

Модифицированный метод динамического программирования для оптимизации гидравлических режимов распределительных тепловых сетей

А. В. Луценко*, Н. Н. Новицкий

Институт систем энергетики им. А.А. Мелентьева СО РАН, Иркутск, Россия

*Контактный e-mail: luc_alex@mail.ru

Предложена оригинальная модификация метода динамического программирования, предназначенная для оптимизации гидравлических режимов распределительных тепловых сетей, опирающаяся на специальные свойства задачи. Продемонстрировано, что предложенная модификация метода динамического программирования обладает высокой вычислительной эффективностью по сравнению с возможными альтернативными методами дискретно-непрерывной оптимизации и гарантирует получение оптимального решения задачи.

Ключевые слова: теплоснабжающие системы, распределительные тепловые сети, гидравлический режим, оптимизация.

Библиографическая ссылка: Луценко А.В., Новицкий Н.Н. Модифицированный метод динамического программирования для оптимизации гидравлических режимов распределительных тепловых сетей // Вычислительные технологии. 2018. Т. 23, № 6. С. 47–63. DOI: 10.25743/ICT.2018.23.6.006.

Введение

Значительный потенциал резервов энергосбережения в теплоснабжающих системах может быть реализован на пути оптимального планирования режимов их работы при подготовке к предстоящему отопительному сезону. На практике задача планирования режимов теплоснабжающих систем (ТСС) решается путем многовариантных расчетов режимов. При этом выбор способов организации режимов целиком возлагается на специалиста, проводящего расчеты, а качество принимаемых решений зависит как от его опыта и квалификации, так и от масштабов и сложности ТСС, что не гарантирует оптимальности, а зачастую и допустимости разрабатываемых режимов. Это повышает актуальность разработки и применения самостоятельных методов, алгоритмов и программных комплексов для расчета допустимых и оптимальных режимов ТСС. Автоматизации решения данной задачи препятствует ряд факторов сложности: большая размерность привлекаемых моделей потокораспределения, их нелинейность, необходимость учета многочисленных ограничений-неравенств на параметры режима, наличие нескольких целевых функций, дискретность части переменных и т. д. По этим причинам в настоящее время отсутствуют пригодные для практического применения методики и программные комплексы.

Задачам оптимизации режимов ТСС в последнее время уделяется все больше внимания. Однако большинство работ в данной области носят частный характер. Многие из них посвящены ТСС небольшой размерности (например, [1]). Для решения задач оптимизации почти во всех известных авторам работах привлекаются программные комплексы общего назначения, или полуэвристические методы, такие, как генетические алгоритмы, или и то и другое одновременно, что сильно увеличивает вычислительную трудоемкость [2]. Во многих случаях привлекаются частные целевые функции (общий расход топлива [3], суммарная потребляемая насосными станциями мощность [4]). Особое внимание уделяется задачам, возникающим при оперативном управлении [3, 5, 6] и т. д. В подавляющем большинстве работ данного направления для преодоления проблем размерности привлекаются агрегированные схемы ТСС, что не позволяет учесть все множество ограничений и не гарантирует получения оптимальных решений с требуемой точностью.

Для преодоления проблем размерности в ИСЭМ СО РАН предложен многоуровневый подход к оптимизации режимов ТСС [7], сводящийся к выполнению следующих этапов:

- 1) декомпозиция гидравлически связанной ТСС на магистральные и распределительные тепловые сети (РТС);
- 2) поиск пределов допустимого изменения параметров режима в точках присоединения РТС к магистральной сети;
- 3) оптимизация режима магистральной сети с учетом этих ограничений;
- 4) оптимизация режимов всех РТС с учетом полученного решения для магистральной сети в точках декомпозиции в роли граничных условий.

На уровень магистральной тепловой сети выносятся часть ТСС, содержащая все источники тепла, насосные станции и многоконтурную в однолинейном представлении часть сети. На уровень РТС выносятся пассивные древовидные в однолинейном представлении части сети до конечных потребителей. Это позволяет учитывать затраты, связанные с поддержанием режима только при оптимизации режимов магистральных сетей [8].

Объектом исследования в данной статье являются РТС, а предметом — задача оптимизации, возникающая на этапе 4 многоуровневого подхода. Эта задача имеет и самостоятельное значение при разработке наладочных мероприятий для радиальных ТСС без насосных станций, имеющих один источник. Особенности РТС являются:

- 1) древовидные (тупиковые) технологические схемы;
- 2) многоконтурные расчетные схемы в двухлинейном отображении;
- 3) заранее известное распределение потоков, при котором соблюдаются заданные (требуемые) нагрузки потребителей.

Для оптимизации режимов и параметров трубопроводных систем древовидной структуры большое распространение получил метод динамического программирования (ДП) [9]. Основные условия применимости метода ДП — аддитивность целевой функции и соблюдение принципа оптимальности Беллмана [10]. Последнее условие предполагает допустимость принятия решений на каждом этапе многошагового процесса наращивания условно-оптимальных траекторий фазовых переменных независимо от их предыстории. Для сетей с древовидной топологией, когда потокораспределение известно, а в роли фазовых переменных выступают давления, такой принцип соблюдается.

Применительно к многоконтурным трубопроводным системам принцип оптимальности Беллмана не соблюдается, так как потокораспределение зависит от принимаемых

решений на отдельных этапах оптимизации методом ДП. для общего случая многоконтурных сетей с неизвестным потокораспределением С.В. Сумароковым предложен метод многоконтурной оптимизации (МКО), предполагающий выполнение итерационного процесса [11]. На каждом шаге этого процесса при фиксированном потокораспределении с помощью метода ДП выполняется оптимизация параметров элементов сети, приведенной к древовидному виду путем “разрезания” узлов схода потоков, и решается задача потокораспределения при фиксации полученных параметров. Эти операции повторяются до тех пор, пока целевая функция не перестанет изменяться.

В задаче оптимизации режимов РТС основная проблема связана с необходимостью соблюдения второго закона Кирхгофа по контурам при наращивании и отбраковке условно-оптимальных траекторий фазовых переменных. Для общего случая многоконтурных трубопроводных систем с заданным потокораспределением в [12] предложена модификация идеи метода МКО. Эта модификация также предполагает выполнение итерационного процесса, на каждой итерации которого производится расчет давлений методом ДП на приведенной к древовидному виду расчетной схеме сети с последующей коррекцией ограничений на давления. К недостаткам данного подхода можно отнести его итеративность и отсутствие строгого обоснования [12].

Для решения рассматриваемой в статье задачи ранее авторами исследовался хорошо известный метод ветвей и границ. На его основе и с учетом особенностей РТС был предложен метод [13], имеющий высокую с точки зрения практического применения вычислительную сложность. По такому же признаку высокой трудоемкости генетические алгоритмы для решения задачи не рассматривались, к тому же они не дают гарантии нахождения глобального оптимума.

Для решения поставленной задачи в статье предлагается новый эффективный подход, основанный на оригинальном сочетании методов ДП и эквивалентирования расчетных схем. Основными его достоинствами являются:

- 1) линейный по размерности рассматриваемой задачи рост вычислительных затрат;
- 2) отсутствие итерационных циклов;
- 3) возможность учета нескольких целевых функций.

1. Постановка задачи

Основные требования, предъявляемые к режимам РТС, связаны с их допустимостью и минимальной трудоемкостью на ее обеспечение. Последнее можно свести к требованию минимизации количества мест приложения управлений. Кроме того, целесообразно снизить общий уровень давления в сети с целью минимизации потерь теплоносителя (утечек, непроизводительных расходов и т. п.) и риски возникновения аварийных ситуаций. Таким образом, задача оптимизации режима РТС состоит в определении минимально необходимого числа управлений (дросселирующих устройств) на сети, а также их значений (на сети и у потребителей), обеспечивающих допустимость режима и снижение общего уровня давления в РТС. Отметим, что задача определения минимально необходимого числа управлений является задачей дискретной оптимизации, а задача снижения давления в сети — непрерывной. Это делает задачу, рассматриваемую в статье, задачей смешанной дискретно-непрерывной оптимизации.

В данной статье предполагается, что температурные графики на источниках тепла заданы, тепловые потери в сетях устранены, а их остаточным значением можно пренебречь. При этом требование обеспеченности потребителей тепловой энергией означает

поддержание у них необходимых расходов теплоносителя, а задача сводится к оптимизации гидравлического режима.

В качестве исходной модели гидравлического режима принята модель управляемого потокораспределения [7], состоящая из уравнений — аналогов законов Кирхгофа и соотношений, отражающих законы течения среды (воды) по отдельным элементам сети:

$$\mathbf{U}(\mathbf{X}) = \begin{pmatrix} \mathbf{U}_1(\mathbf{x}, \mathbf{Q}) \\ \mathbf{U}_2(\mathbf{P}, \mathbf{y}) \\ \mathbf{U}_3(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{Q} \\ \mathbf{A}^T\mathbf{P} - \mathbf{y} \\ \mathbf{y} - \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{z}) \end{pmatrix} = 0. \quad (1)$$

Здесь \mathbf{A} — $m \times n$ -матрица инцидентий связного ориентированного графа (без петель) расчетной схемы ТСС с элементами $a_{i,j} = 1(-1)$, когда узел (вершина графа) j — начальный (конечный) для ветви (дуги графа) i , и $a_{i,j} = 0$, если ветвь i не инцидентна узлу j ; n, m — число ветвей и число узлов расчетной схемы; \mathbf{Q} — m -мерный вектор узловых расходов с элементами $Q_j > 0$ для притоков, $Q_j < 0$ для отборов и $Q_j = 0$ для простых узлов соединения; \mathbf{P} — m -мерный вектор узловых давлений; \mathbf{x}, \mathbf{y} — n -мерные векторы расходов и перепадов давления на ветвях РТС; $\mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{z})$ — n -мерная вектор-функция с элементами $h_i(x_i, z_i)$, $i = \overline{1, n}$, отражающими гидравлические зависимости падения давления от расхода; \mathbf{z} — вектор управлений; $\mathbf{X} = (\mathbf{R}, \mathbf{z})$ — вектор вещественных параметров модели; $\mathbf{R} = (\mathbf{P}, \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{Q})$ — вектор параметров режима. В общем случае для РТС допустимо принять $h_i(x_i, z_i) = z_i s_i x_i |x_i|$, $i \in I$, где s_i — номинальное гидравлическое сопротивление (без управлений) [9]. Таким образом, $z_i \geq 1$, $i \in I$, где I — множество индексов всех ветвей РТС, $|I| = n$. Введем J — множество всех узлов РТС.

Основные элементы РТС — трубопроводные участки и потребители. Обозначим I_{PL} и I_C — множества индексов ветвей, моделирующих элементы первого и второго типов так, чтобы $I_{PL} \cap I_C = \emptyset$ и $I_{PL} \cup I_C = I$.

Часть параметров режима \mathbf{R} , зависящих от проявлений внешней среды, назовем граничными условиями \mathbf{G} . Тогда $\mathbf{R} = (\mathbf{G}, \mathbf{Y})$, где \mathbf{Y} — вектор неизвестных параметров режима. Традиционно граничные условия задаются в виде $\mathbf{G} = (Q_1^*, \dots, Q_{j-1}^*, P_j^*, \dots, P_m^*)$, где должно присутствовать хотя бы одно давление. В роли граничных условий для РТС задаются давления в узлах соединения подающих трубопроводов РТС и магистральной сети и обратных трубопроводов РТС и магистральной сети, а также расходы во всех остальных узлах. Узлы РТС всегда можно перенумеровать так, чтобы узлы соединения подающих и обратных трубопроводов РТС и магистральной сети имели первый и последний номера соответственно. Тогда граничные условия для РТС можно записать в виде

$$\mathbf{G} = (P_1^*, Q_2^*, \dots, Q_{m-1}^*, P_m^*). \quad (2)$$

Соотношение (1) является общим для пассивных трубопроводных систем. Топология рассматриваемого в статье объекта, отражаемая в матрице \mathbf{A} , обладает следующими особенностями (рис. 1):

- 1) древовидность в однолинейном представлении и многоконтурность в двухлинейном представлении;
- 2) подающий и обратный трубопроводы симметричны друг другу;
- 3) подающий и обратный трубопроводы соединены через потребителей, расходы теплоносителя у которых фиксированы.

Из особенностей 1 и 3 следует, что если из расчетной схемы РТС удалить участки-потребители, заменив их на узлы с фиксированными притоками/отборами, то расчетная схема РТС распадется на два древовидных фрагмента. Также из (2) и особенности 3

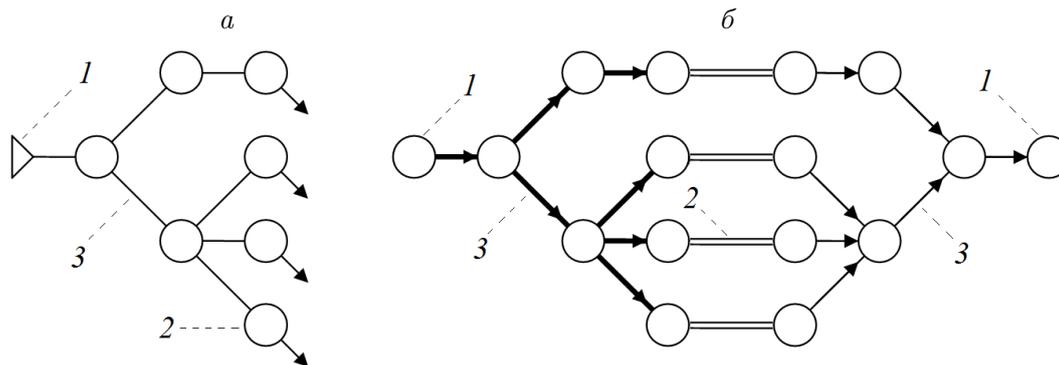


Рис. 1. Однолинейная технологическая (а) и двухлинейная расчетная (б) схемы РТС: 1 — соединение РТС и магистральной тепловой сети; 2 — потребитель; 3 — трубопроводный участок. Жирными линиями изображен подающий трубопровод, тонкими — обратный, двойными — потребители. Стрелки указывают направление ветвей

следует, что в каждом из этих фрагментов во всех узлах, кроме одного, будут зафиксированы расходы, а в оставшемся — давление. Если из подсистемы ограничений-равенств $A\mathbf{x} - \mathbf{Q} = 0$, записанной для любого из этих фрагментов, “вычеркнуть” уравнение, относящееся к узлу с фиксированным давлением, получим $\tilde{A}\tilde{\mathbf{x}} - \tilde{\mathbf{Q}} = 0$. Здесь вектор $\tilde{\mathbf{Q}}$ известен, а матрица \tilde{A} будет квадратной, так как для древовидной сети выполняется $n = m - 1$. Это позволяет записать $\tilde{\mathbf{x}} = \tilde{A}^{-1}\tilde{\mathbf{Q}}$. Узловой расход в узле с фиксированным давлением также можно определить из соотношения $\sum_{j \in J} Q_j = 0$. Аналогично определяются и расходы для второго древовидного фрагмента расчетной схемы РТС. В результате расходы на всех ветвях исходной расчетной схемы становятся известными, а модель (1) принимает вид

$$\mathbf{U}(\mathbf{X}) = \begin{pmatrix} \mathbf{U}_2(\mathbf{P}, \mathbf{y}) \\ \mathbf{U}_3(\mathbf{y}, \mathbf{z}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A^T \mathbf{P} - \mathbf{y} \\ \mathbf{y} - \mathbf{h}(\mathbf{z}) \end{pmatrix} = 0. \quad (3)$$

Соответственно, вектор параметров режима — $\mathbf{R} = (\mathbf{P}, \mathbf{y})$. А вектор граничных условий сократится до давлений в узлах соединения подающих и обратных трубопроводов РТС и магистральной сети.

Основные технические и технологические требования к допустимости и реализуемости режима сводятся к необходимости обеспечения условий $\underline{\mathbf{R}} \leq \mathbf{R} \leq \overline{\mathbf{R}}$, где $\underline{\mathbf{R}}$ и $\overline{\mathbf{R}}$ — векторы нижних и верхних границ изменения параметров режима. Кроме того, требуется соблюдение технологически допустимых пределов изменения управляющих воздействий.

Таким образом, к системе ограничений-равенств (3) добавляется система ограничений-неравенств $\underline{\mathbf{X}} \leq \mathbf{X} \leq \overline{\mathbf{X}}$, $\mathbf{X} = (\mathbf{P}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$. В общем случае $\underline{\mathbf{X}} \leq \overline{\mathbf{X}}$, причем компоненты векторов $\underline{\mathbf{X}}$, $\overline{\mathbf{X}}$ могут принимать и бесконечные значения для моделирования односторонних неравенств или их отсутствия, а при $\underline{X}_k = \overline{X}_k$ имеется фиксированное значение соответствующей компоненты \mathbf{X} .

Введем в рассмотрение вектор булевых переменных δ , компоненты которого отвечают за наличие или отсутствие управления на i -й ветви расчетной схемы ($i \in I_{PL}$), а также неравенство $z_i \leq z_i \leq z_i + (\overline{z}_i - z_i) \delta_i$, которое эквивалентно неравенству $z_i \leq z_i \leq \overline{z}_i$ при $\delta_i = 1$ и превращается в требование $z_i = \underline{z}_i$ при $\delta_i = 0$. Тогда система ограничений-неравенств примет вид

$$\underline{\mathbf{X}} \leq \mathbf{X} \leq \overline{\mathbf{X}}(\delta). \quad (4)$$

В качестве целевой функции количества мест приложения управлений будет рассматриваться выражение $F_z(\delta) = \sum_{i \in I_{PL}} \delta_i$ [13]. В роли показателя общего уровня давления в сети будем использовать среднее давление по всем узлам $F_P(P) = \frac{1}{m} \sum_{j \in J} P_j$ [7]. Таким образом, целевая функция F_z — дискретная, а F_P — непрерывная.

При формулировке задачи оптимизации гидравлических режимов РТС будем применять принцип лексикографического упорядочивания целевых функций. Исходя из практических соображений наиболее целесообразной будет задача двухкритериальной оптимизации с главной дискретной целевой функцией. С учетом сказанного задача может быть представлена в виде

$$\min_P F_P \text{ при ограничениях (3), (4) и } F_z(\delta) \leq F_z^*. \quad (5)$$

Здесь F_z^* — наименьшее количество управлений на пассивных ветвях, необходимое для достижения допустимого гидравлического режима. Заданы: топология расчетной схемы A , граничные условия G , коэффициенты гидравлических характеристик ветвей (s_i), пределы допустимого изменения непрерывных неизвестных \underline{X} , \overline{X} . Отметим, что задача (5) имеет комбинаторную составляющую, так как расположение управлений определяется в ходе ее решения. Очевидно, что перед решением этой задачи следует произвести расчет режима РТС без учета управлений на ветвях, что представляет собой тривиальную задачу, и проверить его на соблюдение условий $\underline{X} \leq X \leq \overline{X}$.

Аддитивность целевых функций (значение каждой функции на всей РТС равно сумме ее значений на всех элементах сети), невозможность перераспределения потоков вследствие изменения сопротивления какой-либо ветви РТС позволяют применять методы ДП для решения задачи (5). Из (3) видно, что, зная вектор P , можно найти векторы u и z , это вместе с известными векторами x и Q полностью определяет режим РТС. В качестве фазовой переменной выберем давление.

2. Возможные подходы к решению задачи методом ДП

Известны реализации метода ДП, применяемые к задачам оптимизации параметров РТС и основанные на декомпозиции расчетной схемы на подающий и обратный трубопроводы [14, 15]. Назовем такой подход “по частям”. Основной сложностью оптимизации режима РТС “по частям” является то, что параметры режимов подающего и обратного трубопроводов связаны через потребителей, а на эти связи налагаются ограничения, которые сложно учесть при раздельной оптимизации. Из-за этого оптимальность режима каждого фрагмента РТС не гарантирует не только оптимальность, но и допустимость режима сети в целом.

Продemonстрируем эти эффекты на примере решения задачи (5) для условной РТС, схема которой приведена на рис. 2, а, где ветви 1–3 — подающий трубопровод; 4, 5 — потребители; 6–8 — обратный трубопровод.

На рис. 2, б приведен график распределения давления в подающем и обратном трубопроводах, полученный в результате решения задачи (5) “по частям”. Эти режимы не обеспечивают даже допустимого режима РТС в целом, так как не учитывают ограничений на перепады давлений для ветвей-потребителей. На рис. 2, в приведен график распределения давления, который иллюстрирует существование допустимого решения задачи (5) в целом при тех же условиях.

На рис. 2, *г* и *д* приведены графики распределения давления для оптимальных режимов, найденных в результате решения задачи (5) “по частям” и в целом, но для других расчетных условий, чем в предыдущих примерах. Вертикальные линии пьезометрических графиков (рис. 2, *б–д*) отвечают местам локального применения управления (дресселирования).

При поиске решения, представленного на рис. 2, *г*, ограничения на перепады давлений для ветвей-потребителей учитывались следующим образом [14, 15]. Определив оптимальный режим в обратном трубопроводе, произведем коррекцию $\underline{P}_3^{new} = P_5 + \underline{y}_4$, $\underline{P}_4^{new} = P_6 + \underline{y}_5$, $\overline{P}_4^{new} = P_6 + \overline{y}_5$, после чего оптимизируем режим подающего трубопровода. Как видно из графиков, при оптимизации сети в целом требуется на одно управление меньше, чем в случае оптимизации “по частям”. Из этого примера следует, что при поиске оптимального режима “по частям” необходимо вводить сложную и, возможно, итеративную процедуру согласования решений для учета ограничений на подающем трубопроводе при оптимизации режима обратного трубопровода и наоборот.

Рассмотрим возможность применения метода динамического программирования к РТС без разрезания расчетной схемы. В случае трубопроводных систем обычно интервалы допустимого изменения давления в узлах делят на небольшие непересекаю-

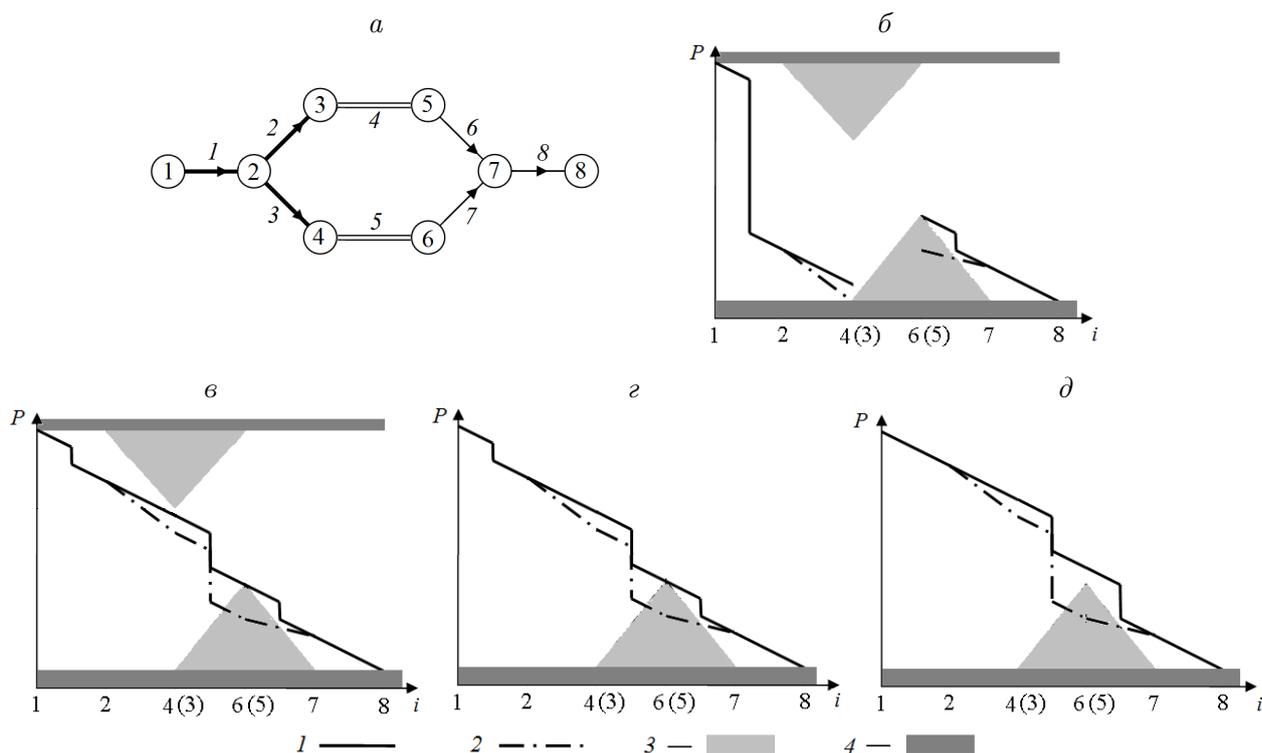


Рис. 2. Результаты решения задачи (5) различными способами: *а* — расчетная схема условной РТС; *б* — график распределения давления при решении задачи (5) в случае 1 “по частям”, *в* — график распределения давления, иллюстрирующий возможность допустимого решения задачи (5) в случае 1; *г* и *д* — графики распределения давления при решении задачи (5) в случае 2 “по частям” и в случае 2 соответственно. Пьезометрические графики по трассам, содержащим узлы 1, 2, 4, 6–8 — сплошная линия (1) и узлы 2, 3, 5, 7 — штрихпунктир (2); ограничение на давления в узлах 4, 6 — светло-серая заливка (3) и в узлах 1–3, 5, 7, 8 — темная заливка (4)

щиеся подынтервалы (лузы), объединение которых дает начальный интервал [9]. Под элементарным контуром будем понимать контур, состоящий из двух соединенных параллельно фрагментов РТС с последовательно соединенными ветвями (рис. 3). При оптимизации режима РТС методом ДП без разрезания расчетной схемы приходится решать довольно сложную проблему отслеживания соблюдения второго закона Кирхгофа по контурам (пример траектории фазовой переменной, нарушающей второй закон Кирхгофа, приведен на рис. 4). Так, при заходе такой траектории в какую-либо лузу точки “входа” в элементарный контур (точки c) для ее продолжения необходимо предпринять следующие шаги:

- 1) зафиксировать лузу прихода в точке c ;
- 2) на каждом пути между точкой “входа” в контур и точкой “выхода” из него (точка d) построить множество всех траекторий из конкретной лузы точки c в каждую лузу точки d с удалением неоптимальных, если таких траекторий несколько;
- 3) удалить траектории фазовой переменной, которые заходят в конкретную лузу точки d только по одному пути;
- 4) продолжить стандартную процедуру динамического программирования из точки d .

В случае вложенных контуров (рис. 5) алгоритм усложняется. Для элементарного контура можно заранее решить подобную задачу для всех луз в точке c . При таком под-

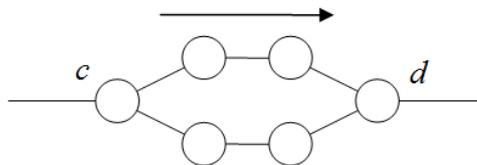


Рис. 3. Пример элементарного контура. Стрелка — направление прямого хода

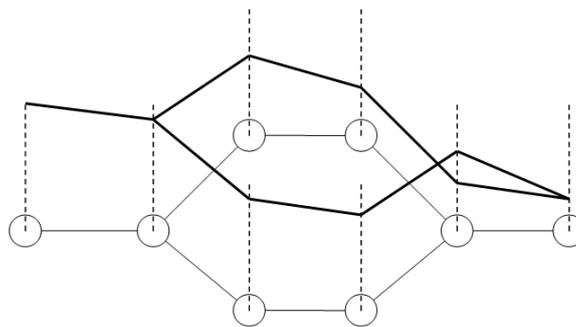


Рис. 4. Пример траектории фазовой переменной, нарушающей второй закон Кирхгофа: сплошной тонкой линией обозначена расчетная схема, штриховой показаны шкалы значений фазовых переменных в узлах, жирная линия — траектория

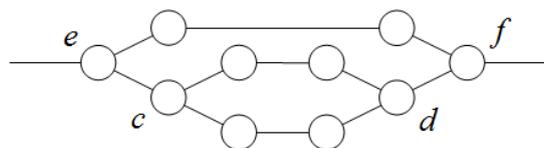


Рис. 5. Пример вложенных контуров

ходе во вложенных контурах элементарный контур cd превращается в ветвь с заданными разрешенными отрезками пьезометрических графиков, а контур ef становится элементарным. С ним также можно произвести эту процедуру.

3. Модификация метода динамического программирования

Основная идея предлагаемого подхода заключается в следующем. Для облегчения слежения за соблюдением второго закона Кирхгофа по контурам предлагается во время прямого хода стягивать контуры до состояния двух соединенных параллельно ветвей в ходе стягивания всей расчетной схемы до одной ветви с отсечением как недопустимых, так и неоптимальных траекторий фазовой переменной. Назовем такой подход методом ДП с эквивалентированием контуров (ДПЭК).

Как показано на рис. 6, вследствие особенностей топологии расчетная схема РТС может быть стянута к одной эквивалентной ветви за счет приемов эквивалентирования последовательно и параллельно соединенных ветвей. На каждом этапе эквивалентирования последовательно выполняются два подэтапа на расчетной схеме. Сначала эквивалентироваются все последовательно соединенные ветви, в результате чего образуются параллельные соединения ветвей. Затем производится эквивалентирование ветвей, соединенных параллельно, в результате чего образуются последовательные соединения ветвей. Этот процесс повторяется до тех пор, пока на расчетной схеме не останется одна ветвь.

Для сохранения возможности применять принципы ДП на “стянутых” контурах ниже предлагаются приемы эквивалентирования отрезков траекторий фазовой переменной последовательного и параллельного соединения ветвей. На обратном ходе предлагается разворачивать оставшуюся траекторию на всю сеть.

Подэтап	Этап эквивалентирования			
	1	2	3	4
Технологическая схема				
Эквивалентирование последовательного соединения				
Эквивалентирование параллельного соединения			-	-

Рис. 6. Пример сведения расчетной схемы РТС к одной ветви при помощи приемов эквивалентирования параллельного и последовательного соединений ветвей: жирные линии — фрагменты, эквивалентированные как ветви, соединенные последовательно, штриховые — соединенные параллельно

Приведем ориентацию ветвей в соответствие направлениям потоков. Обозначим начальный узел ветви i как $f_i \in J$, конечный — как $l_i \in J$. Каждой ветви i сопоставим множество возможных отрезков траекторий фазовой переменной на ней $L_i = \bigcup \{g_i^k\}$, начинающихся в начальном узле ветви и заканчивающихся в конечном. Каждый из этих отрезков должен удовлетворять ограничениям, налагаемым интервалами допустимых значений фазовой переменной в узлах, фиксированным потокораспределением и гидравлическими характеристиками ветвей. Обозначим начальную и конечную лузы отрезка траектории фазовой переменной g_i^k как ϕ_i^k и φ_i^k соответственно. Сопоставим каждому отрезку g_i^k значение приращения целевой функции ΔF_i^k . Такое представление ветвей РТС позволяет фрагмент, состоящий из нескольких последовательно или параллельно соединенных ветвей, рассматривать как одну ветвь.

Для эквивалентирования параллельных ветвей предлагается сделать следующее. Если на двух ветвях, соединенных параллельно ($i1, i2$), есть пара отрезков траекторий фазовой переменной (по одному на ветви), у которых совпадают начальные и конечные лузы соответственно ($\phi_{i1}^{k1} = \phi_{i2}^{k2}$ и $\varphi_{i1}^{k1} = \varphi_{i2}^{k2}$), то такая пара становится отрезком траектории фазовой переменной на эквивалентирующей ветви, который начинается и заканчивается в соответствующих лузах. При этом значение приращения целевой функции для него равно сумме приращений целевой функции эквивалентируемых отрезков. Все отрезки траекторий, не вошедшие ни в одну такую пару, отбрасываются.

На рис. 7 приведен пример эквивалентирования двух параллельно соединенных ветвей одной. Видно, что для эквивалентирующей ветви оставляются только отрезки траекторий фазовой переменной, существующие на обеих эквивалентируемых ветвях. Здесь и далее на рис. 8 P, i, j — давление, номер ветви и номер узла соответственно, $P^1 \dots P^5$ — дискретные отсчеты давления.

При эквивалентировании фрагмента РТС, состоящего из двух ветвей ($i1, i2$), соединенных последовательно (для определенности $f_{i2} = l_{i1}$) одной ветвью, предлагается сделать следующее. Найти пары отрезков траекторий фазовой переменной на этих ветвях (g_{i1}^{k1}, g_{i2}^{k2}), которые в узле f_{i2} имеют общую лузу ($\varphi_{i1}^{k1} = \phi_{i2}^{k2}$). Если находятся две пары отрезков, соединяющие одни и те же лузы, пара, имеющая худшее значение целевой функции, отбраковывается. Если после отбраковки остались несколько пар, выбирается любая из них. В случае решения многокритериальной задачи с лексикографическим упорядочиванием целевых функций, например (5), если после отбраковки по основ-

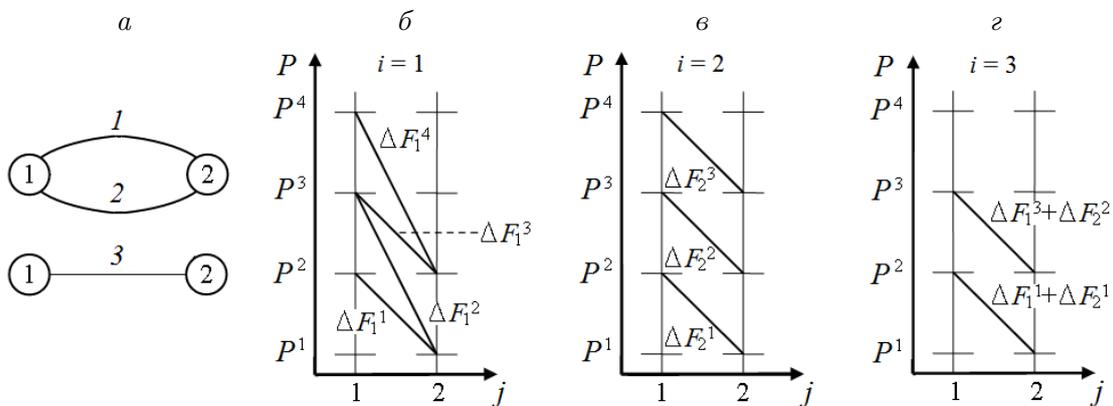


Рис. 7. Пример эквивалентирования параллельного соединения: а — схема соединения; б и в — отрезки траекторий фазовой переменной на каждой ветви, г — на результирующей ветви. Ветви 1, 2 — существующие, ветвь 3 — эквивалентная

ной целевой функции остались несколько пар, предлагается произвести отбраковку по второстепенным целевым функциям. Каждая из найденных пар отрезков траекторий фазовой переменной на эквивалентируемом фрагменте РТС превращается в отрезок траектории фазовой переменной на эквивалентирующей ветви с соответствующими начальной и конечной лузами. Значение приращения целевой функции для него равно сумме приращений целевой функции отрезков эквивалентируемой пары.

На рис. 8 проиллюстрирован механизм эквивалентирования последовательно соединенных ветвей на примере формирования отрезка траектории фазовой переменной из лузы 5 узла 1 в лузу 1 узла 3. Сначала формируются все возможные пары отрезков траекторий фазовой переменной по правилу: первый отрезок пары выходит из лузы 5 узла 1, второй — приходит в лузу 1 узла 3, в узле 2 у них общая луза. Затем из всех получившихся пар выбирается имеющая наименьшее значение целевой функции. Впоследствии она заменяется на отрезок траектории на эквивалентирующей ветви.

Обратный ход заключается в восстановлении оптимальной траектории фазовой переменной по всем элементам исходной расчетной схемы РТС. При ее восстановлении необходимо для каждой эквивалентирующей ветви запоминать, какой фрагмент она эквивалентирует, и для каждого эквивалентирующего отрезка — какие отрезки он эквивалентирует.

Алгоритм оптимизации ДПЭК состоит из следующих шагов.

1. Для всех ветвей РТС определяются все разрешенные (укладывающиеся в ограничения на допустимость режима) отрезки траекторий фазовой переменной с учетом направлений и величин потоков в РТС и их значения приращений целевой функции.
2. Если на всех ветвях РТС есть отрезки траекторий фазовой переменной, то *переход* на п. 3, иначе *выход* (решение отсутствует).
3. Находятся все фрагменты РТС, состоящие из последовательно соединенных ветвей. Каждый из них эквивалентируется одной ветвью при помощи предложенного приема эквивалентирования.

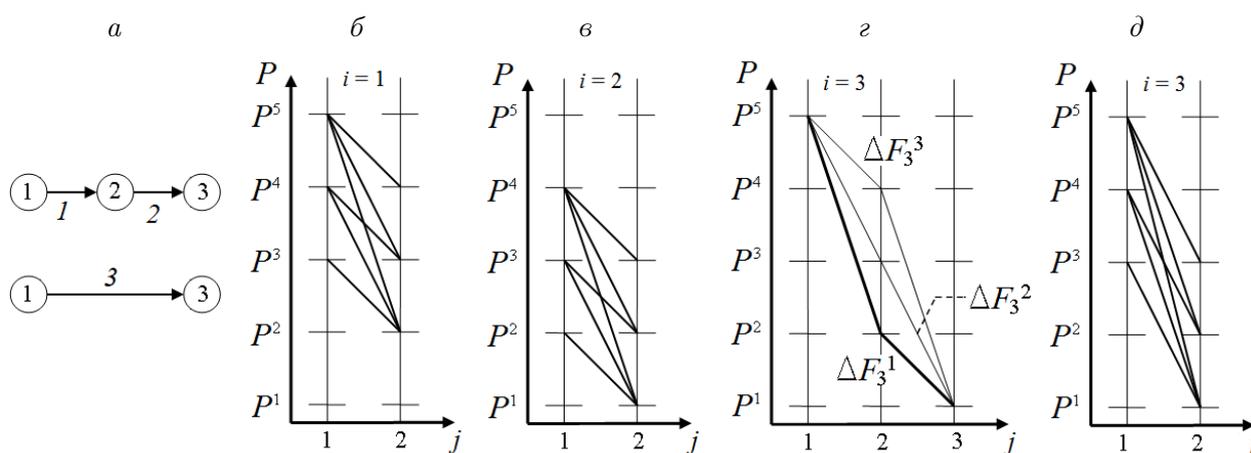


Рис. 8. Пример эквивалентирования последовательного соединения: *a* — схема соединения; *б* и *в* — отрезки траекторий фазовой переменной на каждой ветви, *г* — механизм формирования отрезка траектории на эквивалентной ветви между лузой 5 узла 1 и лузой 1 узла 3 ($\Delta F_3^1 < \Delta F_3^2$, $\Delta F_3^1 < \Delta F_3^3$), *д* — отрезки траекторий на эквивалентной ветви. Ветви 1, 2 — реальные, ветвь 3 — эквивалентная

4. Находятся все фрагменты РТС, состоящие из параллельно соединенных ветвей. Каждый из них эквивалентуруется одной ветвью при помощи предложенного приема эквивалентирования.
5. Если РТС сведена к одной ветви, *переход* на п. 6, иначе *возврат* к п. 3.
6. На оставшейся ветви остается только один отрезок траектории фазовой переменной, эквивалентный оптимальной траектории. Он восстанавливается до оптимальной траектории.

В ходе применения ДПЭК неявно рассматриваются все допустимые и недопустимые траектории фазовой переменной. Траектории, нарушающие ограничения $\underline{X} \leq X \leq \overline{X}$, отбраковываются на первом шаге алгоритма. Траектории, имеющие в одном узле минимум два давления (разрыв), отбраковываются при эквивалентировании параллельного или последовательного соединения ветвей в этом узле. Таким образом, единственная найденная данным алгоритмом траектория фазовой переменной будет допустима.

Покажем, что ДПЭК находит оптимальный вариант траектории фазовой переменной. Допустим, существует траектория фазовой переменной P^1 , доставляющая минимум F^1 целевой функции F , и вместо нее алгоритм выбрал траекторию P^2 , имеющую значение целевой функции F^2 . Выделим такой минимальный фрагмент расчетной схемы РТС, содержащий все различия траекторий P^1 и P^2 , который может быть сведен к одной ветви. Обозначим части P^1 и P^2 на этом фрагменте как P^{1*} и P^{2*} . Частичные значения целевой функции для них равны F^{1*} и F^{2*} соответственно. В таком случае на шаге 3 данного алгоритма вместо P^{1*} была выбрана P^{2*} . В соответствии с правилом эквивалентирования ветвей, соединенных последовательно, выполняется $F^{2*} \leq F^{1*}$. Поскольку на всех остальных участках траектории P^1 и P^2 совпадают, выполняется соотношение $F^2 \leq F^1$. Так как по допущению $F^1 \leq F^2$, эти траектории эквивалентны с точки зрения целевой функции.

Для большинства ТСС России выполняется $\overline{P}_j - \underline{P}_j \leq 100$ мвод. ст. Также не имеет смысла делить интервалы допустимого изменения давления в узле на лузы, меньшие 0.1 мвод. ст. Луз в одном узле не может быть более 1000, что ограничивает сверху количество отрезков траекторий фазовых переменных на одной ветви и, как следствие, количество пар отрезков траекторий фазовых переменных, которые надо рассмотреть при эквивалентировании параллельного или последовательного соединения ветвей. При эквивалентировании одной пары ветвей, соединенных параллельно или последовательно, количество ветвей расчетной схемы уменьшается на 1. Таким образом, расчетная схема любой РТС будет сведена к одной ветви после $n - 1$ операций эквивалентирования. Из этого следует линейный по размерности РТС рост необходимых вычислительных затрат, что выгодно отличает ДПЭК от методов, основанных на методе внутренних точек [13]. В отличие от метода многоконтурной оптимизации, ДПЭК не подразумевает выполнения итерационных процессов. Данный метод может применяться для решения задачи 2 многоуровневого подхода к оптимизации гидравлических режимов ТСС. Также за счет незначительных модификаций данный метод может решать задачу оптимизации режимов РТС в условиях различающихся трудовых затрат на установку регуляторов на сети (в том числе возможен учет уже установленных регуляторов).

4. Вычислительные эксперименты

Для проверки работоспособности и вычислительной эффективности предлагаемого метода проведена серия вычислительных экспериментов. Представим характерный при-

мер такого расчета. Задача (5) решалась для условной РТС, схемы которой приведены на рис. 9. Ветви 8–11 — потребители. Расходы теплоносителя на них фиксированы и равны $x_8 = 100$, $x_9 = 50$, $x_{10} = 100$, $x_{11} = 150$. Перепад давления на этих ветвях ограничен снизу: $\underline{y}_i = 15$, $i = \overline{8, 11}$. Вектор сопротивлений равен (0.00003125, 0.0005, 0.00011111, 0.0005, 0.0004, 0.0003, 0.0002222, 0.0001, 0.0001, 0.0001, 0.0001, 0.0005, 0.0004, 0.0003, 0.0002222, 0.0005, 0.00011111, 0.00003125). Ограничения на давления выбраны следующим образом: $\underline{P}_i = 20$ мвод. ст., $i \neq 1, 9, 16$; $\overline{P}_i = 120$ мвод. ст., $i \neq 1, 6, 16$; $\overline{P}^6 = 60$, $\underline{P}_9 = 70$ мвод. ст. Граничные условия выбраны следующим образом: $P_1 = 100$ мвод. ст., $P_{16} = 30$ мвод. ст., $Q_j = 0$, $j = \overline{2, 15}$.

Вектор расходов \mathbf{x} равен (400, 100, 300, 100, 50, 100, 150, 100, 50, 100, 150, 100, 50, 100, 150, 100, 300, 400). Для достижения допустимости гидравлического режима потребовалось установить дросселирующие устройства на ветвях 5 и 12, обеспечивающие дополнительные потери давления в 24 и 25 мвод. ст. соответственно. Найденный вектор давлений равен (100, 95, 90, 85, 85, 60, 82, 80, 70, 45, 47, 79, 40, 44, 35, 30) мвод. ст.

В качестве эталонного метода выбран предложенный ранее метод мажорирующей последовательности [13]. Суть этого метода заключается в следующем. Сначала решается задача $\min F_z$ при ограничениях (1) и (4) методом ветвей и границ, внутри каждой итерации которого решается задача поиска допустимого режима методом внутренних точек [16]. Исходя из особенностей режима РТС перебор вариантов осуществляется таким образом, чтобы из всех вариантов с одинаковым значением F_z сначала рассматри-

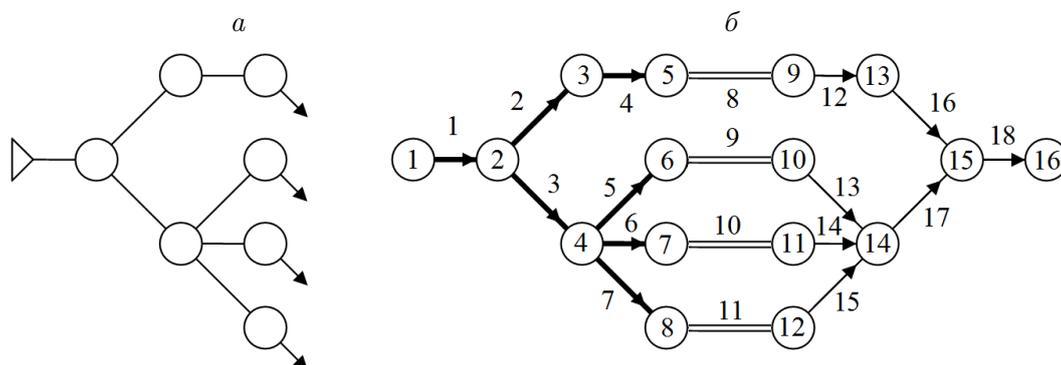


Рис. 9. Схемы условной РТС: *a* — технологическая, *b* — расчетная

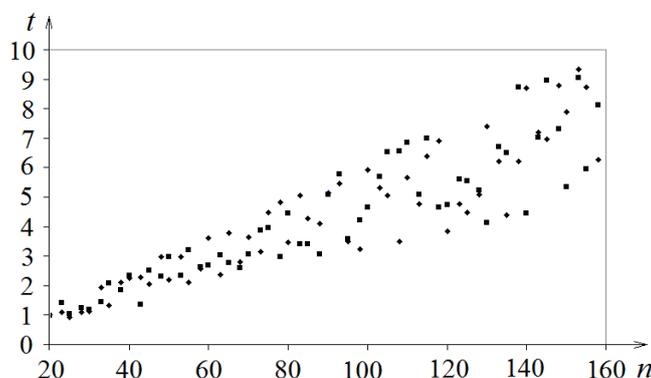


Рис. 10. График зависимости времени расчета от размерности схемы: n — количество ветвей расчетной схемы, t — время счета, с

вались варианты, на которых возможно достичь меньшего значения F_P . За счет этого на первом найденном решении задачи дискретной оптимизации δ^* будет достигаться глобальное решение задачи (5). Затем решается задача $\min F_P$ при ограничениях (1), (4) и $\delta = \delta^*$ методом бисекции, основанным на методе внутренних точек.

Результат решения задачи (5) предложенным методом совпал с результатом решения этой задачи эталонным методом. При поиске оптимального режима предложенным методом было затрачено на порядок меньше времени, чем эталонным.

В рамках проведенной серии вычислительных экспериментов исследовалась зависимость времени решения задачи (5) предложенным методом от размерности схемы РТС. Для этого использовались автоматически генерируемые условные РТС типичной размерности, для каждой из которых решалась задача (5) при различных расчетных условиях. Результаты этих экспериментов приведены на рис. 10. Для схем, когда $n < 20$, время счета составляет менее 1 с, поэтому здесь не приводится. На рисунке хорошо виден линейный рост максимального времени счета. Также заметен интересный эффект уменьшения времени счета при фиксированной размерности расчетной схемы, но при сужении области допустимых решений.

Выводы

1. На фоне краткого обоснования перспективности многоуровневого подхода к оптимизации режимов ТСС большой размерности сформулирована новая задача двухкритериальной непрерывной булевой оптимизации гидравлических режимов распределительных тепловых сетей, для решения которой отсутствуют формально строгие и быстродействующие методы.
2. Для решения поставленной задачи предложен новый метод, основанный на оригинальном сочетании методов ДП и эквивалентирования расчетных схем. Его эффективность определяется линейной зависимостью вычислительных затрат от размерности расчетной схемы, возможностью учета нескольких целевых функций, потенциальной применимостью параллельных вычислений.
3. На серии численных примеров проиллюстрированы работоспособность и эффективность предложенного метода, который может обеспечить возможность оптимизации режимов ТСС реальной размерности, содержащих сотни РТС, за приемлемое время расчета.
4. В целом предложенный метод в совокупности с ранее предложенным многоуровневым подходом к оптимизации режимов ТСС позволяет преодолеть все проблемы, включая большую размерность привлекаемых моделей потокораспределения, их нелинейность, необходимость учета многочисленных ограничений-неравенств на параметры режима, наличие нескольких целевых функций, дискретность части переменных и т. д.
5. Предложенный метод представляется перспективным не только для РТС, но и для любых ТСС разветвленной структуры с одним источником, в том числе содержащих насосные станции.

Благодарности. Исследование выполнено в рамках проекта III.17.4.3 программы фундаментальных исследований СО РАН (АААА-А17-117030310437-4) при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Иркутской области (проект № 17-48-380021).

Список литературы / References

- [1] **Buoro, D., Pinamonti, P., Reini, M.** Optimization of a distributed cogeneration system with solar district heating // *Applied Energy*. 2014. No. 124. P. 298–308.
- [2] **Sciacovelli, A., Guelpa, E., Verda, V.** Pumping cost minimization in an existing district heating network // *Proc. of Intern. Mechanical Eng. Congr. IMECE 2013. ASME & Exposition. San Diego, California, Nov. 15–21, 2013.* Available at: <http://proceedings.asmedigitalcollection.asme.org/proceeding.aspx?articleid=1858349> (accessed 15.12.2017).
- [3] **Jiang, X.S., Jing, Z.X., Li, Y.Z. et al.** Modelling and operation optimization of an integrated energy based direct district water-heating system // *Energy*. 2014. No. 64. P. 375–388.
- [4] **Cosentino, S., Guelpa, E., Melli, R. et al.** Optimal operation and sensitivity analysis of a large district heating network through POD modeling // *Proc. of the Intern. Mechanical Eng. Congr. and Exposition. ASME 2014. Montreal, Quebec, Canada, Nov. 14–20, 2014.* Available at: <https://www.researchgate.net/publication/286797616> (accessed 14.12.2017).
- [5] **Jing, Z.X., Jiang, X.S., Wu, Q.H. et al.** Modelling and optimal operation of a small-scale integrated energy based district heating and cooling system // *Energy*. 2014. No. 73. P. 399–415.
- [6] **Laajalehto, T., Kuosa, M., Makila, T. et al.** Energy efficiency improvements utilizing mass flow control and a ring topology in a district heating network // *Appl. Thermal Eng.* 2014. No. 69. P. 86–95.
- [7] **Луценко А.В., Новицкий Н.Н.** Математические модели и алгоритмы оптимизации режимов тепловых сетей // *Методические вопросы исследования надежности больших систем энергетики. Иркутск: ИСЭМ СО РАН, 2014. Вып. 64. С. 396–404.*
Lucenko, A.V., Novitsky, N.N. Mathematical models and algorithms for optimizing the modes of heat networks // *Methodological Issues of Reliability Research for Large Energy Systems. Irkutsk: ESI SB RAS, 2014. Iss. 64. P. 396–404. (In Russ.)*
- [8] **Lucenko, A.V., Novitsky, N.N.** Discrete-continuous optimization of heat network operating conditions in parallel operation of similar pumps at pumping stations // *J. of Global Optimization*. 2016. Vol. 66, No. 1. P. 83–94.
- [9] **Меренков А.П., Хасилев В.Я.** Теория гидравлических цепей. М.: Наука, 1985. 278 с.
Merenkov, A.P., Khasilev, V.Y. Theory of hydraulic circuits. Moscow: Nauka, 1985. 278 p. (In Russ.)
- [10] **Bellman, R.E.** *Dynamic programming.* NJ: Princeton Univ. Press, 1957. 392 p.
- [11] **Сумароков С.В., Храмов А.В.** Об одном методе решения многоэкстремальной задачи оптимизации многоконтурных гидравлических сетей // *Методы оптимизации и исследования операций (прикладная математика). Иркутск: СЭИ СО АН СССР, 1976. С. 157–167.*
Sumarokov, S.V., Khramov, A.V. On one method for solving the multi-extremal optimization problem for multi-circuit hydraulic networks // *Methods of optimization and operations research (applied mathematics). Irkutsk: SEI SO AN SSSR, 1976. P. 157–167. (In Russ.)*
- [12] *Математическое моделирование и оптимизация систем тепло-, водо-, нефте- и газоснабжения / А.П. Меренков, Е.В. Сеннова, С.В. Сумароков и др. Новосибирск: Наука, 1992. 405 с.*
Mathematical modeling and optimization of heat, water, oil and gas supply systems / A.P. Merenkov, E.V. Sennova, S.V. Sumarokov et al. Novosibirsk: Nauka, 1992. 405 p. (In Russ.)

- [13] **Луценко А.В., Новицкий Н.Н.** Исследование задач и методов многокритериальной оптимизации гидравлических режимов распределительных тепловых сетей // Науч. вестн. НГТУ. 2016. Т. 64, № 3. С. 131–145.
Lutsenko, A.V., Novitsky, N.N. Study of objectives and methods of multiobjective optimization of hydraulic modes of heat distribution systems // Sci. Bullet. of the NSTU. 2016. T. 64, No. 3. P. 131–145. (In Russ.)
- [14] **Сеннова Е.В., Сидлер В.Г.** Математическое моделирование и оптимизация развивающихся теплоснабжающих систем. Новосибирск: Наука, 1987. 219 с.
Sennova, E.V., Sidler, V.G. Mathematical modeling and optimization of developing heat supply systems. Novosibirsk: Nauka, 1987. 219 p. (In Russ.)
- [15] **Стенников В.А., Барахренко Е.А., Соколов Д.В.** Метод многоконтурной оптимизации систем теплоснабжения и его программная реализация на основе современных информационных технологий // Комунальне господарство міст. 2011. № 101. С. 421–428.
Stennikov, V.A., Barakhrenko, E.A., Sokolov, D.V. The method of multi-loop optimization for heat supply systems and its software implementation based on modern information technologies // Comunal State. 2011. No. 101. P. 421–428. (In Ukr.)
- [16] **Луценко А.В.** Исследование задач и алгоритмизация методов расчета допустимых гидравлических режимов тепловых сетей // Системные исследования в энергетике: Тр. молодых ученых ИСЭМ СО РАН. Иркутск: ИСЭМ СО РАН, 2012. Вып. 42. С. 39–47.
Lutsenko, A.V. Investigation of problems and algorithmization of methods for calculation of admissible hydraulic modes for thermal networks // System Res. in Power Eng.: Proc. of Young Scientists ESI SB RAS. Irkutsk: ESI SB RAS, 2012. Iss. 42. P. 39–47. (In Russ.)

Поступила в редакцию 27 сентября 2018 г.

Modified method of dynamic programming for optimization of hydraulic modes of distribution heating networks

LUTSENKO, ALEXANDR V.*, NOVITSKY, NIKOLAY N.

Melentiev Energy Systems Institute SB RAS, Irkutsk, 664033, Russia

*Corresponding author: Lutsenko, Alexandr V., e-mail: luc_alex@mail.ru

The paper discusses the problem of optimizing the hydraulic modes of the distribution of heat networks (RTS), which arises at the stage of preparing heating systems for the next heating season. The urgency of this task is due to the significant reserves of energy saving, improving the reliability and quality of heat supply to consumers, which can be realized through the optimal organization of RTS operation modes. Currently, there are no formally rigorous and simultaneously computationally efficient methods for solving this problem.

A new effective method for optimizing RTS modes is presented, based on a dynamic programming scheme, which takes into account the specifics of the problem (specified flow distribution) and RTS topology (a tree in a single-line representation, multi-contourness in a two-line representation, symmetry of supply and return pipelines). The proposed solution overcomes the main problem of applying the traditional dynamic programming scheme when optimizing multi-loop pipe networks associated with the

need to comply with the second Kirchhoff law on contours when building conditionally optimal trajectories.

The basic idea is to reduce the contours of the design scheme to parallel connections of branches (on the direct course of the algorithm) with simultaneous cutting of both non-optimal and inadmissible fragments of trajectories. And the latter here are easily cut off both in terms of the membership of the phase variables of the admissible region and in satisfying Kirchhoff's second law. The reverse move is reduced to a simple procedure of unfolding the design scheme in the reverse sequence of reduction, in order to restore the optimal values of phase variables on it.

Numerical examples illustrate the effectiveness of the proposed method, its suitability for solving problems with discrete and continuous optimality criteria, multi-criteria optimization, the possibility of solving several optimization problems simultaneously.

Keywords: heat supply systems, distribution heating networks, hydraulic mode, optimization.

Cite: Lutsenko, A.V., Novitsky, N.N. Modified method of dynamic programming for optimization of hydraulic modes of distribution heating networks // Computational Technologies. 2018. Vol. 23, No. 6. P. 47–63. (In Russ.) DOI: 10.25743/ICT.2018.23.6.006.

Acknowledgements. The study was carried out within the framework of the SB RAS Basic Research Program (AAAA-A17-117030310437-4, project III.17.4.3) and with the financial support of the RFBR and the Government of the Irkutsk Region (project No. 17-48-380021).

Received 27 September 2018