

Моделирование кавитационного обтекания тел

В. А. КОРОВИЦЫН

Институт вычислительных технологий СО РАН, Томский филиал, Россия

Томский государственный университет, Россия

Контактный e-mail: kva635133@yandex.ru

Приведены результаты исследований течений идеальных сжимаемых и несжимаемых жидкостей с переменными границами, контактирующих с твердыми телами в плоских и осесимметричных пространствах постоянной и переменной связности. Численно моделируется процесс начального формирования пузыря при кавитационном обтекании плоской пластины. В решении одновременно присутствуют области одномерного стационарного и двумерного нестационарного течений, а также область одномерного течения в окрестности центра симметрии пластины. Численно исследован процесс заполнения подводной осесимметричной шахты. Смоделирован эффект гидродинамического удара при отрыве газового пузыря от шахтной полости.

Ключевые слова: несферический газовый пузырь, потенциальное течение жидкости, свободная поверхность, каверна, кавитация, многосвязность.

Введение

Одним из направлений математического моделирования процессов в многофазных течениях является исследование взаимодействия осесимметричных твердых тел (снарядов) с окружающей газожидкостной средой. Разработка эффективных методик (алгоритмов и расчетных программных комплексов для современных многопроцессорных вычислительных кластеров) численного моделирования многофазных течений сплошных сред с контактными разрывами, ударными волнами, фазовыми переходами позволит проводить детальные исследования воздействия газовых полостей (каверн) на тела в жидкости. Актуальность этого направления определяется необходимостью создания снарядов, передвигающихся с гиперзвуковыми скоростями в жидких и воздушных средах. При таких скоростях головная часть снаряда контактирует с жидкостью, вокруг снаряда образуется нестационарная паровоздушная каверна — пузырь. Происходит взаимодействие трех фаз: твердого тела, жидкости, газа.

При движении с большой скоростью снаряда под водой за счет резкого сокращения зоны его контакта с жидкостью значительно уменьшается сопротивление внешней среды движению снаряда. Именно этот выигрыш в сопротивлении позволяет снаряду развивать в водной среде значительную скорость, поэтому необходимо всесторонне исследовать эффект кавитации в течениях на разных стадиях перемещения снаряда: разгонного движения с ускорением, маршевого движения с постоянной скоростью, взаимодействия снаряда с преградой.

Результаты исследования поведения пузырей могут найти применение во многих отраслях промышленного производства, например в обработке рудных материалов, процессах очистки минеральных сред, в частности процессов флотации.

С математической точки зрения механизм взаимодействия течений в многофазных средах чрезвычайно сложен: нестационарные многофазные процессы происходят в динамически изменяющихся многосвязных областях; отсутствуют математически выверенные постановки физических задач, существенная многомерность пространств решений порождает вычислительные проблемы.

В физических модельных экспериментах вредным проявлением свободного движения снаряда является его неустойчивость, порождающая поперечные колебания твердого тела в каверне. При определенных скоростях эти колебания разрушают твердое тело. Для устранения неустойчивости необходимо придавать телу вращение.

В России и за рубежом активно ведутся исследования в области численного моделирования многофазных течений сплошных сред с контактными разрывами и свободными поверхностями. Основная проблема заключается в трудностях исследования движения тела в газожидкостной среде в течение продолжительного времени.

Совместное движение идеальной несжимаемой жидкости и полностью погруженного в нее эллиптического цилиндра при малых временах исследуется в [1]. Предполагается, что цилиндр движется из состояния покоя в горизонтальном направлении с постоянным поступательным ускорением и вращается вокруг своей оси с постоянным угловым ускорением. При малых временах наблюдается сильная деформация внешней свободной границы жидкости, и при определенных условиях происходит отрыв жидкости от поверхности тела и образуются новые внутренние свободные границы. В [2] исследуется совместное движение вязкой несжимаемой жидкости и полностью погруженного в нее эллиптического цилиндра на малых временах. Предполагается, что цилиндр движется из состояния покоя в горизонтальном направлении с постоянным ускорением. Особенностью этой задачи является то, что при сильном разгоне цилиндра происходит отрыв жидкости от поверхности тела и образуется каверна. Дается обобщение этой задачи на случай плавающего эллиптического цилиндра на поверхности вязкой жидкости. Малые времена исследования не позволяют использовать эти решения для всей траектории движения снаряда. Представляет интерес не только исследование возможности самого вращения, но и разработка новых основ создания вращательного движения снаряда, например создание осевого вращения снаряда за счет специального криволинейного насадка, вызывающего его вращение за счет набегающего потока жидкости, а также математическое моделирование процесса вращения и влияния его на устойчивость движения.

В Томском филиале ИВТ СО РАН, на механико-механическом факультете ТГУ и в НИИ прикладной математики и механики ТГУ проводятся исследования в области создания эффективных математических моделей и алгоритмов расчета взаимодействующих твердых тел и жидкостей с пузырями, которые инициированы по заказу промышленных предприятий. Создана технологическая алгоритмическая основа построения расчетных (разностных) моделей течений жидкости, контактирующей с твердыми и упругими телами, в 2D-пространствах переменной связности, с переменными свободными и контактными границами, проводится численное моделирование многосвязных течений несжимаемой жидкости [3–12].

Второе направление исследований связано с созданием численных моделей и алгоритмов математического моделирования многофазных течений сплошных сред с кон-

тактными разрывами и свободными поверхностями, изучением влияния газовых полостей (каверн) в жидкости на погруженные в нее осесимметричные твердые тела, построением моделей вращения таких тел, созданием на их основе расчетных методик, а также разработкой программно-экспериментального комплекса математического моделирования многофазных и многосвязных течений жидкой среды в окрестности осесимметричных твердых тел [10].

В результате исследований созданы алгоритмы математического моделирования многофазных и многосвязных течений жидкой среды в окрестности осесимметричных твердых тел, газожидкостной среды в условиях смены связности расчетных областей. Выполнены модельные расчеты, подтверждающие работоспособность алгоритмов. Проведено математическое моделирование заполнения идеальной несжимаемой жидкостью подводной шахты, выполнены расчеты динамического взаимодействия жидкости со стенками шахты при ее вытеснении. Установлено, что эффект динамического удара на стенки шахты в натуральных экспериментах связан с отрывом от шахтного пузыря массы газов в форме надшахтного пузыря, поднимающегося к свободной поверхности. Исследованы параметры области устойчивости и сходимости численных решений [5]. Разработаны методики математического моделирования взаимодействия многофазных и многосвязных течений жидкой среды. Создан программный комплекс математического моделирования взаимодействия многофазных и многосвязных течений жидкой среды, порожденных движением осесимметричного твердого тела.

1. Развитие кавитационной каверны при нестационарном обтекании пластины

На основе модели газовой динамики в переменных Лагранжа численно исследован начальный этап образования кавитационной каверны, создаваемой нестационарным обтеканием неподвижной плоской пластины. Ширина половины пластины 0.071. Падающий с постоянной скоростью поток газа с первоначально плоской свободной поверхностью обтекает поверхность пластины. Вектор скорости газа перпендикулярен к пластине. Под свободной поверхностью находится невзаимодействующая среда с постоянным давлением.

Этот процесс описывается классом разрывных решений уравнений идеальной газовой динамики в переменных скорость и давление без учета поверхностного натяжения. Разрывы возникают при внезапном натекании стационарного на бесконечности потока газа на плоскую преграду в виде неподвижной плоской пластины. В некоторой окрестности оси симметрии пластины развивается одномерное течение в форме распада разрыва.

Система нестационарных уравнений газовой динамики в переменных Лагранжа имеет вид

$$d\rho/dt = -\rho \operatorname{div} \mathbf{W}, \quad (1)$$

$$\rho d\mathbf{W}/dt = -\operatorname{grad} p, \quad (2)$$

$$\rho d\varepsilon/dt = -p \operatorname{div} \mathbf{W}, \quad (3)$$

$$dx_i/dt = W_i, \quad (4)$$

$$p = (\gamma - 1)\rho\varepsilon, \quad \gamma = (n + 2)/n, \quad (5)$$

где d/dt — оператор дифференцирования по времени вдоль траектории частиц; ρ — плотность частиц газа; ε — удельная внутренняя энергия; p — давление; $\mathbf{W} = \{W_i\}$, $i = 1, \dots, n$, — вектор скорости; $\mathbf{x} = \{x_i\}$, $i = 1, \dots, n$, — радиус-вектор; n — размерность пространства.

В начальной области течения ($0 \leq x_1 \leq H_1$, $0 \leq x_2 \leq H_2$) введем согласованные с границами сетку Ω_h ячеек и сетку ω_h узлов, H_1 — расстояние от оси симметрии до правой границы, H_2 — расстояние от пластины до верхней границы. Координаты и вектор скорости определим в узлах $x_i \in H_\omega$, $\mathbf{W} \in \mathbf{H}_\omega$, плотность, давление, внутренняя энергия в ячейках $\rho, p, \varepsilon \in H_\Omega$. Масса ячейки и узла — величина постоянная во времени, равная произведению плотности на площадь ($m = \rho V$). По рассчитываемой площади определим плотность узла и ячейки.

Запишем дискретные уравнения газовой динамики в переменных Лагранжа на сетках [13]

$$d\rho/dt = -\rho \text{DIV } \mathbf{W}, \quad (6)$$

$$\rho d\mathbf{W}/dt = -\text{GRAD } p, \quad (7)$$

$$\rho d\varepsilon/dt = -p \text{DIV } \mathbf{W}, \quad (8)$$

$$dx_i/dt = W_i. \quad (9)$$

(Прописными буквами обозначены дискретные операторы на сетке.)

Дополним систему уравнений граничными и начальными условиями. Начальные значения координат определяют сетку узлов и ячеек, начальные значения вектора скорости $\mathbf{W} = \{0, W_0\}$, $W_0 < 0$, всюду, кроме значений на пластине, где $W_0 = 0$. На пластине и на оси симметрии (левая граница) выполняются условия непротекания. На правой границе моделируем условия на бесконечности. Свободную границу формируем плоскими ячейками, примыкающими к ячейкам, граничащим со свободной поверхностью. В плоских ячейках давление принимаем равным давлению на свободной границе. При этом в разностной схеме выполняется непрерывность давления в окрестности свободной границы. Дискретная система уравнений (6)–(9) дополняется уравнением состояния (5).

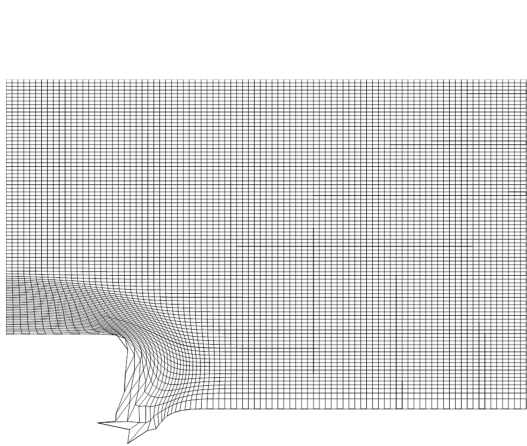


Рис. 1. Форма сеточной области течения. Начальная скорость жидкости $W_0 = -10$, $t = 7.0 \cdot 10^{-3}$, $dt = 5.0 \cdot 10^{-8}$

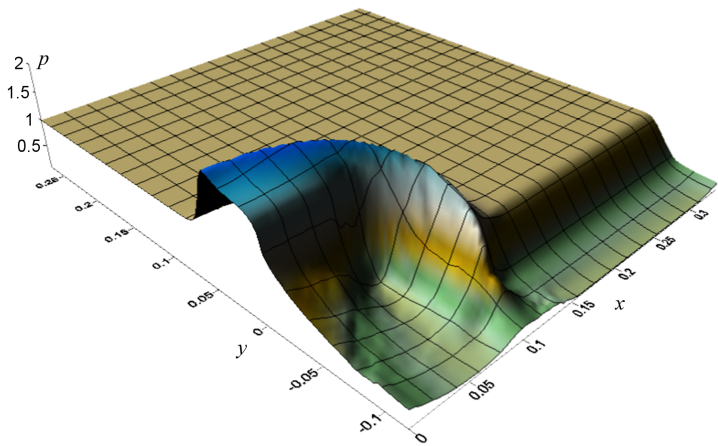


Рис. 2. Поверхность давления, построенная по значениям в узлах сетки (рис. 1); $t = 7.0 \cdot 10^{-3}$, $dt = 5.0 \cdot 10^{-8}$

Отметим, что в численном решении одновременно присутствуют области стационарного и двумерного течений, а также область одномерного течения в окрестности левой границы — центра симметрии. В этой области течение остается одномерным до момента прихода волны возмущения от правого конца пластины — особой точки. Сравнение поведения одномерного численного течения с аналитическим решением задачи о поршне, вдвигаемом в идеальный газ с постоянной скоростью [14], показывает хорошее согласование.

На рис. 1 приведена правая половина сеточной области течения в окрестности пластины для момента времени $t = 7.0 \cdot 10^{-3}$. Размер сетки 89×89 . Жидкость падает на неподвижную пластину. Свободная поверхность находится справа внизу от пластины и искажена всплеском. Над пластиной слева, по оси симметрии, участок одномерного решения еще не потерял одномерности от волны, идущей от правого края пластинки. На рис. 2 показана поверхность давления для момента времени $t = 7.0 \cdot 10^{-3}$. Сетка

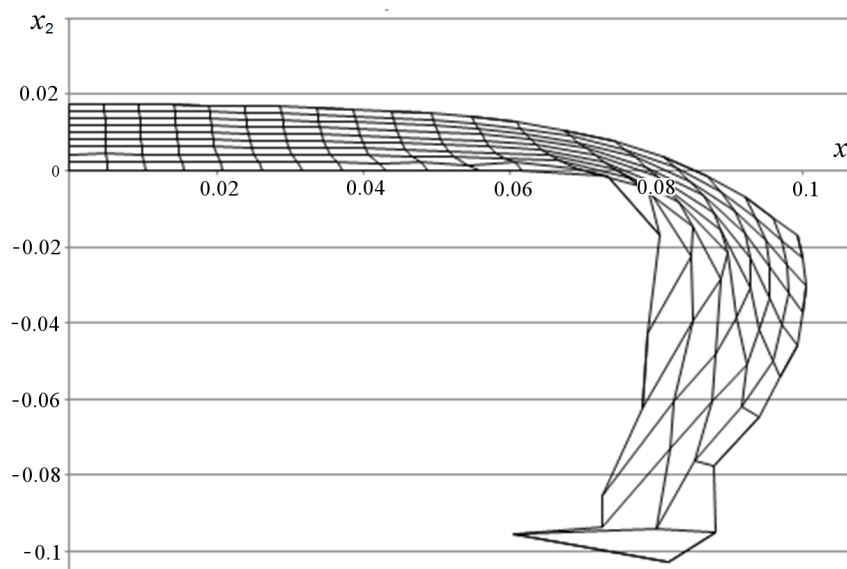


Рис. 3. Фрагмент 20×10 сетки, приведенной на рис. 1

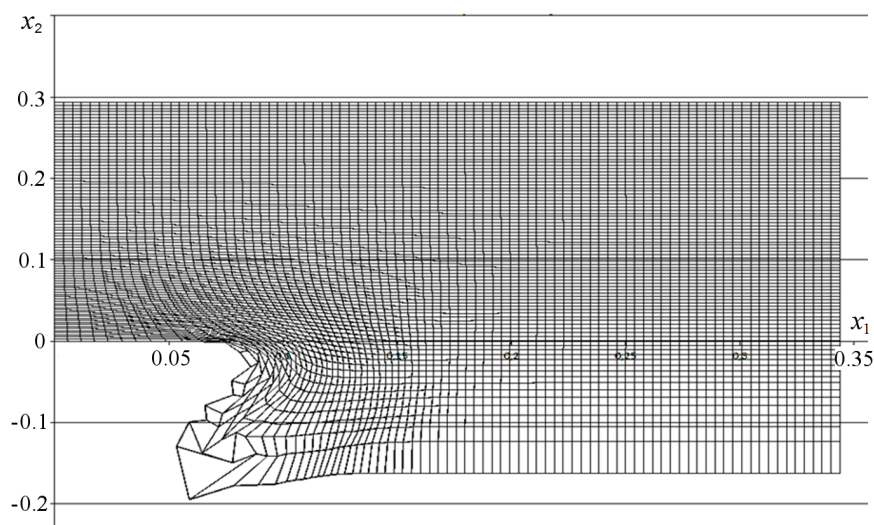


Рис. 4. Форма сеточной области течения; $t = 5.0 \cdot 10^{-2}$

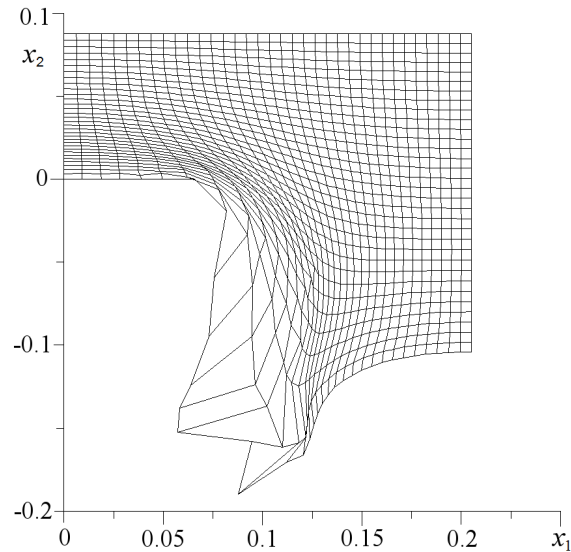


Рис. 5. Форма сеточной области течения для момента времени $t = 1.0 \cdot 10^{-1}$

на поверхности не соответствует расчетной и носит иллюстративный характер. На осях координат указаны физические размеры сеточной области. На рис. 3 приведен фрагмент сетки 20×10 узлов, представленной на рис. 1, в окрестности половины пластины. На рис. 4 показана форма сеточной области течения для момента времени $t = 5.0 \cdot 10^{-2}$. Свободная поверхность жидкости искажена возмущением, которое заплескивает за пластину. Над пластиной участок одномерного решения уже потерял одномерность от волны, пришедшей от правого края пластинки. Сетка 89×89 узлов. На рис. 5 приведена форма сеточной области течения для момента времени $t = 1.0 \cdot 10^{-1}$.

2. Численное моделирование процесса заполнения шахты

Решалась задача о затоплении осесимметричной шахты на значительной глубине под свободной поверхностью. Шахта единичного радиуса $R = 1$ расположена под горизонтальной плоскостью $x = 0$. Глубина шахты на порядок больше ее радиуса. Конечный слой неподвижной несжимаемой тяжелой жидкости занимает часть верхнего полупространства, исключая область соосной с шахтой газовой полусферы заданного радиуса ($R_0 > R$), примыкающей к срезу шахты на горизонтальной плоскости $x = 0$. Газ в пространстве шахты и полусферы находится под начальным давлением p_γ , которое больше, чем гидростатическое давление на срезе шахты. Толщина слоя H жидкости над шахтой много больше радиуса полусферы, поэтому влияние свободной поверхности на эволюцию газового пузыря не учитывалось.

Течение считаем осесимметричным, а жидкость безвихревой, несжимаемой и невязкой, основное влияние на изучаемое взаимодействие оказывают силы инерции давления газа. Молекулярными эффектами пренебрегаем.

Алгоритм расчета осесимметричных потенциальных течений идеальной несжимаемой жидкости со свободной поверхностью основан на разностной схеме, для которой выполняются разностные законы сохранения массы, импульса, энергии. Эффективность алгоритма проверена на ряде задач. Алгоритм на основе метода базисных операторов принадлежит к классу конечно-разностных, применяемых в расчетах нестационарных

потенциальных течений жидкости [6, 7]. Течение в неограниченной области моделируется на сетках с конечным числом узлов, в силу чего появляются “вычислительные” условия на разностных границах, моделирующих бесконечность. Граничные условия на “разностной бесконечности” следуют из закона сохранения энергии. Ниже приводятся результаты численного моделирования эволюции газовых пузырей в жидкости.

Безвихревое осесимметричное течение тяжелой жидкости происходит в области, имеющей твердые и свободные границы. Возможны также границы на бесконечности. В силу осевой симметрии задачи решение рассматривалось в области меридионального сечения течения жидкости.

Потенциал скорости удовлетворяет уравнению Лапласа $\Delta\varphi = 0$ в цилиндрической системе координат x, r . На оси симметрии и твердых границах нормальная производная обращается в нуль. При приближении к бесконечности скорость и потенциал скорости стремятся к нулю. Выполняются два граничных условия: кинематическое и динамическое условия непрерывности давления в окрестности границы раздела. Для потенциальных течений давление в фиксированной точке связано с потенциалом через интеграл Лагранжа — Коши. Считаем, что давление газа меняется по адиабатическому закону.

В области введем связную прямоугольную неравномерную сетку узлов, согласованную с твердыми границами. Ищем потенциал φ в узлах сетки ω_h , удовлетворяющий разностному уравнению Лапласа $\Delta_h\varphi = 0$. Для удовлетворения граничных условий на оси симметрии и твердых границах доопределяем значения потенциала во вспомогательных узлах в соответствии со значением нормальной производной $\partial\varphi/\partial n$ так, чтобы выполнялся принцип максимума.

Границу раздела газ — жидкость определяем точками пересечения линии (поверхности) раздела с линиями сетки. Кинематическое условие будет выполнено, если точки границы раздела на каждом временном шаге отождествим с частицами жидкости, скорости которых определяются через потенциал ближайших к ним точек сетки ω_h (шаблона):

$$x_i = \langle \nabla_i \varphi \rangle, \quad r_i = \langle \nabla_2 \varphi \rangle.$$

Здесь $\langle \rangle$ означает операцию выбора шаблона. Динамическое условие аппроксимируем в каждом узле границы раздела уравнением

$$\varphi_t - 0.5(x_t^2 + r_t^2) + p_g/\rho + gx = F(t),$$

где p_g — давление газа на границе раздела; $F(t)$ — произвольная функция времени. В силу ограниченности сеточной области условия на бесконечности необходимо аппроксимировать на “вычислительных” границах. Условия на “вычислительной” границе не должны нарушать баланса энергии либо должны быть диссипативными.

В ходе исследования баланса энергии установлена возможность такой аппроксимации граничных условий непротекания и на бесконечности, при которой на соответствующих границах не будет дисбалансов энергии. В этом случае кинетическая энергия жидкости сохраняется, если нет подвижных границ раздела газ — жидкость. Наличие таких границ меняет как массу, так и энергию. Анализируются условия устойчивости схемы.

Вопросы точности дискретизации уравнений и граничных условий исследовались при решении задачи Рэлея о схлопывании сферического пузыря в несжимаемой жидкости. Проводилось сравнение численных решений задач эволюции пузырей в жидкости [10, 11].

В численных расчетах эволюции пузыря возможно наступление момента, когда часть границы пузыря с одним значением потенциала войдет в соприкосновение (сольется) с другой частью границы, имеющей иное распределение потенциала. Для возможности продолжения расчетов последняя модель была модифицирована [10].

Поскольку при заполнении жидкостью шахты с надшахтным пузырем в форме полусферы гидростатическое давление на плоскости среза шахты больше, чем над газовой полусферой, на плоскости среза шахты начинает формироваться осесимметричная кольцевая струя тяжелой жидкости, направленная к оси симметрии шахты вдоль ее среза. Этот момент показан на рис. 6, а, где область, занятая газом, выделена серым цветом. Когда горизонтальная струя вдоль плоскости среза шахты достигнет оси симметрии, произойдет дробление пузыря на два: надшахтный пузырь и шахтную газовую полость, которые заживут каждый своей жизнью.

Горизонтальная осесимметричная кольцевая струя тяжелой жидкости преобразуется в две вертикальные разнонаправленные струи. Подталкиваемый направленной вверх вертикальной струей верхний надшахтный пузырь, сначала односвязный с нулевой циркуляцией, начнет свободное всплытие, эволюционируя в многосвязный с ненулевой циркуляцией. Возникновение многосвязности вызывается столкновением кумулятивной струи с потолочным слоем жидкости надшахтного пузыря, порождающим гидравлическое ударное возмущение, влияющее на надшахтную поверхность и струю, заполняющую шахту. Вертикальная струя, направленная ко дну шахты, начнет заполнять шахту (рис. 6, б).

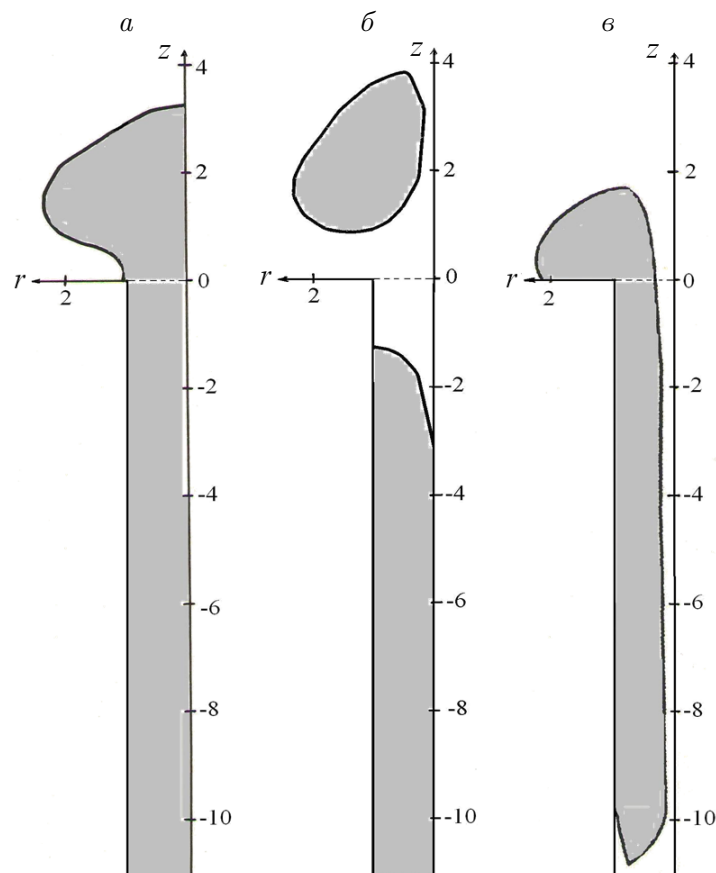


Рис. 6. Схема затопления осесимметричной шахты, полученная в результате расчета

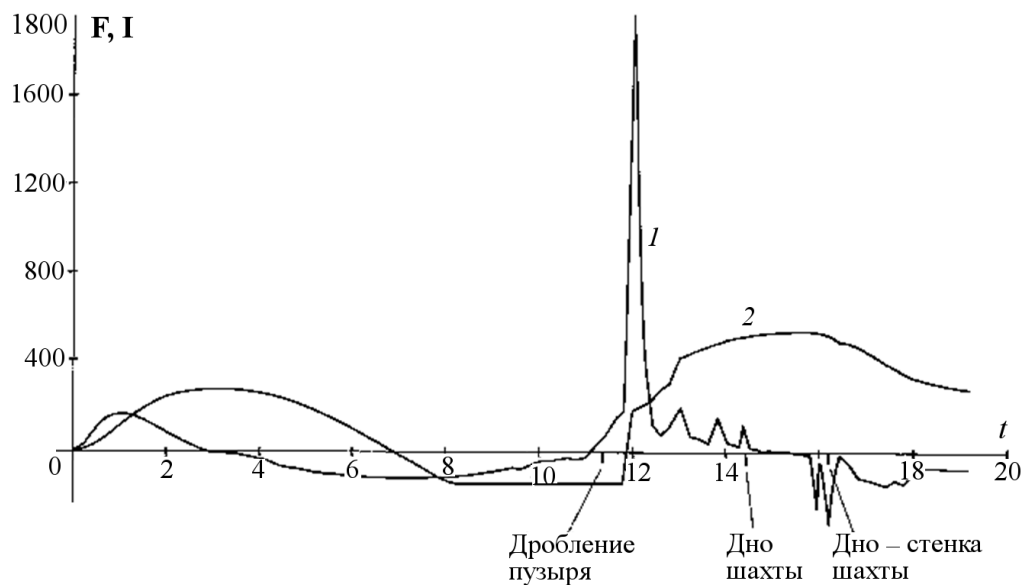


Рис. 7. Сила (кривая 1) и импульс силы (кривая 2), действующие на дно и стенки шахты во время заполнения ее жидкостью

Пузырь, всплывший на несколько шахтных радиусов, из расчета исключался. Осесимметричная струя жидкости, достигнув дна шахты и заполнив его, образует осесимметричную кольцевую струю вдоль стенок шахты, направленную вверх, к срезу шахты. Газ в шахте под влиянием череды сжатий и расширений, а также вытеснения выбросит к срезу шахты порцию газа. Часть газа над срезом шахты начнет отделяться от шахтной массы газа. Расчет прекращался, когда кольцевая струя вдоль стенок шахты достигала среза шахты (рис. 6, в). Моменты дробления пузыря, перехода односвязного пузыря в многосвязный, достижения струей дна шахты и ее стенок сопровождалось гидравлическими ударами.

Силовое взаимодействие кольцевой струи жидкости и стенок шахты представлено на рис. 7. Начальное давление газа в шахте $P_r^0 = 4$ Па (см. рис. 6, а). Отмечены моменты времени дробления пузыря, достижения заполняющей струей сначала дна шахты и далее, при движении вдоль радиуса дна, стенки шахты. Подробно методика численного исследования описана в [4–6].

Благодарности. Работа выполнена в рамках Программы повышения конкурентоспособности Томского государственного университета и при поддержке гранта Президента Российской Федерации для ведущих научных школ № НШ-5006.2014.9. Результаты были получены в рамках выполнения государственного задания Министерства образования и науки РФ № 5.628.2014/К.

Список литературы / References

- [1] Норкин М.В., Яковенко А.А. Начальный этап движения эллиптического цилиндра в идеальной несжимаемой жидкости со свободными границами // Журн. вычисл. математики и матем. физики. 2012. Т. 52, № 11. С. 2060–2070.
 Norkin, M.V., Yakovenko, A.A. Short-time dynamics of an elliptical cylinder in an ideal incompressible fluid with free boundaries // Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2012. Vol. 52, No. 11. P. 2060–2070. (in Russ.)

- [2] **Норкин М.В.** Начальный этап движения эллиптического цилиндра в вязкой несжимаемой жидкости со свободной поверхностью // Журн. вычисл. математики и матем. физики. 2012. Т. 52, № 2. С. 319–329.
Norkin, M.V. Short-time dynamics of an elliptic cylinder moving in a viscous incompressible free-surface flow // Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2012. Vol. 52, No. 2. P. 319–329. (in Russ.)
- [3] **Гудов А.М.** Численное исследование явлений на поверхности воды при схлопывании газовой полости // Вычисл. технологии. 1997. Т. 2, № 4. С. 49–59.
Goodov, A.M. The numerical investigation of phenomenon at the liquid surface under gas bubble collapse // Computational Technologies. 1997. Vol. 2(4). P. 49–59. (in Russ.)
- [4] **Коробицын В.А.** Численное моделирование многосвязных течений несжимаемой жидкости // Zbornik radova. Konferencije MIT 2011. Beograd, 2012. P. 217–221. Адрес доступа: <http://www.mit.rs/2011/zbornik-2011.pdf>
Korobitsyn, V.A. Chislennoe modelirovanie mnogosvyaznykh techeniy neshzhimaemoy zhidkosti. Zbornik radova. Konferencije MIT 2011. Beograd, 2012. P. 217–221. Available at: www.mit.rs/2011/zbornik-2011.pdf (in Russ.)
- [5] **Коробицын В.А., Пегов В.И.** Численное исследование эволюции границы раздела двух жидкостей // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 1993. № 5. С. 128–133.
Korobitsyn, V.A., Pegov, V.I. Numerical analysis of the evolution of an interface between two liquids // Fluid Dynamics. 1993. Vol. 28, No. 5. P. 692–695.
- [6] **Коробицын В.А.** Численное моделирование осесимметричных потенциальных течений несжимаемой жидкости // Математическое моделирование. 1991. Т. 3, № 10. С. 42–49.
Korobitsyn, V.A. Numerical model for axisymmetrical incompressible potential flows // Matematicheskoe Modelirovanie. 1991. Vol. 3, No. 10. P. 42–49. (in Russ.)
- [7] **Коробицын В.А.** Базисный разностный метод для ортогональных систем на поверхности // Журн. вычисл. математики и матем. физики. 2011. Т. 51, № 7. С. 1308–1316.
Korobitsyn, V.A. Basis difference method for orthogonal systems on a surface // Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2011. Vol. 51, No. 7. P. 1308–1316. (in Russ.)
- [8] **Коробицын В.А.** Ковариантные преобразования базисных дифференциально-разностных схем на плоскости // Журн. вычисл. математики и матем. физики. 2011. Т. 51, № 11. С. 2033–2042.
Korobitsyn, V.A. Covariant transformations of basis differential-difference schemes in a plane // Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2011. Vol. 51, No. 11. P. 2033–2042. (in Russ.)
- [9] **Korobitsyn, V.A., Shokin, Yu.I.** Orthogonal transformations of differential-difference schemes. Introduction to discrete analysis // Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling. 2014. Vol. 29, No. 4. P. 219–230.
- [10] **Ищенко А.Н., Афанасьева С.А., Буркин В.В., Дьячковский А.С., Зыков Е.Н., Хабибуллин М.В.** Расчетно-экспериментальный метод исследования высокоскоростного взаимодействия тел с преградами: Учеб. пособие. Томск: Изд-во НТЛ, 2013. 60 с.
Ishchenko, A.N., Afanas'eva, S.A., Burkin, V.V., Dyachkovsky, A.S., Zykov, E.N., Khabibullin, M.V. Calculation-experimental method for studying high-speed interaction of bodies with under water: Uchebnoe posobie. Tomsk: Izdatel'stvo NTL, 2013. 60 p.
- [11] **Бубенчиков А.М., Коробицын В.А., Коробицын Д.В., Котов П.П., Шокин Ю.И.** Численное моделирование осесимметричных разрывных потенциальных многосвязных течений несжимаемой жидкости // Журн. вычисл. математики и матем. физики. 2014. Т. 54, № 7. С. 127–135.

- Bubenchikov, A.M., Korobitsyn, V.A., Korobitsyn, D.V., Kotov, P.P., Shokin, Yu.I.** Numerical simulation of multiply connected axisymmetric discontinuous incompressible potential flows // *Computational Mathematics and Mathematical Physics*. 2014. Vol. 54, No. 7. P. 1167–1175.
- [12] **Korobitsyn, V.A.** Computations of a gas bubble motion in liquid // *International Series of Numerical Mathematics*. 1992. Vol. 106. P. 179–185.
- [13] **Демин А.В., Коробицын В.А., Мазуренко А.И., Хе А.И.** О расчете на двумерных лагранжевых сетках течений вязкой несжимаемой жидкости со свободной поверхностью // *Журн. вычисл. математики и матем. физики*. 1988. Т. 28, № 11. С. 1719–1729.
Demin, A.V., Korobitsyn, V.A., Mazurenko, A.I., Khe, A.I. Calculation of the flows of a viscous incompressible liquid with a free surface on two-dimensional Lagrangian nets // *Computational Mathematics and Mathematical Physics*. 1988. Vol. 28, No. 11. P. 1719–1729. (in Russ.)
- [14] **Рождественский Б.Л., Яненко Н.Н.** Системы квазилинейных уравнений. М.: Наука, 1978. 688 с.
Rozhdestvenskiy, B.L., Yanenko, N.N. Systems of quasilinear equations. Moscow: Nauka, 1978. 688 p. (in Russ.)

Поступила в редакцию 25 сентября 2015 г.

Simulation of cavitation flow over bodies

KOROBITSYN, VLADIMIR A.

Institute of Computational Technologies SB RAS, Tomsk Branch, 634050, Russia
Tomsk State University, Tomsk, 634050, Russia

Corresponding author: Korobitsyn, Vladimir A., e-mail: kva635133@yandex.ru

The research addresses the development of efficient mathematical models and algorithms which described interaction between solids and liquids with bubbles. Work in this direction was initiated by demands from the industry.

A technological basis for the construction of the algorithmic finite difference models for fluid flows around rigid and elastic bodies was developed. The problem was examined in 2D space with variable connectivity areas which include free and contact boundaries. The results are used in the civil and defence fields. The author conducted the numerical simulations of fluid flows in multiply connected domains. Currently, research in this direction is actively progressing.

The research is also aimed at the development of the discrete numerical models and algorithms for mathematical modeling of multiphase flows in 2D and 3D media with contact discontinuities and free surfaces. A study how gas cavities in a fluid affect the flow around an axially symmetric rigid body was conducted. A construction of models for rotation of axisymmetric bodies in such flows leading to the formulation of numerical methods was presented. The effect of the hydrodynamic shock appeared when a bubble was released from the shaft gas cavity was confirmed numerically.

The software complex designed for mathematical modeling of multiphase flows in the multiply liquid medium in the vicinity of axisymmetric bodies was developed.

Keywords: non-spherical gas bubble, potential fluid flow, free surface, cavern, cavitation, multiply connected domains.

Acknowledgements. Funding for this research was provided by the Tomsk State University Competitiveness Improvement Program, President Programme of supporting leading schools of Russian Federation (grant No. NSH-5006.2014.9). This work was performed by order of the Ministry for Education and Science of the Russian Federation No. 5.628.2014/K.

Received 25 September 2015