

Моделирование межмодовых связей при прогнозах вероятностей ошибок маломодовых линий передачи

В. А. Андреев, В. А. Бурдин, А. В. Бурдин, М. В. Дашков*

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики,
Самара, Россия

*Контактный e-mail: mvd.srttc@gmail.com

Рассмотрен вопрос моделирования процесса распространения сигнала в маломодовом оптическом волокне. Приведено общее уравнение распространения на основе нелинейного уравнения Шрёдингера, включающее линейную и нелинейную связь мод. Рассмотрен метод численного решения уравнения и предложен способ моделирования с учетом статистического характера межмодовой связи. Приведены результаты оценки коэффициента ошибок для волоконно-оптической линии с модовым уплотнением для случая слабой и сильной связи мод.

Ключевые слова: модовое уплотнение, маломодовое волокно, межмодовая связь, нелинейное уравнение Шрёдингера, коэффициент ошибок.

Введение

Волоконно-оптические линии передачи (ВОЛП) являются основой построения современных инфокоммуникационных сетей, они получили широкое распространение на всех уровнях: от сетей абонентского доступа до магистральных и международных сетей. Непрерывный рост объемов передаваемой информации по сетям связи — один из ключевых факторов развития современного общества. Поэтому увеличение пропускной способности ВОЛП считается актуальной задачей.

К традиционным технологиям повышения пропускной способности ВОЛП относятся увеличение скорости передачи информации в оптическом канале (ОК) и увеличение количества оптических каналов, передаваемых по оптическому волокну (ОВ). Увеличение скорости передачи информации реализуется за счет как увеличения количества передачи символов в единицу времени (символьная скорость), так и применения многоуровневых форматов модуляции. В современных коммерческих системах скорость передачи информации в одном канале достигает 400 Гбит/с. Для увеличения числа передаваемых каналов широкое применение получила технология спектрального уплотнения, а также уплотнение по поляризации в когерентных системах. Количество мультиплексируемых оптических каналов в одном ОВ может составлять от десятков до нескольких сотен.

Увеличение числа оптических каналов приводит к существенному росту передаваемой по ОВ суммарной оптической мощности и к появлению нелинейных эффектов, негативно влияющих на качество передачи. В результате при использовании традиционных технологий пропускная способность оптических сетей ограничивается нелинейным пределом Шеннона [1].

Одним из методов увеличения пропускной способности ВОЛП и одновременно снижения влияния нелинейных эффектов является технология уплотнения с пространственным разделением каналов (Space Division Multiplexing — SDM). Различают два метода пространственного мультиплексирования с использованием многосердцевидного волокна (Multi Core Fiber — MCF) или маломодового оптического волокна (Few Mode Fiber — FMF). В первом случае в общей кварцевой оболочке размещается несколько сердцевин, представляющих собой отдельную волноводную структуру. Во втором случае в волокне возбуждается несколько мод (порядка 2–6 мод), каждая из которых служит для организации отдельного оптического канала [2, 3].

Технология модового мультиплексирования представляет существенный интерес для сетей связи следующего поколения, однако требует решения ряда проблем при проектировании подобных систем и их внедрении. Одна из проблем связана с явлениями линейной и нелинейной связи мод, оказывающими значительное влияние на возможную пропускную способность и протяженность регенерационных участков. Связь мод может существенно влиять на качество передачи различными способами. На него влияют переходные помехи между каналами, передаваемыми в различных модах; разброс групповых задержек сигналов; затухание/усиление оптического сигнала, зависящие от типа моды и т. д. [3, 4].

1. Связь мод в маломодовых волокнах

В идеальном оптическом волокне для полей направляемых мод обеспечивается условие ортогональности, а следовательно, обмен энергией (связь) между модами отсутствует. Однако в реальных ОВ возмущения различного рода могут приводить к связи между пространственными и/или поляризационными модами. В маломодовых ОВ случайная связь мод может возникать в результате различных факторов. К ним относятся внутренние факторы, вызванные погрешностями в производстве ОВ, такие как некруглость сердцевин ОВ, шероховатость границы сердцевина — оболочка, вариации диаметра сердцевин и профиля показателя преломления, а также внутренние механические напряжения, наведенные наложением защитных покрытий и разницей коэффициентов теплового расширения стекол различного состава. К внешним факторам, вызывающим связь мод, относятся микро- и макроизгибы, кручение ОВ.

Для вырожденных мод (например, для случая, когда две поляризационные моды LP_{01} имеют одинаковые постоянные распространения) связь мод обычно сильная и значительная энергия перекачивается между модами на интервале порядка нескольких десятков метров. В случае мод разных групп (LP_{01} и LP_{11} , например) связь может быть много меньше и определяется относительной разностью постоянных распространения $\Delta\beta$. В таком случае оптический сигнал может пройти десятки километров, прежде чем произойдет значительный переход энергии между модами.

В работе [5] показано, что обмен энергией между модами происходит, если пространственная частота дефектов равна разнице постоянных распространения мод $\Delta\beta$. Сила связи между двумя модами пропорциональна $\Delta\beta^{-(4+2\rho)}$. Коэффициент ρ характеризует спектр возмущений и обычно принимает значения от 0.1 до 2 в зависимости от природы внешних воздействий, конструктивных параметров ОВ, свойств защитного покрытия.

Распределение большинства случайных возмущений по длине ОВ имеет низкочастотный энергетический спектр. Такие низкочастотные возмущения могут приводить

к сильной связи мод, имеющих близкие значения постоянных распространения (малые значения $\Delta\beta$), в то время как для мод со значительно различающимися постоянными распространения (большие значения $\Delta\beta$) связь мод слабая [5].

Таким образом, в кварцевых маломодовых ОВ практически вырожденные поляриационные моды и пространственные моды одной группы становятся полностью связанными при распространении на участке волокна длиной порядка 300 м. И в обратном случае даже для ОВ с низким разбросом значений групповой задержки пространственные моды в различных группах становятся частично связанными после распространения на расстоянии порядка 100 км. Сильная связь мод возникает на стыковых неоднородностях в местах сращивания строительных длин оптического кабеля. На проложенной ВОЛП сварные соединения располагаются на расстоянии примерно 4–5 км, т. е. на усилительном участке длиной 100 км находятся в среднем порядка 20–25 стыков. Кроме того, такие оптические компоненты, как оптические усилители и переконфигурируемые мультиплексоры ввода-вывода (ROADM), также будут точками связи мод. Если связь мод на сварных соединениях настолько значительная, что длина корреляции L_c (интервал, на котором происходит перекачка $1/e^2$ мощности от одной моды к другой) составляет 5–10 строительных длин оптического кабеля, то распространение будет происходить в режиме сильной связи мод вне зависимости от силы распределенной связи мод в волокне (т. е. независимо от $\Delta\beta$). Вследствие этого при распространении сигнала в оптическом тракте дифференциальная групповая задержка будет накапливаться по закону \sqrt{L} и влияние дифференциального модового затухания/усиления будет снижено, однако при этом потребуются применение более сложных алгоритмов обработки сигнала [4].

2. Уравнение распространения сигналов в маломодовых оптических волокнах

Процесс распространения сигналов в маломодовом ОВ в общем виде может быть представлен в виде системы связанных нелинейных уравнений Шрёдингера, описанной в работе [6], с добавлением члена, учитывающего линейную связь мод:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_p}{\partial z} = & i(\beta_{0p} - \beta_{0r})A_p - \left(\beta_{1p} - \frac{1}{v_{gr}}\right) \frac{\partial A_p}{\partial t} - i\frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A_p}{\partial t^2} + \\ & + i \sum_{lmn} f_{lmnp} \frac{\gamma}{3} [(A_l^T A_m) A_n^* + 2(A_l^H A_m) A_n] + i \sum_m q_{mp} A_m. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь A_p — огибающая сигнала во временной области p -й моды; β_{0p} , β_{1p} , β_{2p} — постоянная распространения, обратная групповая скорость и дисперсия групповых скоростей p -й моды соответственно; β_{1r} , v_{gr} — средняя постоянная распространения и средняя групповая скорость распространения p -й моды; γ — нелинейный коэффициент; q_{mp} — коэффициент линейной связи пространственных мод; f_{lmnp} — коэффициент нелинейной связи пространственных мод.

Коэффициенты связи определяются интегралом перекрытия полей взаимодействующих мод, в то время как для линейной связи дополнительно учитывается вариация показателя преломления по поперечному сечению ОВ и в продольном направлении.

Данное уравнение может быть упрощено для частных случаев слабой и сильной связи мод. Так, для режима слабой связи мод при усреднении случайных вариаций дву-

лучепреломления получено уравнение Манакова, отличающееся коэффициентами $8/9$ и $4/3$ для слагаемых, учитывающих фазовую самомодуляцию и фазовую кроссмодуляцию пространственных мод соответственно [6]. Для режима сильной связи мод, когда сила линейной связи мод сопоставима со связью линейно-поляризованных мод, в уравнении Манакова коэффициент при нелинейном слагаемом определяется в суммарном виде по всем модам с учетом коэффициента перекрытия модовых полей [6].

В общем виде уравнение (1) может описывать промежуточные режимы распространения пространственных мод, что представляет интерес для ряда приложений. Для решения уравнения (1) широкое распространение получил метод расщепления по физическим процессам (SSFM), а также его различные модификации [7–9].

Рассмотрим следующий подход при реализации метода расщепления по физическим процессам: дисперсионные эффекты и линейная связь мод учитываются независимо от нелинейных эффектов (с учетом нелинейной связи мод):

$$\frac{\partial A}{\partial z} = (\widehat{C} + \widehat{N}) A.$$

Здесь \widehat{C} — оператор, учитывающий дисперсионные эффекты и линейную связь мод; \widehat{N} — оператор, учитывающий нелинейные эффекты и нелинейную связь мод. Пренебрегая нелинейной связью мод и без учета поляризационных мод для фурье-образа огибающей уравнение распространения можно записать в виде системы дифференциальных уравнений

$$\frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} = C \tilde{A}, \quad (2)$$

где A — матрица-столбец размерности $N \times 1$, формируемая из фурье-образов огибающих сигналов пространственных N -мод; C — квадратная матрица порядка N , описывающая дисперсионные явления и линейную связь мод. Коэффициенты матрицы C с учетом затухания определяются в виде

$$C_{pp} = \frac{\alpha}{2} + i\Delta\beta_{0p} + i\omega\Delta\beta_{1p} + i\omega^2\frac{\beta_{2p}}{2},$$

$$C_{pm} = iq_{pm}, C_{mp} = C_{pm}^*,$$

где α — коэффициент затухания; $\Delta\beta_{0p} = \beta_{0p} - \beta_{0r}$, $\Delta\beta_{1p} = \beta_{1p} - 1/v_{gr}$. Предполагая, что в пределах определенного шага h коэффициенты являются константами, решение системы (2) может быть найдено стандартными методами [10]. На нелинейном шаге учитываются эффекты фазовой самомодуляции и фазовой кроссмодуляции для взаимодействующих мод во временной области:

$$\frac{\partial A_p}{\partial z} = i\gamma \left(|A_p|^2 + 2 \sum_m f_{mp} |A_m|^2 \right) A_p.$$

В данном случае предполагается, что поляризационные моды вырожденные.

Для анализа влияния межмодовых связей на качество передачи оптического сигнала рассмотрим случай распространения двух мод. Решение системы (2) для двух мод

может быть найдено в виде

$$\tilde{A}_1(\omega, z) = \exp(Dz) \left[\left(\cos(i\theta z) + \frac{\sin(i\theta z)}{2\theta} \omega \Delta \beta_1 \right) \tilde{A}_1(0) - i \frac{C_{12}}{\theta} \sin(i\theta z) \tilde{A}_2(0) \right], \quad (3)$$

$$\tilde{A}_2(\omega, z) = \exp(Dz) \left[\left(\cos(i\theta z) - \frac{\sin(i\theta z)}{2\theta} \omega \Delta \beta_1 \right) \tilde{A}_2(0) - i \frac{C_{21}}{\theta} \sin(i\theta z) \tilde{A}_1(0) \right], \quad (4)$$

где коэффициенты D и θ определяются как

$$D = \frac{C_{11} + C_{22}}{2} = -\frac{\alpha}{2} + i\omega^2 \frac{\beta_2}{2}, \quad (5)$$

$$\theta = \sqrt{\left(\frac{C_{11} - C_{22}}{2} \right)^2 + C_{12}C_{21}} = \sqrt{\left(\frac{\omega \Delta \beta_1}{2} \right)^2 + |q_{pm}|^2}. \quad (6)$$

Данное решение имеет вид, аналогичный решению в [11].

Анализируя уравнения (3)–(6), можно сделать вывод о периодическом обмене энергией между модами с пространственным шагом и силой связи, определяемыми параметрами θ и q_{pm} . В силу значительности величин $\Delta \beta_1$ данный шаг составляет порядка от долей до единиц миллиметра в зависимости от конструкции ОВ, что приводит к необходимости применения усредненного коэффициента связи.

При моделировании предлагается использовать модификацию симметричного метода SSFM, записанную в общем виде как

$$A(z + h, t) \approx \exp\left(\frac{h}{2}\tilde{D}\right) \tilde{Q}(z) \exp(h\tilde{N}) \exp\left(\frac{h}{2}\tilde{D}\right) A(z, t),$$

где \tilde{D} — оператор, учитывающий затухание и дисперсионные явления; \tilde{Q} — оператор, учитывающий связь мод; \tilde{N} — нелинейный оператор; h — размер шага.

Величина шага определяется степенью проявления дисперсионных и нелинейных эффектов или длиной разбега импульсов в разных каналах. В данной работе предложено определять допустимый размер шага таким образом, чтобы он был как минимум на порядок меньше длины корреляции, определяющей режим связи мод для заданной длины моделируемой ВОЛП, $\Delta z \ll 0.37/h$, где h — коэффициент линейной связи мод, км^{-1} .

В процессе моделирования предлагается распределение коэффициентов связи формировать случайным гауссовым процессом с заданной корреляционной функцией, соответствующей выбранному режиму работы, выполняя нормировку, обеспечивающую заданные пределы вариации величины коэффициента на каждом шаге. Учет дискретной связи мод на стыках оптических волокон может выполняться с использованием унитарной матрицы связи в виде

$$A(z + h, t) = \begin{pmatrix} q_1 & -q_2^* \\ q_2 & q_1^* \end{pmatrix} A(z, t),$$

где q_1, q_2 — элементы матрицы, описывающие связь мод, удовлетворяют условию $|q_1|^2 + |q_2|^2 = 1$.

3. Результаты моделирования процесса распространения сигнала в маломодовых ОВ

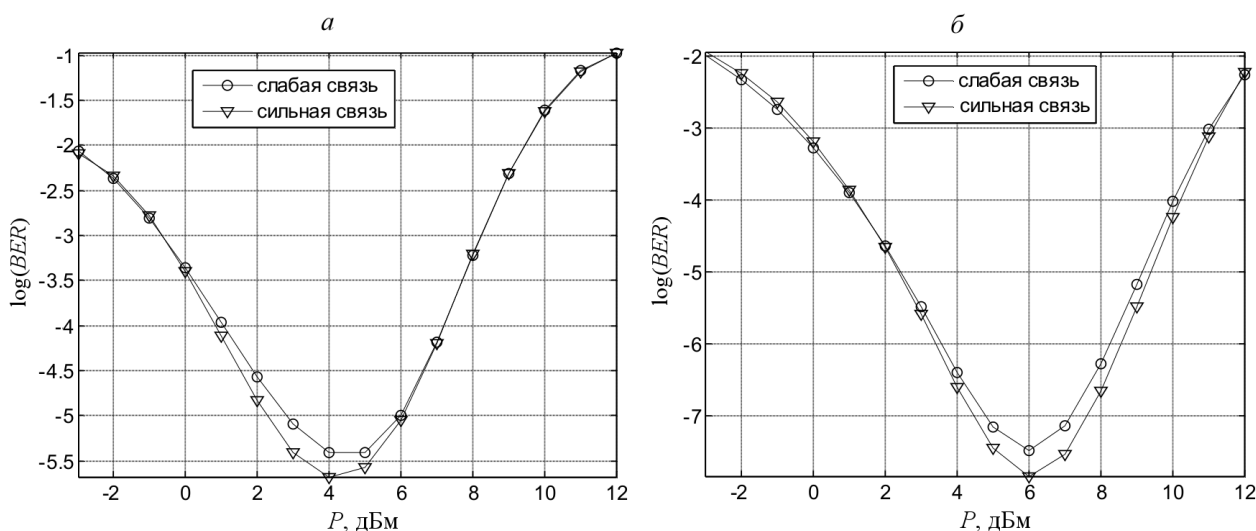
В настоящей работе для апробации метода моделирование производилось для оптического сигнала с квадратурной фазовой модуляцией QPSK с символьной скоростью 28.5 Гбод/с, обеспечивающей информационную скорость 114 Гбит/с. Форма импульсов соответствовала формату RZ 50 %.

Конструкция маломодового волокна предполагала поддержку распространения двух мод LP_{01} и LP_{11} на рабочей длине волны оптического сигнала при условии равного возбуждения мод. Коэффициенты затухания и хроматической дисперсии приняты одинаковыми для всех мод. Параметры маломодового ОВ, используемого при моделировании, приведены в таблице.

Моделируемый регенерационный участок состоял из десяти усилительных участков длиной по 100 км общей протяженностью 1000 км. Среднее значение строительной длины ОК принималось равным 5 км. Компенсация хроматической дисперсии выполнялась в конце регенерационного участка. При этом предполагалось использование идеального устройства, не вносящего искажений и с коэффициентом компенсации 100 %. Для компенсации затухания применялся эрбиевый оптический усилитель с коэффициентом усиления, равным суммарному затуханию ОВ на усилительном участке, и значением шум-фактора, равным 5 дБ. Шум оптического усилителя моделировался аддитивным белым гауссовым шумом и добавлялся к сигналу в конце каждого усилительного участка.

Параметры маломодовых оптических волокон

Показатель	Ступенчатое		Градиентное	
	LP_{01}	LP_{11}	LP_{01}	LP_{11}
Тип моды				
Коэффициент затухания, дБ/км	< 0.22	< 0.22	< 0.22	< 0.22
Коэффициент хроматической дисперсии, пс/нм/км	21.1	20.7	19.9	20
Дифференциальная модовая задержка, пс/м	—	2.1	—	0.2
Эффективная площадь моды, мкм ²	215	210	96	128



Зависимость коэффициента ошибок от мощности сигнала для ступенчатого (а) и градиентного (б) маломодовых оптических волокон

Рассматривались два режима связи мод. В режиме слабой связи мод длина корреляции принималась сопоставимой с протяженностью оптического тракта, в режиме сильной связи — много меньше. В зависимости от этого определялись требования к шагу SSFM. На стыках строительных длин связь мод учитывалась посредством дискретных коэффициентов связи.

Для оценки влияния нелинейных эффектов с учетом связи мод произведено моделирование при вариации пиковой мощности импульса в диапазоне от -3 до $+12$ дБм. Расчеты производились для двух типов маломодовых ОВ с параметрами из таблицы при различных значениях распределенного коэффициента связи мод. Результаты расчетов представлены на рисунке. Характер полученных зависимостей согласуется с результатами, представленными в работах [6, 13], что может служить подтверждением корректности предложенного метода моделирования межмодовых связей в маломодовых оптических волокнах.

Следует отметить, что на реальной проложенной ВОЛП характер укладки оптических волокон в кабеле будет оказывать влияние как на пространственное распределение коэффициентов связи, так и на степень связи мод [14, 15]. Следовательно, для адекватной оценки качества передачи в системах с модовым уплотнением требуется проведение экспериментального исследования статистических характеристик коэффициентов связи мод, вызванных собственными нерегулярностями ОВ, внешними воздействиями и стыковыми неоднородностями.

Список литературы / References

- [1] **Essiambre, R.-J., Kramer, G., Winzer, P.J., Foschini, G.J., Goebel, B.** Capacity limits of optical fiber networks // *J. of Lightwave Technology*. 2010. Vol. 28, No. 4. P. 662–701.
- [2] **Richardson, D.J., Fini, J.M., Nelson, L.E.** Space-division multiplexing in optical fibres // *Nature Photonics*. 2013. Vol. 7. P. 354–362.
- [3] **Ho, K.-P., Kahn, J.M.** Linear propagation effects in mode-division multiplexing systems // *J. of Lightwave Technology*. 2014. Vol. 32, No. 4. P. 614–627.
- [4] **Kaminow, I.P., Li, T., Willner, A.E.** Optical fiber telecommunications VIA. Components and subsystems. N.Y.: Acad. Press, 2013. 794 p.
- [5] **Olshansky, R.** Mode coupling effects in graded-index optical fibers // *Appl. Optics*. 1975. Vol. 14, No. 4. P. 935–945.
- [6] **Mumtaz, S., Essiambre, R.J., Agrawal, G.P.** Nonlinear propagation in multimode and multicore fibers: generalization of the Manakov equations // *J. of Lightwave Technology*. 2013. Vol. 31, No. 3. P. 398–406.
- [7] **Agrawal, G.P.** Nonlinear fiber optic. N.Y.: Acad. Press, 2013. 648 p.
- [8] **Федорук М.П., Сидельников О.С.** Алгоритмы численного моделирования оптических линий связи на основе многомодовых волокон // *Вычисл. технологии*. 2015. Т. 20, № 5. С. 105–119.
Fedoruk, M.P., Sidelnikov, O.S. Algorithms for numerical simulation of optical communication links based on multimode fiber // *Comput. Technologies*. 2015. Vol. 20, No. 5. P. 105–119. (In Russ.)
- [9] **Бурдин В.А., Бурдин А.В.** Результаты моделирования нелинейного маломодового распространения оптического импульса в волоконном световоде // *Прикл. фотоника*. 2016. Т. 3, № 3. С. 309–320.
Buridin, V.A., Burdin, A.V. Simulation results of optical pulse nonlinear few-mode propagation over optical fiber // *Appl. Photonics*. 2016. Vol. 3, No. 3. P. 309–320. (In Russ.)

- [10] **Ортега Дж., Пул У.** Введение в численные методы решения дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1986. 288 с.
Ortega, J.M., Poole, W.G. Introduction to numerical methods for differential equations. Marshfield, Mass.: Pitman Pub., 1981. 329 p.
- [11] **Marcuse, D.** Theory of dielectric optical waveguides. N.Y.: Acad. Press, 1974. 258 p.
- [12] OFS. A Furukava Company. Available at: <http://fiber-optic-catalog.ofsoptics.com/viewitems/few-mode-optical-fiber-series/few-mode-optical-fiber-series1> (accessed 20.08.2017).
- [13] **Ferreira, F., Jansen, S., Monteiro, P., Silva, H.** Nonlinear semi-analytical model for simulation of few-mode fiber transmission // IEEE Photon. Technol. Lett. 2012. Vol. 24, No. 4. P. 240–242.
- [14] **Maruyama, R., Kuwaki, N., Matsuo, Sh., Ohashi, M.** Experimental investigation of relation between mode-coupling and fiber characteristics in few-mode fibers // Optical Fiber Commun. Conf. and Exhibition (OFC), 2015. Paper M2C.1. DOI:10.1364/OFC.2015.M2C.1.
- [15] **Nakazawa, M., Yoshida, M., Hirooka, T.** Measurement of mode coupling distribution along a few-mode fiber using a synchronous multi-channel OTDR // Optics Express. 2014. Vol. 22, No. 25. P. 31299–31309.

Поступила в редакцию 13 октября 2017 г.

Simulation of intermode coupling for predicting the error probabilities in a few-mode optical communication lines

ANDREEV, VLADIMIR A., BURDIN, VLADIMIR A., BURDIN, ANTON V., DASHKOV, MIKHAIL V.*

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, 443090, Russia

*Corresponding author: Dashkov, Mikhail V., e-mail: mvd.srttc@gmail.com

Mode division multiplexing is an attractive technology for overcoming the capacity limitation in a single-mode optical fiber communication lines associated with the non-linear Shannon limit. One of the important problems in such systems is the influence of linear and nonlinear mode coupling on the performance of such systems.

In a few-mode fibers random mode coupling can arise as a result of non-circular shape of fiber core, roughness of the core-cladding boundaries, core diameter and the refractive index profile variations, internal mechanical stresses. External factors that cause the coupling of modes include micro and macro-bends, twist of fiber. In addition, a strong mode coupling occurs at fiber splices.

In this paper, the signal propagation is described by a generalized nonlinear Shrödinger equation which takes into account linear and nonlinear mode coupling. A modified solution based on split-step Fourier method is considered. The method for simulation of mode coupling coefficients based on statistical characteristics is proposed.

Results for estimations of the bit error rate are presented for propagation of space division multiplexing signal in a few mode fiber communication line for both weak and strong coupling regimes.

Keywords: mode division multiplexing, few-mode fiber, mode coupling, nonlinear Schrödinger equation, bit error rate.

Received 13 October 2017