

## Эффективный алгоритм расчёта притока флюида в скважину через систему перфорационных каналов

В. Я. Рудяк<sup>1,2</sup>, О. Б. Бочаров<sup>2</sup>, Д. Ю. Кушнир<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет,

<sup>2</sup>Компания Бейкер Хьюз БВ, Новосибирск, Россия

e-mail: Valery.Rudyak@mail.ru, Oleg.Bocharov@bakerhughes.com,  
Dmitry.Kushnir@bakerhughes.com

Описывается численный алгоритм расчёта притока пластового флюида в скважину через систему перфорационных каналов. По сравнению со стандартным пакетом программ ANSYS FLUENT данный алгоритм примерно на два порядка быстрее по времени расчёта при сохранении практически такой же точности. Результат получен благодаря применению усреднённой модели притока из пласта в канал. Приводятся основные характерные особенности алгоритма и сопоставление решения типичной задачи, полученного с помощью разработанной авторами трёхмерной программы ВНІРМ и пакета ANSYS FLUENT.

*Ключевые слова:* фильтрация в пористых средах, перфорационный канал, численный алгоритм, аппроксимация линейного стока.

### Введение

Увеличение притока флюида из продуктивного пласта в скважину — одна из важнейших задач нефтедобывающей отрасли. Для связи скважины с коллектором обычно используют перфорацию обсадки скважины [1]. На эффективность работы системы перфорационных каналов влияют много факторов, связанных с физическими характеристиками вскрываемого пласта и прискважинной зоны после бурения, с геометрией скважины и с параметрами применяемой системы каналов. Естественно, оптимизация процесса добычи углеводородов с помощью перфорирования является чрезвычайно важной задачей, экспериментальное решение которой провести чрезвычайно сложно, а систематически и невозможно. Чтобы обеспечить решение данной задачи, необходимы серии модельных расчётов. Поэтому основные усилия были сосредоточены на создании численных алгоритмов и использовании стандартных пакетов вычислительной гидродинамики. Число публикаций в этой области весьма значительно. Остановимся лишь на ключевых, по мнению авторов, работах.

Первый конечно-разностный трёхмерный алгоритм для указанной задачи был разработан М. Харрисом [2]. В предложенной им программе форма канала подстраивалась под сетку в цилиндрической системе координат с сохранением глубины проникновения и площади поверхности. Рассматривалась слоистая система перфорационных каналов, т. е. отверстия могли располагаться только в одной плоскости, перпендикулярной оси скважины. При этом не были учтены некоторые факторы, снижающие продуктивность системы, например, зона уплотнения вокруг каналов, зона внедрения бурового раствора

и др. К. Хонг [3] дополнил работу М. Харриса, добавив в алгоритм возможность учёта зоны внедрения бурового раствора, анизотропии пласта в небольших диапазонах, а также шахматного расположения перфорационных отверстий на стенке скважины.

Конечно-разностный алгоритм, основанный на методе конечных объёмов, получил дальнейшее развитие в работе [4]. Здесь за счёт более детальной сетки в прискважинной зоне удалось учесть цилиндрическую форму перфорационных каналов и достичь повышения точности расчётов. Кроме того были проведены вычисления для горизонтальной скважины.

Первый конечно-элементный алгоритм опубликован в работе [5]. Авторы предложили двумерную модель, описывающую течение в параболоиде вращения вокруг перфорационного канала. Используемое двумерное приближение хорошо согласуется с результатами электролитических экспериментов [6, 7] и расчётов по трёхмерной программе М. Харриса. Недостаток данного подхода — невозможность учёта анизотропии пласта и интерференции перфорационных каналов.

С. Лок [8] использовал коммерческий программный пакет, в котором реализован метод конечных элементов для полной задачи в трёхмерной постановке. Метод построения сетки позволил описывать перфорационные каналы цилиндрической формы, однако ещё достаточно грубо в силу увеличения размеров расчётных блоков по мере удаления от скважины в области каналов. С. Лок провёл расчёты для спиральных систем каналов с различными фазовыми углами и плотностью перфорации на участок длины скважины и оценил влияние стационарной зоны внедрения на коэффициент продуктивности. С. Тарик [9] улучшил способ построения сетки в области перфорационных каналов по сравнению с методом С. Лока, повысив тем самым точность расчётов, и уточнил предыдущие результаты.

Дж. Энсэх с соавторами [10], описывая с помощью подробнейшей сетки каналы конической формы с затуплённым концом, разработали трёхмерный конечно-элементный алгоритм и на его основе коммерческие программы WIM и PerfPro.

Моделирование с помощью стандартных пакетов (например CFD, ANSYS FLUENT и др.) требует больших вычислительных ресурсов и при решении практических задач фактически не осуществимо. По этой причине М. Каракасом и С. Тариком [11] были получены полуэмпирические корреляционные формулы для расчёта коэффициента дополнительного сопротивления (скин-фактора) перфорированной скважины, которые можно использовать для оценки влияния различных факторов на продуктивность систем перфорационных каналов. Позднее предложенные формулы улучшались и дополнялись разными авторами. Наиболее полное изложение данного подхода содержится в работах [12, 13]. В настоящее время эти формулы являются основой многих коммерческих пакетов прикладных программ (например SPAN, WEM [14, 15] и т. п.). Вместе с тем они имеют достаточно узкую область применимости, и в ряде ситуаций дают неправильные результаты. Так, Д. Сан с соавторами [16], воспользовавшись коммерческим конечно-элементным пакетом программ ANSYS FLUENT, показали, что корреляционные формулы М. Каракаса и С. Тарика плохо работают, если учитывать одновременное влияние нескольких факторов, уменьшающих приток в скважину (например, совместное влияние зоны внедрения бурового раствора и анизотропии пласта или зоны уплотнения вокруг каналов и анизотропии пласта). Работа этих авторов позволила подкорректировать формулы М. Каракаса и С. Тарика и учесть влияние зоны внедрения бурового флюида. Тем не менее и сегодня к использованию упрощённых корреляционных формул следует относиться с большой осторожностью. Необходимо максимально точное

решение задачи. Большинство исследователей при её решении ставили цель улучшения алгоритмов построения сетки с применением коммерческих пакетов. При этом вокруг перфорационных каналов использовалась всё более мелкая сетка. Таким образом, увеличивались количество необходимых расчётных узлов и время расчёта одного варианта. В результате для проведения систематических исследований требуются огромные вычислительные ресурсы. Поэтому подобные программы фактически не применимы для решения задачи оптимизации систем перфорационных каналов. При построении алгоритмов, пригодных для массовых расчётов, необходимо использовать те или иные модельные представления. Такие попытки также известны. Так, в работе Дж. Брукса [17] изложен трёхмерный алгоритм расчёта притока через систему перфорационных каналов, где сами каналы моделируются распределением подходящих точечных источников и стоков на оси перфорационного канала, внутри скважины и на границах области. Итоговая система алгебраических уравнений получается удовлетворением граничных условий в заданных точках и имеет весьма заполненную матрицу, что затрудняет её решение. При этом не удаётся оценить, как на работу системы перфорационных каналов влияет наличие зоны внедрения бурового раствора, деформированной зоны вокруг канала, его геометрических характеристик и т. д.

Подобный подход используется и в недавней публикации С.К. Сохошко [18]. Здесь также работа перфорационных каналов моделируется набором точечных стоков, расположенных на стенке скважины. Граничные условия на кровле и подошве пласта удовлетворяются методом отражений. Течение в скважине описывается уравнением Бернулли. Однако в результате для неизвестных мощностей стоков получается система алгебраических уравнений с коэффициентами в виде рядов и интегралов, что с практической точки зрения также малоприспособно для оптимизационных расчётов.

Таким образом, для проведения систематических расчётов притока флюида в перфорированные скважины необходим алгоритм, который при сохранении точности решения задачи, получаемой с помощью стандартного пакета (типа ANSYS FLUENT), был бы по времени расчёта существенно эффективнее. Разработка такого алгоритма и стала целью настоящей работы.

## 1. Формулировка задачи и её аппроксимация

Как уже указывалось, создание достаточно быстрого алгоритма предполагает использование ряда модельных представлений. В данной работе для упрощения построения сетки перфорационный канал моделируется спицей, фактически представляющей собой линейный сток. Однако в отличие от алгоритмов [17, 18], которые используют фундаментальные решения оператора Лапласа глобально, во всей области, в нашем случае они применяются только в окрестности каналов, течение же в канале описывается в гидравлическом приближении. Далее в стандартных пакетах типа ANSYS FLUENT фильтрация флюида описывается уравнениями Навье — Стокса с некоторой фиктивной силой трения, задающей взаимодействие флюида с твёрдой матрицей пористой среды. Решение уравнений Навье — Стокса — достаточно трудоёмкая задача. Существенного упрощения можно добиться, если фильтрационные процессы описывать на основе закона Дарси. Это позволяет использовать достаточно эффективный конечно-разностный алгоритм их решения. В результате выстраивается достаточно гибкая и эффективная схема, сочетающая моделирование одномерных процессов в каналах и скважине с трёхмерным описанием фильтрационных потоков вокруг скважины.

Рассмотрим постановку задачи. Течение в пористой среде описывается моделью фильтрации несжимаемой жидкости в недеформируемом пласте, основанной на законе Дарси и уравнении баланса массы

$$\mathbf{v} = -\frac{1}{\mu} K_f (\nabla P - \rho \mathbf{g}), \quad \frac{\partial(\rho m)}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{v}) = 0,$$

где  $\rho$  и  $\mathbf{v}$  — плотность и скорость фильтрации флюида;  $m$  — пористость пласта;  $K_f$  — тензор проницаемости пористой среды;  $P$  — давление жидкости в пористой среде;  $\mu$  — вязкость флюида;  $\mathbf{g}$  — ускорение силы тяжести.

Общая схема расчётной области приведена на рис. 1. Здесь штрихом представлена область, в которой флюид фильтруется в перфорационные каналы и затем в скважину. В общем случае эта область может быть неоднородной. Вокруг скважины расположена зона внедрения бурового флюида, а вокруг перфорационных каналов — зона уплотнения. Свойства (в частности, проницаемость и пористость) зон внедрения и уплотнения могут существенно отличаться от свойств рассматриваемой пористой среды, что необходимо учитывать в алгоритме.

Геометрические масштабы области течения в канале и области фильтрации существенно различны, поэтому предлагается рассматривать перфорационный канал как сингулярный линейный сток, сосредоточенный внутри расчётных блоков. В данной работе для упрощения течение в скважине не учитывается, а течение в канале описывается в гидравлическом приближении. В результате течение во всей области вне скважины представляется с помощью системы уравнений

$$\frac{\partial(\rho m)}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{v}) + \delta(pt) Q_t = 0, \quad \mathbf{v} = -\frac{1}{\mu} K_f (\nabla P - \rho \mathbf{g}). \quad (1)$$

Здесь  $\delta(pt)$  — сингулярный оператор с носителем на оси канала, определяющий наличие элемента канала в данной точке пространства,  $Q_t = C_t(P - P_t)$  — удельный боковой приток в канал на единицу длины,  $C_t(K_f, k_c, d_c, r_t, \dots)$  — коэффициент приёмистости канала,  $P_t$  — давление жидкости в канале,  $k_c, d_c$  — проницаемость и толщина зоны уплотнения вокруг канала,  $r_t$  — радиус перфорационного канала,  $l_t$  — длина перфорационного канала,  $r_w$  — радиус скважины,  $r_e$  — радиус влияния скважины.

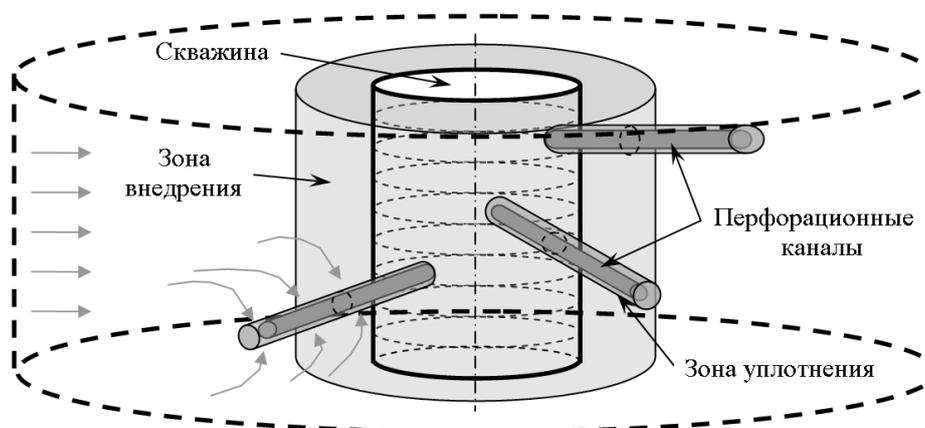


Рис. 1. Схематическое изображение прискважинной зоны с системой перфорационных каналов

Далее используется цилиндрическая система координат  $(r, \varphi, z)$ , ось  $z$  направлена вдоль скважины, ось  $r$  перпендикулярна оси скважины. Система (1) решается в области  $\Omega = \{r_w \leq r \leq r_e, 0 \leq \varphi \leq 2\pi, 0 \leq z \leq H\}$  при граничных условиях

$$\frac{\partial P}{\partial r}|_{r=r_w} = 0, \quad P|_{r=r_e} = P_e = 0.$$

Вдоль скважины задаются условия периодичности  $P(r, \varphi, z) = P(r, \varphi, z + H)$ .

Как уже отмечалось, течение в перфорационном канале моделируется в приближении трубной гидравлики

$$\frac{\partial \Sigma(r)\rho}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial r} \left[ \rho \Sigma(r) \frac{k_t}{\mu} \left( \frac{\partial P_t}{\partial r} - f_g \right) \right] - Q_t = 0, \quad P_t|_{r=r_w} = P_h, \quad (2)$$

где  $\Sigma(r)$  — площадь поперечного сечения канала,  $f_g$  — проекция силы тяжести на ось канала,  $k_t$  — коэффициент гидравлического сопротивления канала. Учёт различных режимов течения в перфорационном канале моделируется заданием соответствующего закона изменения коэффициента  $k_t$ . На входе в канал, при  $r = R_t = r_w + l_t$ , выполняются условия непрерывности давления и расхода.

При такой модификации задача моделирования течений в геометрически сложных областях, учитывающих форму канала, переходит в определение притока в канал через подходящим образом выбранный коэффициент приёмистости канала  $C_t$ . С этой целью можно использовать формулу Д. Писмена [19] для определения притока в точечную скважину

$$C_t = \frac{2\pi}{\mu} \frac{\sqrt{k_v k_h}}{\ln(r_0/r_t)}, \quad (3)$$

где

$$r_0 = 0.28((k_h/k_v)^{1/2} \Delta z^2 + (k_v/k_h)^{1/2} \Delta \xi^2)^{1/2} / ((k_v/k_h)^{1/4} + (k_v/k_h)^{1/4}).$$

Здесь  $k_v, k_h$  — соответственно вертикальная и горизонтальная проницаемость,  $\Delta \xi = r \Delta \varphi$  — шаг сетки по угловой координате,  $\Delta z$  — шаг сетки по вертикальной координате  $z$ .

Вместе с тем формула (3) не учитывает наличие зоны уплотнения вокруг перфорационного канала. Поэтому в дальнейшем используется достаточно очевидная её модификация

$$C_t = \frac{2\pi}{\mu} \frac{\sqrt{k_v k_h k_{cv} k_{ch}}}{(\sqrt{k_{cv} k_{ch}} \ln(r_0/r_c) + \sqrt{k_v k_h} \ln(r_c/r_t))}, \quad (4)$$

где  $k_{cv}$  и  $k_{ch}$  — вертикальная и горизонтальная проницаемость в зоне уплотнения,  $r_c = r_t + d_c$  — радиус зоны уплотнения.

Описанный подход является обобщением на трёхмерный случай методики сопряжения одномерных русловых течений и фильтрации грунтовых вод, реализованный в двумерной постановке в работе [20].

## 2. Численный алгоритм

Усреднённый параметрический учёт формы канала через площадь поперечного сечения  $\Sigma(r)$  позволяет строить более простую, чем в стандартных пакетах, сетку, где форму канала описывают явно, обкладывая канал мелкими расчётными блоками и задавая при этом на границе канала краевые условия. В координатах  $\varphi, z$  стенка скважины

представляет собой прямоугольную область, которая содержит круги, представляющие проекции перфорационных каналов. Эта область разбивается по осям  $\varphi$  и  $z$  на прямоугольники. Вдоль радиальной координаты  $r$  в области каналов сетка в перфорированной зоне строится равномерно, а далее, при удалении от скважины, длина блоков увеличивается с каждым шагом на некоторый постоянный множитель (рис. 2).

Описанная в разделе 1 методика применима для широкого круга задач. Чтобы влияния различных физических факторов не накладывались друг на друга, в дальнейшем изложении ограничимся рассмотрением течения несжимаемого флюида ( $\rho = \text{const}$ ) в недеформируемом пласте ( $m = \text{const}$ ) без учёта силы тяжести. С другой стороны, для чистых перфорационных каналов  $k_t \gg k_f$ , в этом случае можно считать, что давление в перфорационном канале совпадает с давлением в скважине  $P_h$  ( $P_t = \text{const} = P_h$ ), т. е. в данном приближении влиянием течения в канале пренебрегается. В итоге вместо (1) и (2) получаем одно эллиптическое уравнение для давления

$$\operatorname{div} \left[ \frac{1}{\mu} K_f \nabla P \right] = \delta(pt) C_t (P - P_h).$$

Для построения системы конечно-разностных алгебраических уравнений используется интегро-интерполяционный метод [21]. Уравнение задачи интегрируется по ячейке

$$\Omega_{i,j,k} = \{(r, z, \varphi) | r_{i-1/2} \leq r \leq r_{i+1/2}, z_{j-1/2} \leq z \leq z_{j+1/2}, \varphi_{k-1/2} \leq \varphi \leq \varphi_{k+1/2}\}.$$

Получающиеся интегралы вычисляются с помощью формулы Гаусса — Остроградского. В результате интегрирование по ячейке главных членов уравнения сводится к интегрированию по её границе:  $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6$ . При интегрировании правой части уравнения используется теорема о среднем

$$\iiint_{\Omega_{i,j,k}} g d\omega = g(r_i, z_j, \varphi_k) \operatorname{mes}(\Omega_{i,j,k}).$$

С помощью этой же теоремы вычисляются и интегралы по границам ячеек, например

$$\iint_{S_1} f ds = f(r_{i+1/2}, z_j, \varphi_k) \operatorname{mes}(S_1).$$

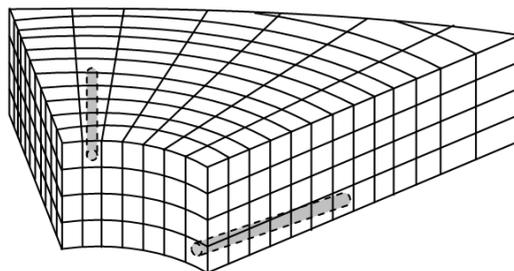


Рис. 2. Сетка, используемая для расчётов в программе ВНІРМ

Далее частные производные от давления в центрах площадок  $S_{1-6}$  по соответствующим внешним нормальям аппроксимируются центральными разностями через неизвестные значения давления в центрах блоков. Коэффициенты диагонального тензора  $K_f = \text{diag}(k_r, k_\varphi, k_z)$  со значениями в дробных узлах вычисляются как среднее гармоническое от значений в целых узлах. В данном подходе перфорационный канал представляет собой спицу, имеющую нулевую трёхмерную меру. Его влияние на течение учитывается правой частью уравнения баланса массы и аппроксимацией коэффициентов проницаемости содержащих этот канал разностных блоков  $k_r^t, k_\varphi^t, k_z^t$

$$k_r^t = s^* k_{ch} + (1 - s^*) k_r, \quad k_\varphi^t = GA(k_{ch}, k_\varphi, h(\Delta\xi), d_c), \quad k_z^t = GA(k_{cv}, k_z, h(\Delta z), d_c),$$

$$s^* = s_c / (s_b - s_t), \quad s_c = \pi r_c^2, \quad s_t = \pi r_t^2, \quad s_b = \Delta z \Delta \xi, \quad h(\Delta z) = 0.5 \Delta z - r_c,$$

$$GA(k_{cv}, k_z, h(\Delta z), d_c) = \frac{k_{cv} k_z (h(\Delta z) + d_c)}{k_{cv} h(\Delta z) + k_z d_c}.$$

В результате для определения сеточной функции давления в пористой среде получается семидиагональная система линейных алгебраических уравнений вида

$$\begin{aligned} c_{i-1,j,k} P_{i-1,j,k} + c_{i,j-1,k} P_{i,j-1,k} + c_{i,j,k-1} P_{i,j,k-1} + c_{i,j,k} P_{i,j,k} + \\ + c_{i+1,j,k} P_{i+1,j,k} + c_{i,j+1,k} P_{i,j+1,k} + c_{i,j,k+1} P_{i,j,k+1} = d_{i,j,k}. \end{aligned}$$

Оптимизация расчётного алгоритма в значительной степени определяется эффективностью решения алгебраических уравнений. Для выбора наиболее эффективного метода были проведены систематические тестовые расчёты с применением шести различных методов [22]: DSS — прямого обращения матрицы, FGMRES — минимальных невязок, SOR — верхней релаксации, CG — сопряжённых градиентов, MG — многосеточного и PCG — сопряжённых градиентов с предобуславливателем в виде симметричного варианта SOR. В расчётах использовались сетка из  $51 \times 51 \times 66 = 171\,666$  расчётных блоков и один перфорационный канал. Для многосеточного метода (MG) наименее плотная сетка имела  $17 \times 17 \times 22 = 6358$  блоков.

В приложениях для оценки работы системы перфорационных каналов используется коэффициент продуктивности  $Pr$  — отношение расчётного притока  $Q_T$  в перфорированную скважину к теоретическому притоку в не обсаженную скважину  $Q_0$ , получаемый по формуле Дюшои [1]

$$Pr = \frac{Q_T}{Q_0}, \quad Q_T = \sum_{i=1}^n \int_{r_w}^{R_t} Q_i(r) dr, \quad Q_0 = \frac{2\pi H k_r}{\mu} \frac{|P_e - P_h|}{\ln(r_e/r_w)},$$

где  $n$  — число перфорационных каналов на периоде,  $R_t$  — координата конца перфорационного канала,  $Q_i = Q_t$  для  $i$ -го канала. Полученные результаты по количеству итераций  $M$ , времени расчёта одного варианта  $T_1$ , коэффициенту продуктивности перфорационной системы  $Pr$  и дисбалансу массы  $\Delta$  приведены в таблице. Анализ представленных данных показывает, что наиболее экономичным является метод сопряжённых градиентов с предобуславливателем в виде симметричного варианта метода верхней релаксации (PCG), который в 5 раз быстрее ближайшего MG.

## Сопоставление методов решения системы алгебраических уравнений

Метод	$T_1$ , с	$M$	$Pr$	$\Delta$ , %
DSS	321	—	0.46	0.00
FGMRES	5583	56881	0.46	0.06
SOR	61	8304	0.46	1.09
CG	35	2715	0.46	0.01
MG (SOR + CG)	24	2741 + 790	0.46	0.46
PCG	5	237	0.46	0.10

## 2.1. Чувствительность решения к параметрам сетки

Чувствительность алгоритма к параметрам сетки — ещё один её критический элемент. Для выявления этой чувствительности была проведена серия численных экспериментов с изменяющимся количеством узлов по каждому направлению. Ниже представлены полученные данные для следующей задачи. Рассматривается один перфорационный канал цилиндрической формы длиной 50.8 см, диаметром 1.27 см, расположенный в центре пласта толщиной 243.84 см с проницаемостью 100 мД ( $1.01325 \cdot 10^{-13} \text{ м}^2$ ). Радиус скважины 8.89 см, радиус влияния скважины 254 см. Фильтруется жидкость с вязкостью 1 сП (1 мПа·с), плотностью 1000 кг/м<sup>3</sup> при перепаде давления 1.379 МПа. Базовая сетка состоит из  $n_z \times n_\varphi \times n_r = 96 \times 24 \times 52$  (всего 119 808) узлов, где  $n_z$ ,  $n_\varphi$  и  $n_r$  — общее количество расчётных узлов вдоль осей  $z$ ,  $\varphi$  и  $r$  соответственно. Возле стенки скважины она представляется криволинейными кубическими блоками со стороной около 2.5 см, а при удалении от скважины с каждым шагом по оси  $r$  происходит увеличение сторон блоков вдоль осей  $\varphi$  и  $r$ . На рис. 3 показано поведение относительной погрешности, определяемой по правилу Рунге на последовательности вложенных сеток. Пусть  $u_h$ ,  $u_{2h}$  и  $u_{4h}$  — решения, полученные на последовательности сеток (которые в данных вычислениях измельчаются только в одном фиксированном направлении),  $u$  — точное решение. Тогда погрешность вычисляется по формуле

$$\Delta \equiv 100 \% |u - u_h|/|u| \approx \delta_h^2/|\delta_h - \delta_{2h}|, \quad \delta_h = u_h - u_{2h}.$$

Из представленных на рис. 3 данных следует, что сетка  $50 \times 10 \times 50$  даёт погрешность менее 5 %, что достаточно при решении практических задач.

На рис. 4 показано поведение времени работы процессора в зависимости от числа расчётных узлов. Наибольшая чувствительность времени расчёта наблюдается к числу узлов по угловой координате, однако погрешность решения при росте числа угловых

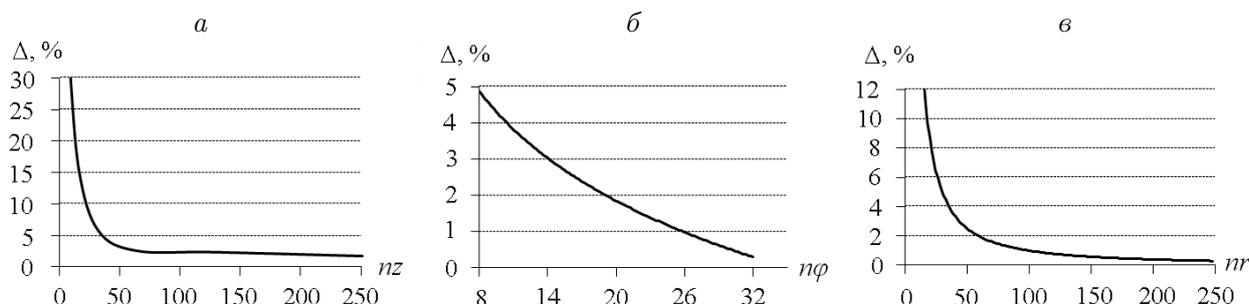


Рис. 3. Относительная погрешность притока ( $Q_T$ ), рассчитанного по решениям на последовательности сеток

узлов очень быстро убывает (см. рис. 3, в). Вместе с тем в задачах с очень сильной анизотропией следует проявлять известную осторожность в выборе соотношения шагов сетки.

Сократить количество расчётных блоков по радиальной координате помогает использование условия излучения [23]. Применительно к рассматриваемой задаче граничное условие на цилиндрической поверхности с координатой  $r_k < r_e$  представимо в виде

$$P + \ln(r_e/r) \frac{\partial P}{\partial r} \Big|_{r=r_k} = 0.$$

Оно заменяет более простое граничное условие Дирихле при  $r = r_e$ , однако при этом задача решается в меньшей области. Данное граничное условие реализовано с первым порядком аппроксимации.

На рис. 5 приведены результаты использования условия излучения в зависимости от радиуса влияния скважины  $r_e$ . В представленных данных  $r_k = 10r_w$ , а  $r_e$  изменяется в широком диапазоне. Максимальная разница в расчётах основных характеристик перфорационной системы (расхода, коэффициента продуктивности, скин-фактора) при применении условия излучения по сравнению с условием Дирихле составляет 2%, в то же время по времени расчёта использование условия излучения даёт существенный выигрыш (рис. 5, а). При увеличении радиуса влияния скважины с применением условия

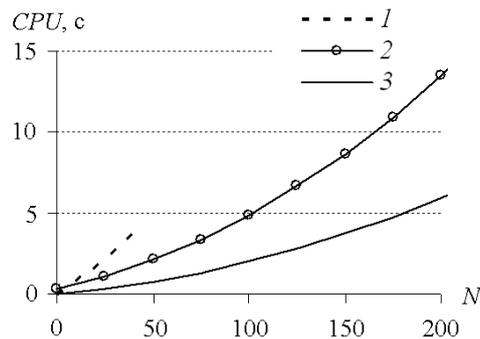


Рис. 4. Изменение расчётного времени с ростом числа узлов по координатам: 1 —  $N = n\varphi$ , 2 —  $N = nr$ , 3 —  $N = nz$

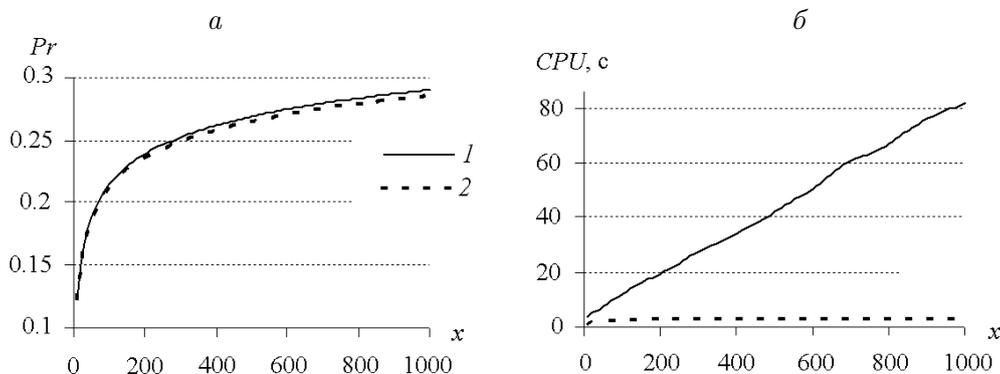


Рис. 5. Коэффициент продуктивности (а) и время расчёта варианта (б) в зависимости от радиуса влияния скважины: 1 — при использовании условия Дирихле, 2 — при использовании условия излучения,  $x = r_e/r_w$

Дирихле время расчёта одного варианта растёт практически линейно, а при применении условия излучения — почти не меняется.

### 3. Сопоставление результатов расчёта по программе ВНІРМ с данными, полученными с помощью пакета ANSYS FLUENT

Корректность работы программы проверена сравнением с базой данных, полученной с помощью пакета ANSYS FLUENT [16]. Расхождение по суммарному притоку через систему перфорационных каналов  $Q_T$  во всех случаях составило менее 5%. В частности, на рис. 6 приведено сравнение расчётов коэффициента продуктивности для спиральной системы из четырех перфорационных каналов при изменении радиуса  $r_t$  и длины  $l_t$  канала по программе ВНІРМ (описанный алгоритм) с результатами моделирования с использованием ANSYS FLUENT [16]. Длина канала изменялась в диапазоне 10–80 см.

На рис. 7 на примерах расчёта зависимости коэффициента продуктивности от расстояния между каналами и отношения длины перфорированной зоны к длине зоны внедрения бурового раствора приводится сравнение работы двух программ. Здесь  $l_i$  — длина зоны внедрения бурового раствора,  $sp$  — расстояние между осями перфорационных каналов вдоль оси скважины. Зона внедрения реализована в виде цилиндрической области вокруг скважины с проницаемостью в 10 раз меньше пластовой. Из рис. 7

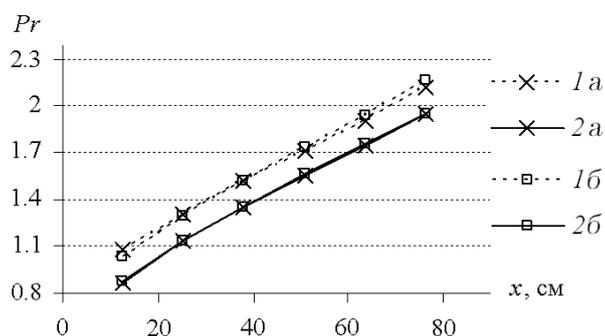


Рис. 6. Зависимость коэффициента продуктивности  $Pr$  от длины канала ( $x = l_t$ ) различного радиуса ( $r_t$ ): 1 —  $r_t = 1.27$  см, 2 —  $r_t = 0.254$  см; а — ВНІРМ, б — ANSYS

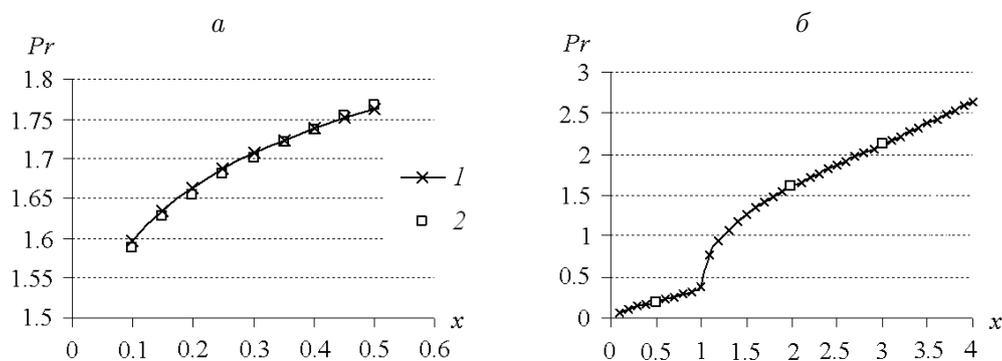


Рис. 7. Зависимость коэффициента продуктивности  $Pr$  от диаметра перфорационного канала (а,  $x = 2r_t/sp$ ) и длины перфорационного канала при учёте стационарной зоны внедрения бурового раствора (б,  $x = l_t/l_i$ ): 1 — ВНІРМ, 2 — ANSYS

хорошо видно изменение поведения продуктивности в зависимости от пробивания каналом зоны внедрения. Погрешность при расчёте продуктивности в данных сериях не превышает 1.5 %.

## Заключение

Результаты численных экспериментов показали, что разработанный алгоритм даёт по коэффициенту продуктивности сопоставимые с ANSYS FLUENT результаты и при этом существенно (до двух порядков) выигрывает во времени расчёта одного варианта, что на прямых задачах позволяет решать вопросы оптимального управления перфорационными системами.

Скорость работы алгоритма повышена за счёт использования комбинации приближённых и усреднённых моделей и методов, адаптированных к конкретной задаче. Существенный выигрыш во времени расчёта даёт применение метода конечных разностей вместо метода конечных элементов (матрицы алгебраических систем уравнений становятся более разрежёнными) и использование для решения системы линейных алгебраических уравнений итерационного алгоритма с предобуславливателем, подобранным к данной задаче. Усреднённое описание притока в канал позволило существенно уменьшить количество расчётных узлов.

Авторы признательны безвременно ушедшему из жизни А.А. Кашеварову за обсуждение постановки рассматриваемой задачи и методов её решения.

## Список литературы

- [1] Булатов А.И., Макаренко П.П., Будников В.Ф., Басарыгин Ю.М. Теория и практика заканчивания скважин. В 5 т. / Под ред. А.И. Булатова. М.: Недра, 1998. Т. 5. 375 с.
- [2] HARRIS M.H. The effect of perforating on well productivity // J. of Petroleum Technology. 1966. Vol. 18, No. 4. P. 518–528.
- [3] HONG K.C. The productivity of perforated completions in formations with or without damage // Ibid. 1975. Vol. 27, No. 8. P. 1027–1038.
- [4] DOGULU Y.S. Modeling of well productivity in perforated completions // SPE Eastern Regional Meeting. Pittsburgh. Pennsylvania, 1998. P. 109–118.
- [5] KLOTZ J.A., KRUEGER R.F., PYE D.S. Effect of perforation damage on well productivity // J. of Petroleum Technology. 1974. Vol. 26, No. 11. P. 1303–1314.
- [6] MCDOWELL J.M., MUSKAT M. The effect on well productivity of formation penetration beyond perforated casing // Petroleum Trans. AIME. 1950. Vol. 189. P. 309–312.
- [7] ЩУРОВ В.И. Технология и техника добычи нефти. М.: Недра, 1983. 510 с.
- [8] LOCKE S. An advanced method for predicting the productivity ratio of a perforated well // J. of Petroleum Technology. 1981. Vol. 33, No. 12. P. 2481–2488.
- [9] TARIQ S.M. Evaluation of flow characteristics of perforations including nonlinear effects with the finite-element method // SPE Production Eng. 1987. Vol. 2, No. 2. P. 104–112.
- [10] ANSAH J., PROETT M.A., SOLIMAN M.Y. A New 3D finite-element wellbore inflow model for optimizing performance of perforated completions // Intern. Symp. and Exhibition on Formation Damage Control. Lafayette, 2002. P. 1–11.

- [11] KARAKAS M., TARIQ S.M. Semianalytical productivity models for perforated completions // SPE Production Eng. 1991. Vol. 6, No. 1. P. 73–82.
- [12] BELL W.T., SUKUP R.A., TARIQ S.M. Perforating. Richardson, TX.: Henry L. Doherty Memorial Fund of AIME. Society of Petroleum Eng., 1995. 102 p.
- [13] YILDIZ T. Assessment of total skin factor in perforated wells // SPE Reservoir Evaluation & Eng. 2006. Vol. 9, No. 1. P. 61–76.
- [14] SPAN, User Guide. Version 8.0. Schlumberger Reservoir Completions Center, Rosharon, TX, 2008.
- [15] WEM (Well Evaluation Model). P.E. Moseley & Associates, Houston, TX.
- [16] SUN D., LI B., GLADKIKH M., SATTI R., EVANS R. Comparison of skin factors for perforated completions calculated with computational fluid dynamics software and a semi-analytical model // SPE Europ. Formation Damage Conf. Noordwijk, 2011. P. 1–15.
- [17] BROOKS J.E. Simple method for estimating well productivity // Ibid. The Hague, 1997. P. 57–64.
- [18] СОХОШКО С.К. Развитие теории фильтрации к пологим и горизонтальным газовым и нефтяным скважинам и её применение для решения прикладных задач: Дис. ... д-ра техн. наук. Тюмень: ТюмГНГУ, 2008. 212 с.
- [19] PEASEMAN D.W. Interpretation of well-block pressures in numerical reservoir simulation with nonsquare grid blocks and anisotropic permeability // SPE J. 1983. Vol. 23, No. 3. P. 531–543.
- [20] АНТОНЦЕВ С.Н., ЕПИХОВ Г.П., КАШЕВАРОВ А.А. Системное математическое моделирование процессов водообмена. Новосибирск: Наука, 1986. 216 с.
- [21] САМАРСКИЙ А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1977. 656 с.
- [22] SAAD Y. Iterative Methods for Sparse Linear Systems. Philadelphia: SIAM, 2003. 528 p.
- [23] ИЛЬГАМОВ М.А., ГИЛЬМАНОВ А.Н. Неотражающие условия на границах расчётной области. М.: Физматлит, 2003. 240 с.

*Поступила в редакцию 14 августа 2012 г.,  
с доработки — 6 декабря 2012 г.*