

Расчеты газодинамических параметров в придонной части торнадо

И. Ю. КРУТОВА

Снежинский физико-технический институт Национального исследовательского ядерного университета МИФИ, Россия

Контактный e-mail: IYKrutova@mephi.ru

Природное явление торнадо, известное своей разрушительной силой, — это объект изучения многих ученых, доступная часть данных натурных наблюдений за ним систематизирована и собрана в так называемую шкалу Фудзиты. В этой статье, в частности, указывается ширина полосы разрушения для торнадо различной интенсивности, а из газодинамических параметров приведены только значения максимальной скорости ветра. С.П. Баутиным предложена и обоснована ранее не встречавшаяся схема возникновения и функционирования природных восходящих закрученных потоков типа торнадо и тропического циклона. На основе этой схемы и исходя из данных шкалы Фудзиты рассчитаны значения всех газодинамических параметров в придонных частях торнадо различной интенсивности.

Ключевые слова: система уравнений газовой динамики, сила Кориолиса, шкала Фудзиты, закрутка газа.

В природе довольно часто встречается интересное атмосферное явление — восходящие закрученные потоки воздуха (ВЗП), которые в обыденной речи обычно называются вихрями, смерчами, торнадо. В качестве примеров таких потоков можно привести многочисленные смерчи и торнадо, регулярно наблюдаемые на юге США и в других теплых и ровных местностях, а также периодически возникающие тропические циклоны [1, 2].

Эти природные явления имеют следующие общие характерные черты:

1. В атмосфере, которая вращается вместе с Землей вокруг ее оси, имеется движение газа, локальное по масштабам планеты и существующее достаточно продолжительное время. Так, смерчи и торнадо — от десятков минут до нескольких часов, тропические циклоны — в течение нескольких суток.
2. Движение газа в восходящем закрученном потоке является винтовым, т. е. с одновременным движением частиц газа вверх происходит закрутка — вращательное движение вокруг оси восходящего закрученного потока. Причем для подобных природных течений, отмечающихся в Северном полушарии, естественная закрутка имеет положительное направление, т. е. против хода часовой стрелки, если смотреть на поток сверху. В Южном полушарии естественная закрутка таких природных восходящих потоков направлена по ходу часовой стрелки, т. е. в отрицательном направлении.

3. Вокруг основания восходящего закрученного потока образуются сильные ветры, дующие вдоль поверхности Земли. Именно эти ветры, а также нижнее восходящее движение воздуха служат причинами многочисленных разрушений, приносимых торнадо и тропическими циклонами [1, 2].

Для того чтобы в рамках предложенной С.П. Баутиным схемы [3] (см. также [4]) математически смоделировать течения газа в придонной части торнадо, можно использовать шкалу Фудзиты [5] (табл. 1), которая составлена по результатам анализа большого количества данных натуральных наблюдений за различными торнадо различной интенсивности.

Анализ числовых данных, приведенных во втором столбце табл. 1, говорит о том, что разделение торнадо на различные классы выполнено по максимальным значениям скоростей движения воздуха в окрестности подстилающей поверхности. При этом построение таблицы при разделении на классы проведено почти с постоянным шагом изменения этого параметра. Видно, что составляющие третий столбец данные меняются непрерывно в зависимости от данных из второго столбца (исключение — данные в двух последних строках). Это дает основание высказать гипотезу о существовании функциональной зависимости между этими параметрами, причем нелинейной. Если данные из четвертого столбца поделить на соответствующие данные из пятого столбца и перейти к другим единицам измерения (метрам и секундам), то получаются значения скоростей движения торнадо вдоль поверхности Земли примерно в 13.4 м/с для всех торнадо из табл. 1.

Поскольку значения скоростей для торнадо, принадлежащих разным классам практически одинаковые, можно сделать следующее предположение: столбец 5 должен называться не “время жизни” торнадо, а “время разрушительного действия” торнадо, результатом которого является в том числе и след, оставляемый основанием вертикальной части торнадо на поверхности Земли.

Достаточно очевидно, что идущая на разрушение кинетическая энергия движущегося в торнадо воздуха не появилась вдруг и вся сразу — нет натуральных наблюдений, говорящих об этом. Следовательно, эта энергия накопилась с течением времени в результате каких-то объективно существующих процессов. И вот эта стадия существования торнадо — стадия накопления кинетической энергии движущегося в торнадо воздуха — остается, как правило, вне исследований и вне таблицы Фудзиты. Именно об этом и говорит исходное название 5 столбца.

Предложенная в монографии [3] и впоследствии развитая в [4] схема возникновения восходящего закрученного потока и его устойчивого функционирования и объясняет,

Т а б л и ц а 1. Шкала Фудзиты

Класс торнадо	Скорость ветра, м/с	Ширина следа, м	Средняя длина пути, км	Среднее время жизни, мин
1	2	3	4	5
F0	19–32	5–15	1.9	2.4
F1	33–50	16–50	4.2	5.2
F2	51–70	51–160	8.7	10.8
F3	71–92	161–508	16.1	20.0
F4	93–116	547–1448	43.8	54.4
F5	117–142	1609–4989	57.1	71.0

что если восходящий над ровной поверхностью конвективный поток воздуха будет существовать достаточно долго, то за это продолжительное время вращение Земли через действие силы Кориолиса закрутит воздух в придонной части до очень больших значений скоростей.

Чтобы с помощью численных расчетов смоделировать процесс нестационарной закрутки газа в придонной части восходящих закрученных потоков и тем самым определить как время выхода торнадо на стационарный режим, так и характер нарастания скорости газа в этих течениях, крайне желательно учесть данные натурных наблюдений за торнадо.

В работе в качестве таких данных используются значения из табл. 2, где дополнительно введены промежуточные классы торнадо; r_0 — радиус вертикальной части торнадо, определенный по нижним границам диапазонов, указанных в столбце 3 табл. 1 для основных классов торнадо, и полусуммы значений из столбца 3 табл. 1 для дополнительно введенных классов; скорость ветра, равная $V = \sqrt{u^2 + v^2}$, определялась аналогичным образом из данных в табл. 1. То есть для детализации расчетов мы расширили шкалу Фудзиты.

В работах [3, 4] для системы уравнений газовой динамики поставлена одна специальная характеристическая задача Коши [6] с начальными условиями, заданными на горизонтальной плоскости $z = 0$. Значение вертикальной скорости на этой плоскости полагается равным нулю: $w_0 = w|_{z=0} = 0$, что обеспечивает непротекание газа через плоскость $z = 0$. Значения других газодинамических параметров на плоскости $z = 0$: $c|_{z=0} = c_0$, $u|_{z=0} = u_0$, $v|_{z=0} = v_0$ — должны удовлетворять двум необходимым условиям разрешимости этой характеристической задачи Коши. Здесь c — скорость звука газа; u и v — радиальная и окружная составляющие вектора скорости газа. Эти условия вместе с дифференциальной формой закона сохранения массы течения, расположенного в плоскости $z = 0$, образуют отдельную систему дифференциальных уравнений, при решении которой и определяются функции c_0 , u_0 , v_0 .

Для получения единственного решения этой характеристической задачи Коши вместе с начальными условиями, заданными на плоскости $z = 0$, дополнительно задаются значения функций u , v на поверхности цилиндра $r = r_{in}$. Эти дополнительные условия, в частности, можно взять следующими:

$$u|_{r=r_{in}} = u_{in} = \text{const} < 0, \quad v|_{r=r_{in}} = 0.$$

Тогда решение этой характеристической задачи Коши описывает заданный радиальный приток газа внутрь цилиндра радиуса $r = r_{in}$, не имеющий закрутки на поверхности

Т а б л и ц а 2. Расширенная шкала Фудзиты

Показатель	F00	F01	F10	F11	F20	F21	F30	F31	F40
Радиус стока r_0 , м	2.5	5	8	16.5	25.5	52.75	80.5	167.5	273.5
Скорость ветра, м/с	19	25.5	33	41.5	51	60.5	71	81.5	93
Показатель	F41	F50	F51	F52					
Радиус стока r_0 , м	2.5	5	8	16.5					
Скорость ветра, м/с	19	25.5	33	41.5					

цилиндра $r = r_{in}$. В частности, решение рассматриваемой характеристической задачи Коши позволяет однозначно определить газодинамические параметры c_0 , u_0 , v_0 для r : $r_0 \leq r \leq r_{in}$. Здесь r_0 — радиус цилиндра, в который осуществляется сток газа. И, исходя из физического смысла задачи, непосредственные значения r_0 для разных классов торнадо будут браться из табл. 2.

Цель данной работы — для различных классов торнадо при заданных в табл. 2 значениях r_0 и выбранном из общих соображений безразмерном значении $u(r_{in}) = -0.0001$ (что соответствует размерному значению 3 см/с) подобрать значения r_{in} так, чтобы рассчитанные значения $\sqrt{u^2 + v^2}$ совпали со скоростью ветра из табл. 2 для соответствующих классов торнадо.

Функции $c_0(r)$, $u_0(r)$, $v_0(r)$ определяются следующим образом [3, 4]. В явном виде находится $v_0(r)$:

$$v_0(r) = \frac{a(r_{in}^2 - r^2)}{2r}, \quad v_0(r_{in}) = 0, \quad a = 2\Omega \sin \psi,$$

где Ω — модуль безразмерного вектора скорости вращения Земли; ψ — широта точки, в которой находится торнадо. Для Северного полушария $0 < \psi \leq \pi/2$, для Южного $-\pi/2 \leq \psi < 0$, на экваторе $\psi = 0$.

Для определения функций $c_0(r)$ и $u_0(r)$ необходимо при $r_0 \leq r \leq r_{in}$ решить ниже-следующую задачу Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\left\{ \begin{array}{l} c_0' = -\frac{\gamma - 1}{2} c_0 \frac{\left[u_0^2 + \frac{a^2(r_{in}^4 - r^4)}{4r^2} \right]}{r(u_0^2 - c_0^2)}, \\ u_0' = u_0 \frac{\left[c_0^2 + \frac{a^2(r_{in}^4 - r^4)}{4r^2} \right]}{r(u_0^2 - c_0^2)}, \\ c_0(r)|_{r=r_{in}} = 1, \\ u_0(r)|_{r=r_{in}} = u_{in}. \end{array} \right. \quad (1)$$

В приведенной системе обыкновенных дифференциальных уравнений стандартным образом введены безразмерные переменные. При этом за масштаб скорости взято значение 333 м/с, близкое к скорости звука в воздухе, за масштаб расстояния — размерное значение r_{in} .

На рис. 1, а–г приведены графики рассчитанных функций $c_0(r)$, $u_0(r)$, $v_0(r)$, $V(r)$ для торнадо класса F00. Для других классов торнадо полученные зависимости подобны: монотонны и резкие изменения значений функций происходят при приближении значений r к r_0 . На рис. 2, а–в в плоскости xOy приведены отдельные траектории движения частиц газа для торнадо соответственно классов F00, F10 и F20.

Из результатов расчетов следует, что с ростом интенсивности торнадо закрутка газа в них увеличивается. Для уточнения поведения скорости ветра — функции $V(r)$ — в табл. 3 для трех значений ψ приведены: r_{in} — радиус радиального притока, r_{N10} — радиус, на котором значение V скорости ветра составляет 10% от $V(r_0)$; r_{N50} — радиус, на котором V равно половине $V(r_0)$. Параметры газа в окрестности r_0 изменяются очень быстро.

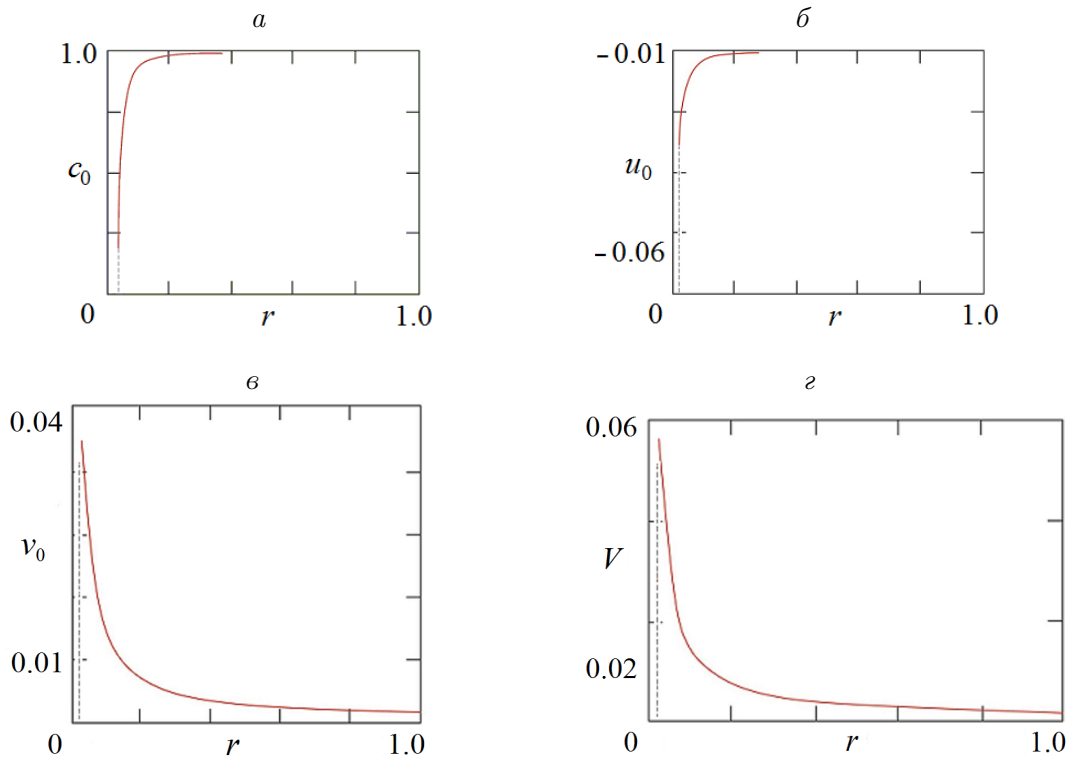


Рис. 1

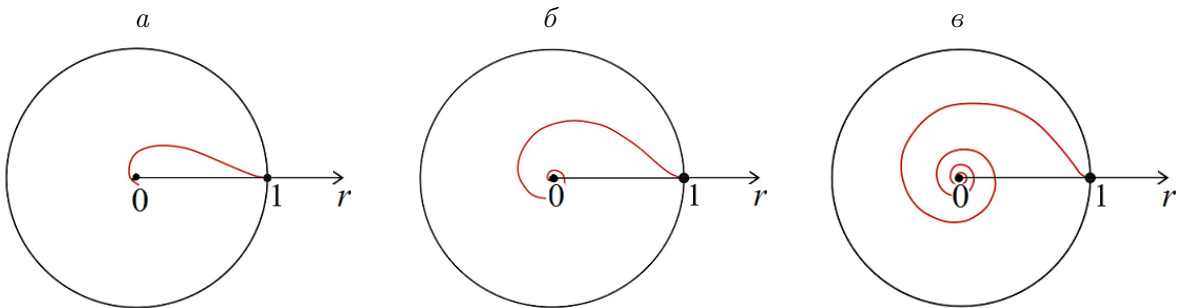


Рис. 2

Т а б л и ц а 3. Результаты расчетов для торнадо класса F00

Показатель	Широта ψ		
	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$
$\sin \psi$	0.5	0.7071	0.86603
$r_{in}, \text{ м}$	976	859	792
$r_{N10}, \text{ м}$	24.89	24.94	24.92
$r_{N50}, \text{ м}$	5.03	4.98	4.95
$r_0, \text{ м}$	2.5	2.5	2.5
$V(r_0), \text{ м/с}$	19.02	19.03	19.02

Для всех классов торнадо при $\psi = \pi/6$ табл. 4 уточняет поведение функции $V(r)$. Анализ данных в столбцах 3–5 табл. 4 приводит к приближенной зависимости

$$V(r) \approx \frac{V_{0i} r_{0i}}{r},$$

где $V_{0i} = V(r_{0i})$ для торнадо класса i ; r_{0i} — значение r_0 для торнадо класса i .

Результаты расчетов для всех классов торнадо при $\psi = \pi/4$ представлены в табл. 5.

Из данных, приведенных в табл. 4 и 5, следует, что возникновение торнадо большой интенсивности возможно только на ровной и свободной поверхности достаточно большой площади.

Т а б л и ц а 4. Результаты расчетов для остальных классов торнадо при $\psi = \pi/6$

Класс торнадо	r_{in} , м	r_{N10} , м	r_{N50} , м	r_0 , м	$V(r_0)$, м/с
1	2	3	4	5	6
F00	976	24.89	5.03	2.5	19
F01	1764	50.03	9.93	5	25.5
F10	2617	79.75	16.09	8	33
F11	4291	164.83	33.17	16.5	41.5
F20	5946	254.03	50.96	25.5	51
F21	9346	525.78	105.72	52.75	60.5
F30	12522	800.86	161.37	80.5	71
F31	19366	1664.98	334.53	167.5	81.5
F40	26450	2707.91	545.74	273.5	93
F41	37858	4907.14	995.63	498.75	104.5
F50	50885	7865.85	1605.79	804.5	117
F51	76662	15826.86	3292.27	1649.5	129.5
F52	98750	23545.58	4977.89	2494.5	142

Т а б л и ц а 5. Результаты расчетов для остальных классов торнадо при $\psi = \pi/4$

Класс торнадо	r_{in} , м	r_{N10} , м	r_{N50} , м	r_0 , м	$V(r_0)$, м/с
1	2	3	4	5	6
F00	859	24.94	4.98	2.5	19
F01	1509	49.97	9.96	5	25.5
F10	2220	79.89	15.96	8	33
F11	3620	164.60	33.08	16.5	41.5
F20	5012	254.38	50.93	25.5	51
F21	7864	525.33	105.09	52.75	60.5
F30	10540	802.21	161.04	80.5	71
F31	16287	1656.94	335.14	167.5	81.5
F40	22240	2694.21	545.88	273.5	93
F41	31836	4873.43	997.01	498.75	104.5
F50	42790	7782.49	1606.42	804.5	117
F51	64470	15545.39	3295.40	1649.5	129.5
F52	83034	23040.13	4975.12	2494.5	142

Таким образом, полученные результаты позволяют начать численное моделирование трехмерных нестационарных течений в придонных частях торнадо различной интенсивности, которые будут заведомо согласованы с данными натурных наблюдений торнадо различной интенсивности по значениям r_0 и скорости ветра при $r = r_0$.

Благодарности. Благодарю профессора С.П. Баутина за полезные обсуждения.

Список литературы / References

- [1] **Наливкин Д.В.** Ураганы, бури и смерчи. Географические особенности и геологическая деятельность. Л.: Наука, 1969. 487 с.
Nalivkin, D.V. Hurricanes, storms and tornadoes. Geographical features and geological activity. L.: Nauka, 1969. 487 p. (In Russ.)
- [2] **Наливкин Д.В.** Смерчи. М.: Наука, 1984. 112 с.
Nalivkin, D.V. Tornadoes. M.: Nauka, 1984. 112 p. (In Russ.)
- [3] **Баутин С.П.** Торнадо и сила Кориолиса. Новосибирск: Наука, 2008. 96 с.
Bautin, S.P. Tornado and the Coriolis force. Novosibirsk: Nauka, 2008. 96 p. (In Russ.)
- [4] **Баутин С.П., Крутова И.Ю., Обухов А.Г., Баутин К.В.** Разрушительные атмосферные вихри: теоремы, расчеты, эксперименты. Новосибирск: Наука, 2013. 215 с.
Bautin, S.P., Krutova, I.Y., Obukhov, A.G., Bautin, K.V. Destructive atmospheric vortices: theorems, calculations and experiments. Novosibirsk: Nauka, 2013. 215 p. (In Russ.)
- [5] **Tatom, F.B., Witton, S.J.** The transfer of energy from tornado into the ground // Seismological Research Letter. 2001. Vol. 72, No. 1. P. 12–21.
- [6] **Баутин С.П.** Характеристическая задача Коши и ее приложения в газовой динамике. Новосибирск: Наука, 2009. 368 с.
Bautin, S.P. The characteristic Cauchy problem and its application to gas dynamics. Novosibirsk: Nauka, 2009. 368 p. (In Russ.)

*Поступила в редакцию 6 июня 2016 г.,
с доработки — 21 декабря 2016 г.*

Calculations of gas-dynamic parameters in the bottom part of tornado

KRUTOVA, IRINA YU.

Snezhinsk Physical and Technical Institute National Research Nuclear University MEPHI,
Snezhinsk, 456776, Russia

Corresponding author: Krutova, Irina Yu., e-mail: IYKrutova@mephi.ru

Purpose. Numerical calculations for the special system of ordinary differential equations to determine gas-dynamic parameters of air currents in the bottom parts of tornadoes of various intensity.

Methodology. Interpolating field observations for tornado of various intensity the Fujita scale is extended. For each class of tornadoes from the extended scale we use in situ observations of the wind speed and the width of the fracture line. For the chosen

small value of the inflow radial velocity using numerical methods based on the Cauchy problem applied to the special system of ordinary differential equations, inflow radius was calculated for all types of tornadoes according to the extended Fujita scale. Thus calculated values of the velocities at the inflow radius must coincide with the field observations presented in the extended Fujita scale for all variants.

Findings.

1. For the selected radius of the inflow and the inflow velocity values the wind speeds coincide with the calculated propagation velocity of the air at the inflow radius for all tornado classes of the extended Fujita scale.

2. The distributions of gas-dynamic parameters such as speed of sound, the radial and the tangential components of the gas velocity, are presented. Some of the results are presented in graphical form.

3. Instant streamlines that show the nature of the swirl for tornadoes of various intensity were calculated. Some results of calculations for the instant streamlines are also presented in the graphical form.

4. Analysis of the behavior for the modulus of air velocity allowed us to determine the numerical values of the radius for the distance from the sink, where the air flow rate is a specific fraction of its maximum value.

Conclusions. The main parameters of the gas flow in the bottom part of the tornadoes of various intensities were determined. Radius of the area from which the air going into the vertical part is determined. The calculated flow agrees with the data of field observations of tornadoes of various intensity presented in the Fujita scale.

Keywords: equations of gas-dynamics, Coriolis force, Fujita scale, gas twist.

Acknowledgements. Author acknowledges fruitful discussions with Prof. S. Bautin.

Received 6 June 2016

Received in revised form 21 December 2016