить значение предельного напряжения сдвига используемого бурового раствора одновременно с нахождением ширины трещины при анализе кривой потерь. Однако разработка методики такой оценки требует дополнительного исследования и выходит за рамки настоящей работы.

3.2.2. Чувствительность к параметрам пласта

Как было указано выше, основными параметрами пласта, влияющими на величину потерь бурового раствора, являются поровое давление и коэффициент утечек в породу. На рис. 8 показаны зависимости ширины трещины и коэффициента C_{WN} от различ-

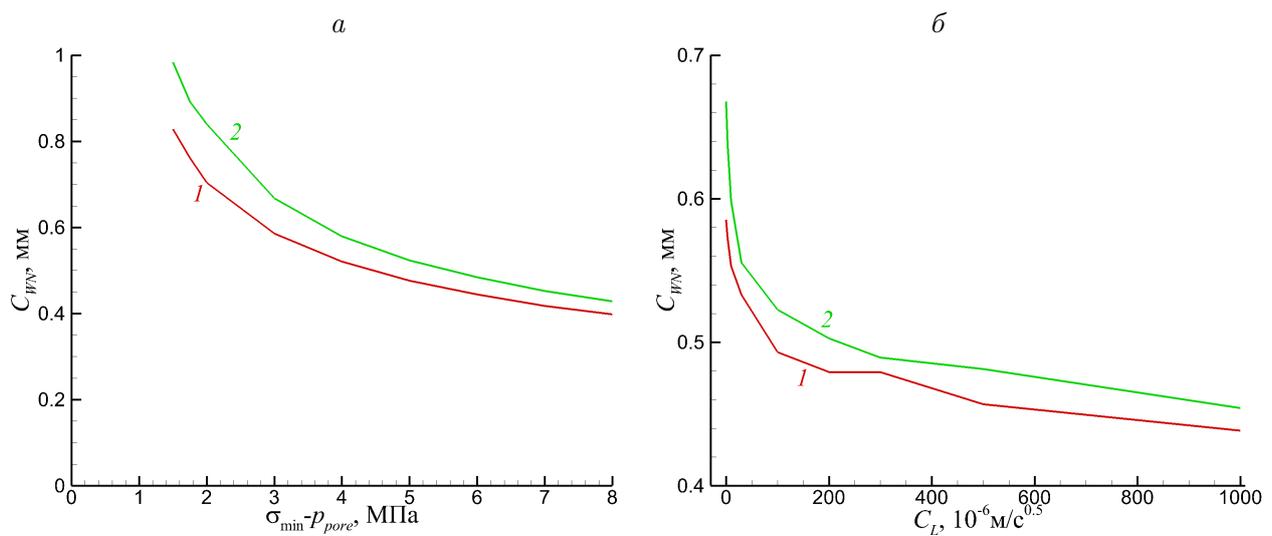


Рис. 8. Зависимости коэффициента C_{WN} от перепада давления $\Delta p = \sigma_{\min} - p_{\text{pore}}$ (а) и коэффициента утечки C_L (б), полученные при различных значениях предельного напряжения сдвига: 1 — $\tau_0 = 0$; 2 — $\tau_0 = 4$ МПа

цы между сжимающим напряжением и поровым давлением для двух значений предела текучести $\tau_0 = 0$ и $\tau_0 = 4$ Па. В модели потерь бурового раствора при отсутствии деформаций берегов трещины расход раствора определяется избыточным давлением в стволе скважины $p_c(t)$ по отношению к поровому давлению p_{pore} . Поэтому естественным было бы исследовать чувствительность ширины трещины к величине $p_c(t) - p_{pore}$. Однако давление в стволе скважины $p_c(t)$ изменяется во времени и не подходит для использования в качестве параметра. Сжимающие напряжения σ_{min} можно приближенно рассматривать в качестве верхней границы для давления в скважине, так как при превышении этого значения потери бурового раствора неограниченно растут. Поэтому в качестве параметра используется именно разница $\sigma_{min} - p_{pore}$.

Изменение перепада давления $\Delta p = \sigma_{min} - p_{pore}$ в широком диапазоне (1.5–8 МПа) приводит к изменению ширины трещины в пределах 50%. Зависимость ширины трещины W от этого параметра близка к степенной и может быть приближенно записана в виде

$$W(\Delta p) \approx W \Big|_{\Delta p=1\text{МПа}} \Delta p^\alpha, \quad \alpha \approx 2.2 - 2.5.$$

На рис. 8 также показаны зависимости ширины трещины или коэффициента C_{WN} от коэффициента утечки C_L в законе Картера. Можно видеть, что для оценки ширины трещины информация о наличии или отсутствии утечки в матрицу трещиновато-пористой среды более важна, чем знание точного значения коэффициента утечки. При изменении коэффициента утечек от значения $C_L = 100 \cdot 10^{-6}$ м/с, характеризующего трещиновато-пористую среду со слабопроницаемой матрицей, до $C_L = 0$, соответствующего трещиноватой среде с абсолютно непроницаемой матрицей, ширина трещины, определяемая из условия наилучшей аппроксимации рассчитанных потерь расхода бурового раствора, увеличивается на 20 – 30% в зависимости от предельного напряжения сдвига. При этом увеличение коэффициента в 10 раз от $C_L = 100 \cdot 10^{-6}$ м/с до $C_L = 10^{-3}$ м/с уменьшает оценку ширины трещины всего на 10–15%.

4. Аналогия между моделью системы естественных трещин и моделью трещиновато-пористой среды

В работе [3] описана методика определения фильтрационных параметров породы по данным о потерях бурового раствора. В основу методики положена модель плоскорадиальной фильтрации бурового раствора в трещиновато-пористую среду с вытеснением поровой жидкости. Предполагалось, что среда имеет трещиновато-пористую структуру и представляет собой совокупность пористых блоков, отделенных друг от друга трещинами. Количество трещин считалось достаточно большим, чтобы рассматривать их совокупность в качестве трещиноватой фазы трещиновато-пористой среды, характеризующейся высокой проницаемостью k_f и низкой пористостью m_f . Пористая фаза, состоящая из блоков среды, описывалась высокой пористостью m_r и низкой проницаемостью k_r . Для учета обмена жидкостью между фазами среды использовался параметр перетока α_0 .

Предложенная в [3] модель описывает тот же процесс движения бурового раствора в трещиновато-пористую среду, что и рассматриваемая в настоящей работе модель. Ключевым отличием предлагаемой модели потерь в систему трещин является описание движения в каждой из трещин, что делает ее пригодной для случая, когда весь раствор

Различающиеся предположения в моделях потерь бурового раствора

| Материал | Модель | |
|------------------|-------------------------|------------------------|
| | Потерь в систему трещин | Фильтрации |
| Буровой раствор | Несжимаемый | Слабосжимаемый |
| Поровая жидкость | Невязкая | Вязкая, слабосжимаемая |
| Порода | Линейно упругая | Слабосжимаемая |

утекает в одну трещину. Модель фильтрации описывает движение раствора в трещинах на основе уравнений фильтрации, применимых для большого количества трещин. В таблице приведено сравнение основных предположений в моделях для случая среднего количества трещин (10–100). Следует отметить, что кроме различий в предположениях о количестве трещин модели содержат и другие отличия в базовых предположениях, что объясняет различия и в полученных результатах.

Чтобы установить взаимосвязи между ключевыми параметрами, которые определяют процесс движения раствора в каждой из моделей, уравнения, описывающие поток жидкости внутри трещины, следует переписать в форме уравнений фильтрации и выделить соответствующие коэффициенты при скорости жидкости и производной давления. После алгебраических вычислений можно получить следующие соотношения, связывающие ширину трещин W и их количество N , с одной стороны, и пористость m_f и проницаемость k_f трещиноватой фазы — с другой:

$$k_f = \frac{n}{4n + 2} \frac{W^{2+1/n} N}{2^{1/n} K^{1-1/n} H}, \quad m_f = \frac{NW}{H}, \quad (13)$$

$$W = K^{\frac{1-n}{1+n}} 2^{\frac{1}{1+n}} \left(\frac{4n + 2}{n} \frac{k_f}{m_f} \right)^{\frac{n}{1+n}}, \quad N = \frac{m_f H}{W}.$$

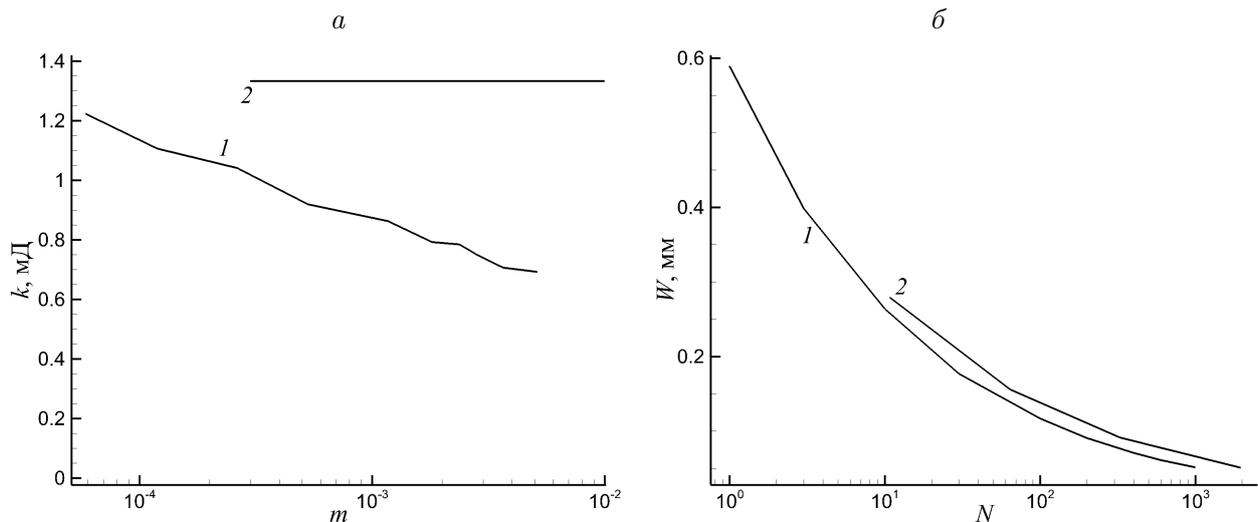


Рис. 9. Зависимости проницаемости трещиноватой среды k_f от пористости m_f (а) и ширины трещин W от их количества N (б), рассчитанные из решения обратной задачи по различным моделям: 1 — модель потерь в систему трещин; 2 — модель фильтрации в систему с двойной пористостью

Обе модели применены для определения параметров трещиновато-пористой среды по потерям бурового раствора при следующих параметрах: $n = 0.94$, $\tau = 0$, $K = 0.0383 \text{ Па} \cdot \text{с}^n$, $p_{\text{pore}} = 37 \text{ МПа}$, $\sigma_{\text{min}} = 40 \text{ МПа}$. Для модели фильтрации в среде с двойной пористостью использовались дополнительно параметры, приведенные в [3], а именно сжимаемость бурового раствора выбрана равной сжимаемости воды $\beta_m = 4.58 \cdot 10^{-10} \text{ Па}^{-1}$, пористость и проницаемость пористой фазы породы выбраны характерными для песчаника $m_r = 0.3$, $k_r = 10 \text{ мД} = 10^{-14} \text{ м}^2$.

Как было показано выше и в [3], решение обратной задачи позволяет получить только зависимость одного из определяемых параметров от другого, например ширины трещин от их количества или проницаемости от пористости. На рис. 9 приведены указанные зависимости $k_f = k_f(m_f)$ и $W = W(N)$, являющиеся решением обратной задачи определения параметров трещиноватой среды по потерям бурового раствора. Хорошо видно, что проницаемости трещиноватой фазы, рассчитанные по разным моделям, различаются почти в два раза, тогда как зависимости ширины трещин от их количества практически совпадают. Большая чувствительность проницаемости объясняется степенной зависимостью ее от ширины трещины (13) с большим (≈ 3) показателем степени. Поскольку ширина трещин является ключевым параметром при разработке закупоривающих добавок, можно сделать вывод, что при среднем количестве трещин ($10 \leq N \leq 100$) обе модели дают согласующиеся результаты, несмотря на значительные различия между их подходами и основными предположениями.

Заключение

Предложена модель потерь бурового раствора в систему естественных трещин. Модель описывает радиальное движение бурового раствора из скважины в трещину, его утечку в породу и деформацию стенок трещины под действием давления раствора. Модель позволяет по известным параметрам пласта, реологии раствора и давлению в затрубном пространстве скважины получить зависимость величины потерь раствора от времени.

Сформулирована задача определения параметров трещиновато-пористой среды по данным о потерях бурового раствора. Разработан метод решения обратной задачи на основе предложенной модели. Показано, что только из зависимостей давления и величины потерь раствора от времени можно оценить только один из параметров, характеризующих трещиноватую среду. Приведены результаты решения обратной задачи, в которых определена ширина естественных трещин по зависимостям давления и величины потерь раствора от времени. Выполнен анализ чувствительности оцениваемой ширины трещины к величине погрешности при задании параметров раствора и пласта.

Установлена аналогия с ранее разработанной моделью потерь в трещиновато-пористую среду на основе уравнений фильтрации с двойной пористостью. Приведены формулы пересчета параметров. Показано, что обе модели, несмотря на значительные различия между их подходами и основными предположениями, дают согласующиеся результаты при среднем количестве трещин и могут быть использованы в этом интервале с одинаковой эффективностью.

Благодарности. Работа выполнена в рамках фундаментальных научных исследований (базовые темы) ИВТ СО РАН АААА-А17-117120670140-0 “Разработка и исследование новых элементов вычислительной технологии решения фундаментальных и прикладных задач аэро-, гидро- и волновой динамики”.

Список литературы / References

- [1] **Baggini Almagro, S.P., Frates, C., Garand, J., Meyer, A.** Sealing fractures: Advances in lost circulation control treatments // *Oilfield Review*. 2014. Vol. 26. P. 4–13.
- [2] **Majidi, R., Miska, S., Thompson, L.G. et al.** Quantitative analysis of mud losses in naturally fractured reservoirs: The effect of rheology // *Society of Petroleum Engineers*. 2010. Vol 26. P. 4–13.
- [3] **Астракова А.С., Лапин В.Н., Черный С.Г., Алексеенко О.П.** Модель фильтрации вязкопластической жидкости в задаче определения параметров трещиновато-пористой среды // *Вестн. Новосиб. гос. ун-та. Сер. Информ. технологии*. 2013. Т. 11, № 2. С. 18–35.
Astrakova, A.S., Lapin, V.N., Cherny, S.G., Alekseenko, O.P. Model of visco-plastic liquid filtration in problem of fissured and porous medium // *Vestnik NSU. Ser.: Inform. Technologies*. 2013. Vol. 11, No 2. P. 18–35. (In Russ.)
- [4] **Carter, R.D.** *Drilling and production practice* / Eds by G.C. Howard, C.R. Fast. N.Y.: American Petrol. Institute, 1957. P. 261–270.
- [5] **Слепьян Л.И.** *Механика трещин*. Л.: Судостроение, 1990. 296 с.
Slepyan, L.I. *Mechanics of cracks*. Leningrad: Sudostroenie, 1990. 296 p. (In Russ.)
- [6] **Каханер Д., Моулер К., Нэш С.** *Численные методы и математическое обеспечение*: Пер. с англ. М.: Мир, 1998. 575 с.
Kahaner, D., Moler, C., Nash, S. *Numerical methods and software*. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice-Hall, 1989. 495 p.

*Поступила в редакцию 19 ноября 2018 г.,
с доработки — 22 апреля 2019 г.*

Model for drilling mud losses into a system of natural fractures applied to the problem of estimation for parameters of fractured porous medium

LAPIN, VASILY N.

Institute of Computational Technologies SB RAS, Novosibirsk, 630090, Russia
Corresponding author: Lapin, Vasily N., e-mail: lapin@ict.sbras.ru

The loss of drilling mud in a rock during wellbore drilling is considered. The goal is to build a methodology for determining parameters of a fractured porous medium by analyzing the drilling mud loss rate and wellbore pressure as functions of time.

To develop the methodology, the optimization problem for finding the fractured-porous medium parameters based on the pressure and mud loss dependences versus time is formulated. The direct problem is to find the dependence of the mud loss as a function of time using known parameters of the reservoir, the mud rheology and the pressure in the wellbore.

To solve the direct problem, a model of mud loss to the system of natural fractures is proposed. The model describes the radial flow of mud in the natural fracture, the deformation of fracture sides under the pressure from mud and the leak-off of mud into the rock. The model has been verified by comparison with analytical solutions. An analogy with the model of fluid filtration into a dual porosity medium is shown.

As a result of research, it was shown that, using the data of drilling mud losses, it is possible to find only one of a pair of parameters characterizing a fractured-porous medium, namely the width of cracks with a known amount or permeability with known porosity.

Keywords: radial flow in the channel, viscoplastic fluid, fractured porous medium, loss of drilling mud.

Cite: Lapin, V.N. Model of drilling fluid losses into the system of natural fractures applied to the problem of fractured porous medium parameters estimation // Computational Technologies. 2019. Vol. 24, No. 4. P. 38–55. (In Russ.)
DOI: 10.25743/ICT.2019.24.4.004.

Acknowledgements. The work was performed within the framework of fundamental scientific research (basic topics) ICT SB RAS AAAA-A17-117120670140-0 “Development and research of new elements of computational technology for solving fundamental and applied problems of aero, hydro- and wave dynamics”.

Received November 19, 2018

Received in revised form April 22, 2019