

Моделирование динамики нестационарного обтекания затупленных тел на больших интервалах по времени

В. И. Пинчуков

Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск, Россия

e-mail: pinchvi@ict.nsc.ru

Исследуются течения сжимаемого газа, предположительно имеющие, согласно предлагаемому механизму автоколебаний, нестационарный характер. Численно моделируются неоднородные течения возле конических тел, затупленных по сфере, а именно, течения со спутной дозвуковой изобарической струей и со встречной сверхзвуковой струей, истекающей из лобовой поверхности. Как тестовые рассмотрены известные автоколебательные течения, возникающие при натекании сверхзвукой недорасширенной струи на плоскость и втекании струи в полость. Двумерные уравнения Рейнольдса, дополненные алгебраической моделью турбулентной вязкости, решаются неявной схемой Рунге — Кутты третьего порядка. В неоднородных течениях возле затупленных конусов обнаружены автоколебания, значительно различающиеся по амплитуде и характеру.

Ключевые слова: автоколебательные течения, уравнения Рейнольдса, методы высокого разрешения, схемы Рунге — Кутты.

Введение

В работах [1–3] методами математического моделирования обнаружены новые автоколебательные течения. В частности, изучено нестационарное обтекание затупленных конусов неоднородным потоком, состоящим из основной сверхзвуковой части и дозвуковой изобарической струи, соосной с конусом. В [3] рассматриваются также автоколебательные течения возле цилиндров со сферическим затуплением, из которого навстречу натекающему сверхзвуковому однородному потоку испускается сверхзвуковая струя. Установленные в [3] нестационарные режимы обтекания цилиндров имеют относительно небольшую интенсивность колебаний — порядка 3–5 % по плотности в точке сопряжения сферической и цилиндрической частей. Дальнейшие исследования, представляемые в настоящей работе, привели к обнаружению более интенсивных колебаний.

Поиск новых автоколебательных течений в [1–3] проводился в рамках гипотезы об автоколебаниях, возникающих в результате резонансных взаимодействий активных, т. е. усиливающих поступающие возмущения, элементов потока друг с другом. В качестве одного из таких активных элементов рассматривается, во-первых, контактный разрыв, в силу неустойчивости Кельвина — Гельмгольца обладающий свойством усиления поступающих на него возмущений. Принципиально новый момент предлагаемого механизма автоколебаний — причисление к активным элементам точки пересечения двух ударных волн или ударной волны и контактного разрыва [4]. Следует отметить, что существуют работы, в которых изучаются как возможность управления малыми воздействиями перехода между маховским и регулярным отражениями ударной волны от плоскости,

так и эффекты гистерезиса в данной задаче. Эта возможность управления и наличие эффектов гистерезиса означают высокую чувствительность течения в окрестности конфигураций пересекающихся разрывов к внешним возмущениям, а следовательно, функционирование их как усилителей возмущений.

Таким образом, если два активных элемента находятся в пределах досягаемости друг от друга (в частности, разделены дозвуковой зоной), то каждый из них усиливает поступающие на него возмущения, источник которых безразличен, далее излучает их по разным направлениям, в том числе и на другой активный элемент, который также их усиливает и возвращает на исходный. В результате, если усиленное и возвращённое возмущение не находится в противофазе с испускаемым этим активным элементом в текущий момент времени, то может возникнуть эффект резонанса, который приводит к появлению автоколебаний. Поскольку рассматриваются два типа активных элементов, теоретически возможны следующие резонансные взаимодействия: 1 — точка пересечения (разрывов) с точкой пересечения, 2 — точка пересечения с контактными разрывом, 3 — контактный разрыв с контактными разрывом. В настоящей работе исследуются течения, в которых присутствуют названные выше активные элементы, и проводится оценка роли различных типов их взаимодействий.

В литературе описаны разные гипотетические схемы автоколебаний. Так, опубликованные причины автоколебаний, приведённые в [6], выглядят следующим образом: 1 — возбуждение собственных частот резонатора, 2 — специфические свойства набегающего потока, 3 — возникновение петли обратной связи с передачей акустических возмущений по окружающему струю пространству. Эти механизмы сформулированы в весьма общем виде и допускают различные конкретизации. Представляется, что механизм автоколебаний, предложенный в [1–4] и развиваемый в настоящей работе, может рассматриваться как одна из версий механизма, приведённого ниже. Конкретизация заключается в формулировке обратной связи как эффекта взаимодействия активных, т. е. усиливающих возмущения, элементов течения.

Следует отметить, что предлагаемая схема автоколебаний не является универсальной. Например, имеются нестационарные режимы расходного типа, в частности, при трансзвуковом обтекании крыла [7]. Кроме того, в классе течений сжимаемого газа существуют аналоги нестационарных течений несжимаемой жидкости, например, поперечного обтекания цилиндра с образованием дорожки Кармана [8]. Механизм автоколебаний в этих течениях связан с нестационарностью положения точки отрыва потока от поверхности и неединственностью решения уравнений Эйлера при наличии контактных разрывов.

Численные результаты свидетельствуют о том, что наличие указанных выше элементов механизма автоколебаний не гарантирует нестационарный характер течения и может приводить к реализации как автоколебательных, так и стационарных, но с большим временем стационарирования, режимов. Поэтому представленные здесь численные исследования проводятся для больших интервалов по времени.

1. Постановка задачи и численный метод её решения

При моделировании автоколебательных течений используется спектр подходов, основанных как на уравнениях Эйлера, так и на уравнениях вязкого газа с дифференциальными и алгебраическими моделями турбулентности (см. обзор в [9]). Однако при поиске новых нестационарных течений применение уравнений Эйлера сопряжено с про-

блемами, возникающими при проверке сходимости численных решений по числу узлов сетки. Дело в том, что ввиду неустойчивости Кельвина — Гельмгольца, имеющей место на контактных разрывах, рассматриваемые задачи некорректны. Подходы с использованием турбулентной вязкости, которая является регуляризатором, позволяют добиться сходимости по сетке. Если в расчётах ранее исследованных экспериментально нестационарных течений можно применять известные данные для верификации получаемых результатов, то при поиске новых автоколебательных течений сходимость по сетке является важнейшим и практически единственным критерием достоверности численных результатов. Поэтому в данной работе используются уравнения Рейнольдса, дополненные алгебраической моделью турбулентной вязкости типа модели Себечи — Смита [4]. Масштаб длины в ней определяется по толщине локального сдвигового слоя, причём, поскольку алгебраические формулы дают приемлемые результаты лишь для пульсаций локального характера, данный масштаб ограничивается некоторой малой длиной. Технически этот подход близок к алгебраическим версиям подхода LES (Large Eddy Simulation, см., например, [9]), однако принципиально важным отличием его является фиксированная совокупность масштабов возмущений, включённых в турбулентную вязкость. В результате турбулентная вязкость, а значит и толщина контактного разрыва (точнее, сдвигового слоя в данном случае), при вариации сетки стабильны. В алгебраических версиях LES [9] в качестве масштаба используется размер сеточной ячейки, что позволяет при измельчении сетки описать все более мелкие пульсации, однако препятствует проверке сходимости по числу узлов сетки, поскольку при изменении этого числа меняется и турбулентная вязкость.

Таким образом, вычислительный алгоритм должен обеспечить хорошее разрешение контактных разрывов (иначе говоря, их структура должна определяться турбулентной, а не схемной вязкостью). Следует отметить, в численных расчётах схемное размазывание контактных разрывов может значительно превышать таковое ударных волн, что объясняется воздействием на ударные волны эффекта градиентной катастрофы, в силу чего их профили становятся круче, в то время как для контактных разрывов данный эффект не имеет места и воздействие схемной вязкости накапливается. Для противодействия этому целесообразно применение методов высоких порядков. В настоящей работе для численного интегрирования по времени определяющих уравнений используется неявная консервативная схема Рунге — Кутты [10, 11] третьего порядка по времени и четвёртого порядка по пространственным переменным (вязкие слагаемые аппроксимируются со вторым порядком).

Проиллюстрируем основные моменты применяемой схемы в случае нулевой вязкости при использовании декартовой системы координат и выключенных алгоритмах адаптации. Рассмотрим двумерную систему уравнений газовой динамики

$$\partial f / \partial t = -\partial G / \partial x - \partial H / \partial y. \quad (1)$$

Введём обозначения: $\delta_x^\pm f = \pm f(x \pm \Delta x, y) \mp f(x, y)$, $\delta_y^\pm f = \pm f(x, y \pm \Delta y) \mp f(x, y)$, $\Delta_x^\pm = \delta_x^\pm / \Delta x$, $\Delta_y^\pm = \delta_y^\pm / \Delta y$, $\Delta^0 = (\Delta^+ + \Delta^-) / 2$. С помощью этих операторов уравнение (1) в рамках метода прямых можно с четвёртым порядком аппроксимации записать в виде системы ОДУ

$$df / dt = F = -\Delta_x^0 (1 - \delta_x^- \delta_x^+ / 6) G - \Delta_y^0 (1 - \delta_y^- \delta_y^+ / 6) H. \quad (2)$$

Промежуточная нефакторизованная форма данной схемы имеет следующее центрирование по времени:

$$[1 - \tau b_1(A_x \Delta_x^0 + A_y \Delta_y^0) + \tau^2 d_1 L_2 + \varphi \tau^4 L_4](f^* - f^k)/\tau = F(f^k), \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & (1 - d_2 \tau^2 L_2 + \varphi \tau^4 L_4)(f^{k+1} - f^k)/\tau + \tau d_2 L_2(f^* - f^k) = \\ & = (1 - b_2)F(f^k) + b_2 F(f^{**}), \quad f^{**} = f^k(1 - b_1) + f^* b_1, \end{aligned} \quad (4)$$

где $A_x = DG/Df$, $A_y = DH/Df$ — матрицы Якоби; $a_x = |u| + c$, $a_y = |v| + c$ — спектральные радиусы этих матриц; $L_2 = \Delta_x^- a_x^2 \Delta_x^+ + \Delta_y^- a_y^2 \Delta_y^+$; $L_4 = \Delta_x^- a_x^4 \Delta_x^+ \Delta_x^- \Delta_x^+ + \Delta_y^- a_y^4 \Delta_y^+ \Delta_y^- \Delta_y^+$.

Стабилизирующий оператор факторизуется по пространственным переменным и обрабатывается с помощью пятиточечной прогонки. Абсолютно устойчивой схеме третьего порядка соответствуют параметры

$$d_1 = -1/8, \quad d_2 = 1/8, \quad \varphi = 1/1032, \quad (5)$$

$$b_1 = 1/3, \quad b_2 = 3/4. \quad (6)$$

В расчётах использовалась также неявная схема первого порядка, которая получается при подстановке параметров

$$b_1 = 1, \quad b_2 = 1. \quad (7)$$

Остальные параметры вычисляются по формулам (5). Следует отметить, что для схемы третьего порядка второй шаг (4) схемы (3)–(4) необходим для удовлетворения условий как устойчивости, так и аппроксимации; кроме того, этот шаг восстанавливает консервативность схемы, так как его стабилизирующий оператор в отличие от оператора уравнения (3) имеет дивергентную форму. Для схемы первого порядка данный шаг используется лишь с целью восстановления консервативности. Центрирование вязких слагаемых для обеих версий схем осуществляется по весовым формулам с равными весами на новом и известном временных слоях.

Как указывалось выше, турбулентная вязкость является важной компонентой алгоритма. Для её расчёта используется алгебраическая модель типа модели Себечи — Смита. Вычисление вязкости начинается с определения слоев смешения, что производится на основе расчёта завихренности. Текущая точка принадлежит слою смешения, если

$$wS = \Sigma(u_l \Delta r_l) \geq \epsilon \Sigma_l |u_l| |\Delta r_l|,$$

где w — завихренность; S — площадь четырёх элементарных ячеек разностной сетки, прилегающих к данному узлу сетки; Σ — знак суммирования по сторонам ячеек; u_l — вектор скорости в узлах сетки; Δr_l — векторы, соединяющие соседние узлы сетки; ϵ — малая константа, для которой принято значение $3/N$, N — число узлов по одной из пространственных переменных (максимальное из двух возможных). Сумма слева приближённо представляет циркуляцию скорости по контуру четырёхугольника. Для расчётов внутри слоя смешения, как и в модели Себечи — Смита, используется формула

Прандтля $\mu = |w| \rho z^2$, где ρ — плотность, z — масштаб длины, который рассчитывается, как и в модели Себечи — Смита, по формуле Кармана $z = 0.4L$, а также по формулам, полученным из этой формулы:

$$z = 0.4d(x - (x/1.5)^3/2), \text{ если } x \leq 1.5, \quad z = 0.4d, \text{ если } x > 1.5, \quad x = L/d.$$

Здесь L — расстояние от текущей точки до границы слоя смешения, d — параметр-ограничитель. В работах [1–3] $z = 0.4 \min(L, d)$. Приведённые выше формулы описывают более гладкий (непрерывная первая производная) ограничитель, что более корректно, хотя результаты при этом меняются незначительно. Функция-ограничитель оставляет в турбулентной вязкости лишь коротковолновые пульсации. Данная вязкость автоматически срабатывает в сдвиговых слоях и гасит мелкомасштабные компоненты сеточного решения, сохраняя рост остальных, обусловленный неустойчивостью контактного разрыва (сдвигового слоя в случае использования методов сквозного счета, как это имеет место в настоящей работе). Все расчёты были проведены при значении ограничителя $d = r/60$, где r — радиус затупления обтекаемых тел.

На границах расчётной области используются следующие соотношения:

- а) на лобовой поверхности конуса, соответствующей истекающей струе, все параметры заданы;
- б) на остальной поверхности конуса — условие непротекания и экстраполяционные соотношения для давления, плотности и касательной компоненты скорости;
- в) на границе, совпадающей с осью симметрии, — равенство нулю радиальной компоненты скорости и экстраполяционные соотношения для других параметров;
- г) на подветренной части внешней границы — экстраполяционные соотношения, дополненные на дозвуковой части этой границы перевычислением давления по формуле, осуществляющей комбинирование экстраполированного давления и некоторого постоянного давления, в качестве которого используется давление, усреднённое по дозвуковой части границы;
- д) наконец, на наветренной части внешней границы все параметры задаются.

В численные расчёты входят безразмерные величины. В качестве безразмеривающих параметров используются: для плотности — ρ_∞ — плотность невозмущенного потока, для давления — P_∞ , для скорости — $\sqrt{P_\infty/\rho_\infty}$, для пространственных переменных — r — радиус затупления обтекаемых тел, для времени — $r/\sqrt{P_\infty/\rho_\infty}$. Установление обычных течений требует интегрирования определяющих уравнений на протяжении нескольких единиц безразмерного времени. Далее приводится динамика течений на протяжении десятков и сотен единиц. Это связано с весьма медленным определением структуры потока, характерным для автоколебательных течений.

2. Два классических автоколебательных течения

Пульсационное течение, возникающее при натекании сверхзвуковой недорасширенной струи на преграду с плоской передней поверхностью, хорошо изучено экспериментально и, с одной стороны, может служить в качестве тестового для верификации численного алгоритма, с другой — хорошо иллюстрирует работу предлагаемого механизма автоколебаний. На рис. 1, а изображено распределение плотности в задаче о взаимодействии струи с плоскостью, расположенной в правой части рисунка. Вертикальной линией слева соответствует твердая поверхность, в которой внизу имеется выход осесимметричного

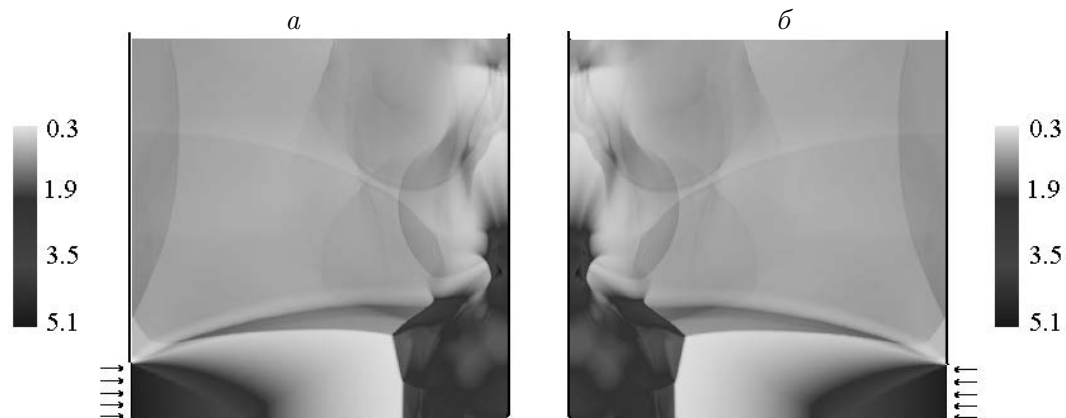


Рис. 1. Распределение плотности при натекании струи на плоскость: *a* — исходное, *б* — симметричное течение

сопла. При определении параметров истекающей из него струи предполагается, что температура струи на оси на выходе из сопла равна температуре среды, в которую она истекает. Параметры потока на срезе сопла находятся из решения одномерной задачи о течении от точечного источника, сводящегося к решению алгебраического уравнения. Более детально постановка граничных условий в данной задаче изложена в [4].

Рисунок 1, *a* является типичным для данного класса течений и может иллюстрировать работу предлагаемого механизма автоколебаний. Следует отметить, что в течении имеются разрывы и соответственно порождаемые ими “активные” элементы — точки их пересечения и контактные разрывы, взаимодействие которых может вызывать, согласно рассматриваемому механизму, автоколебания. Во-первых, это скачок, формируемый при торможении струи перед плоскостью (см. в правой части рис. 1, *a*). Далее струя ограничивается контактным разрывом, которому соответствует верхняя граница полосы повышенной плотности, отделяющей струю от окружающей среды. Кроме того, к центральной части струи уходит ударная волна, которой соответствует нижняя граница этой полосы. Таким образом, имеются две точки пересечения ударной волны торможения с граничными контактным разрывом и ударной волной. Затем ударная волна торможения может отражаться от оси симметрии в виде маховской λ -конфигурации, которой соответствует небольшой излом скачка торможения, видимый на рис. 1, *a*, и которая также представляет собой точку пересечения разрывов (в ряде расчётных вариантов данный излом отсутствует). Добавим к этому возможность образования небольшой циркуляционной зоны между ударной волной торможения и твёрдой поверхностью, на которую натекает струя. Такая циркуляционная зона наблюдалась в ряде экспериментов [12] и имеется в некоторых расчётных вариантах данной работы, однако отсутствует в рассматриваемом течении. Наконец, отметим, что если рассмотреть струю с идентичными параметрами, но натекающую на плоскость справа налево (соответствующее течение см. на рис. 1, *б*) и сблизить два потока до соприкосновения, то разделяющую их поверхность можно убрать, при этом каждая часть течения не изменится. Иначе говоря, число “активных” элементов можно умножить на два.

Таким образом, течения, одно из которых рассматривается здесь, содержат до трёх точек пересечения разрывов и до двух контактных разрывов, а с учётом эффекта отражения их количество удваивается, т. е. в данной задаче имеется ансамбль “активных” элементов и большое количество возможных взаимодействий между ними. Последнее

объясняет наличие нестационарного режима натекания струи на плоскость в соответствии с исследуемым механизмом автоколебаний. Исчезновение в ряде вариантов некоторых из этих элементов в принципе может объяснить понижение интенсивности автоколебаний и даже наличие “зон молчания” [12], однако данные явления требуют более детальных исследований.

Для верификации численного алгоритма сравним экспериментальное и численное значения частоты основной моды автоколебаний. Изображенное на рис. 1, *a* течение характеризуется параметрами $M_{jet} = 2.098$ (число Маха на срезе сопла), $n = 4.785$ (нерасчётность струи), $\kappa = 1.4$ (показатель адиабаты), $h = 6.95r_{jet}$ (h — расстояние от стенки до выходного сечения сопла, r_{jet} — радиус этого сечения). Согласно экспериментальным данным [13], этот вариант соответствует области с активными автоколебаниями, т. е. расположен вне “зон молчания”. Частотный спектр включает ярко выраженные пики, первый из которых находится на частоте 9.033 кГц. Для оценки динамических характеристик рассчитываемого течения рассмотрим график плотности в точке торможения $y = 0$ на плоскости (рис. 2). На графике имеются шесть пиков, отмеченных стрелками. Среднее расстояние между ними T , вычисляемое как размер временного интервала между крайними пиками (приблизительно 11.2), деленный на 5 — число интервалов между пиками, равно 2.24. Переходя к размерному временному периоду, вычисляя соответствующую частоту по формуле $\omega = \sqrt{p_\infty/\rho_\infty}/(r_{jet} \cdot T)$ и принимая в качестве параметров обезразмеривания величины $\rho_\infty = 1.29 \text{ кг/м}^3$, $p_\infty = 98066 \text{ кг/(м} \cdot \text{с}^2)$, соответствующие нормальным условиям среды, и радиус сопла $r_{jet} = 0.015 \text{ м}$, получаем частоту, равную 8.206 кГц. Сравнение с экспериментальным значением 9.033 кГц даёт представление о точности проводимых расчётов, выполненных на сетке с количеством узлов 696×463 . В работе [4] расчёт данного течения проведён на сетке с меньшим количеством узлов — 546×363 , при этом получено значение частоты 8.041 кГц.

Для иллюстрации предлагаемого механизма автоколебаний рассмотрим также течение, возникающее при втекании струи в цилиндрическую полость. На рис. 3 показано распределение плотности для следующих входных параметров: число Маха струи (вытекает из сопла слева) $M_{jet} = 2$, нерасчётность $n = 1.5$, температура струи равна температуре окружающей атмосферы. Радиус струи составляет 70% от радиуса r цилиндрической полости, длина полости равна ее радиусу r . Срез сопла расположен на расстоянии $h = 6.1r$ от передней кромки полости. Используются сетки, содержащие 826×440 узлов, — несколько больше, чем в работе [4] — 586×316 . Лево́й границе

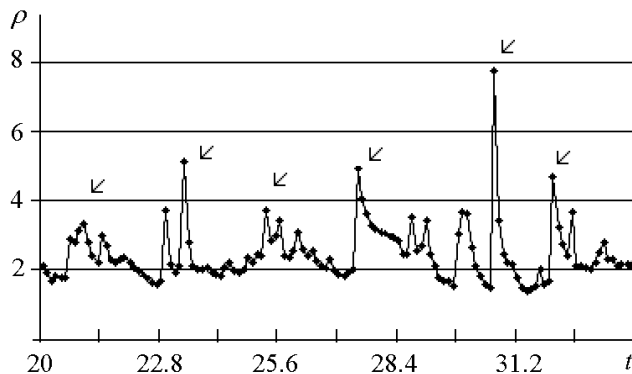


Рис. 2. Динамика плотности в точке торможения при натекании струи на плоскость

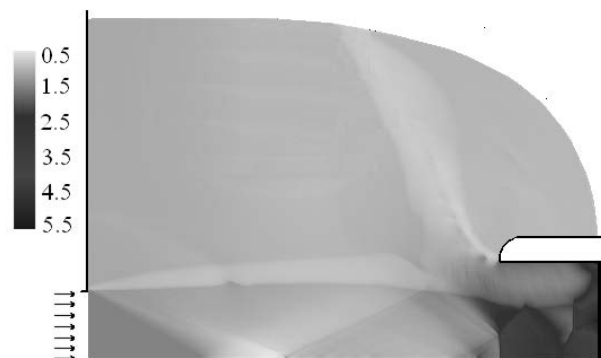


Рис. 3. Распределение плотности при втекании струи в полость

на рис. 3 соответствует твёрдая стенка, в которой имеется выход осесимметричного цилиндрического сопла. Постановка граничных условий дана в [4].

На рис. 3 видна ударная волна торможения, сформированная возле среза полости. Она отражается от оси симметрии с образованием маховской λ -конфигурации, соответствующей излому этой волны и содержащей первую точку пересечения скачков. Вторая точка образована пересечением контактного разрыва, отделяющего струю от окружающей среды, и ударной волны торможения. Указанные точки пересечения и контактный разрыв представляют собой “активные” элементы, взаимодействие которых друг с другом в соответствии с предлагаемым механизмом вызывает автоколебания. В процессах взаимодействия могут также участвовать возмущения, отражённые от стенок полости, причём ввиду вогнутости стенок цилиндра работает эффект фокусировки этих возмущений. Таким образом, течение, образующееся при втекании сверхзвуковой недорасширенной струи в полость, имеет все необходимые элементы для образования пульсаций.

3. Автоколебательное обтекание тел, испускающих струю из лобовой поверхности

В работе [3] описаны автоколебательные течения, имеющие место при натекании однородного потока на затупленный по сфере конус с истекающей из лобовой поверхности радиальной сверхзвуковой струей. При столкновении сверхзвукового внешнего потока и истекающей струи формируются две ударные волны, одна из которых имеет точку пересечения с контактным разрывом, отделяющим струю от окружающей среды. Эта точка пересечения играет роль усилителя возмущений, порождаемых контактным разрывом. В качестве примера на рис. 4 изображены изолинии плотности в случае натекания однородного потока с числом Маха $M_\infty = 2$ на затупленный по сфере цилиндр с истекающей конической сверхзвуковой струей от точечного источника, расположенного в центре сферы. Угол полураствора струи $\alpha_{jet} = \arcsin(2/3)$, число Маха на поверхности сферы $M_{jet} = 4.5$, давление струи $P_{jet} = 0.23254 P_\infty$, плотность струи $\rho_{jet} = 0.46455 \rho_\infty$. Имеются две ударные волны — первая внешняя (слева) и вторая — ближе к сферическому затуплению, протяжённый контактный разрыв между ними (отмечен на рис. 4 стрелкой 1) и разрыв, отходящий от затупления и соответствующий границе струи. Точка пересечения скачка с контактным разрывом, играющая роль усилителя возмущений, генерируемых каким-либо из двух контактным разрывом или ими обоими, показана стрелкой 2.

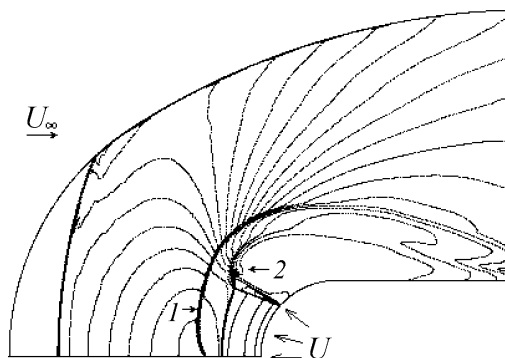


Рис. 4. Изолинии плотности при обтекании цилиндра с истекающей встречной струей

Результаты исследования сходимости численного решения на последовательности сеток для этого варианта приведены в работе [3]. Амплитуда колебаний плотности в точке сопряжения сферической и цилиндрической частей обтекаемого тела составляет около 4%. В серии расчётов установлено, что при уменьшении чисел Маха струи ($1 < M_{jet} < 3.5$) амплитуда колебаний плотности становится еще меньше и не превышает около 3% от усредненной плотности. В этих расчётах при изменении числа Маха давление и плотность струи пересчитывались так, чтобы были неизменны комплексы $P_{jet} + w_{jet}^2 \rho_{jet} = const$, $w_{jet} \rho_{jet} = const$, где w_{jet} — скорость струи на поверхности сферы. В результате в серии рассмотренных вариантов структура течений и расположение скачков и контактных разрывов были приблизительно одинаковыми.

В дальнейших исследованиях [5] найдены варианты, в которых имеется хвостовой скачок, а следовательно, и точки пересечения его с двумя контактными разрывами, отмеченными выше. Таким образом, в совокупности с точкой пересечения возле лобовой поверхности имеются три точки пересечения. На рис. 5, *a* изображены изолинии плотности для одного из таких вариантов, который определялся следующими входными параметрами: число Маха внешнего потока $M_\infty = 2$, число Маха струи на поверхности сферы $M_{jet} = 4.5$, давление струи $P_{jet} = 0.23254 P_\infty$, плотность струи $\rho_{jet} = 0.46455 \rho_\infty$, угол полураствора струи $\alpha_{jet} = \arcsin(1/3)$. Из рисунка видно, что примерно от точки сопряжения сферического закругления и цилиндрической части отходит хвостовой скачок. В результате появления дополнительных точек пересечения ударной волны и контактных разрывов образуются настолько интенсивные автоколебания, что последние генерируют ударные волны, распространяющиеся от закругления к головному скачку, где сливаются с ним.

Данное течение просчитано как по схеме третьего порядка (эти результаты обсуждались выше), так и по схеме первого порядка. На рис. 5, *б* приведена динамика плотности в точке сопряжения сферической и цилиндрической частей, полученная на основе двух версий схем. Результаты демонстрируют согласие обоих случаев, при этом наблюдается тенденция сглаживания выбросов плотности для схемы первого порядка, что, представляется, является следствием низкого порядка схемы. Тот факт, что колебания малой амплитуды на фоне более крупных пульсаций не носят характера схемных эффектов, подтверждается расчётами на последовательности сеток в работе [3].

Наличие хвостового скачка обеспечивает большую интенсивность автоколебаний также и возле конических затупленных тел с истекающей встречной струей. На рис. 6, *a*

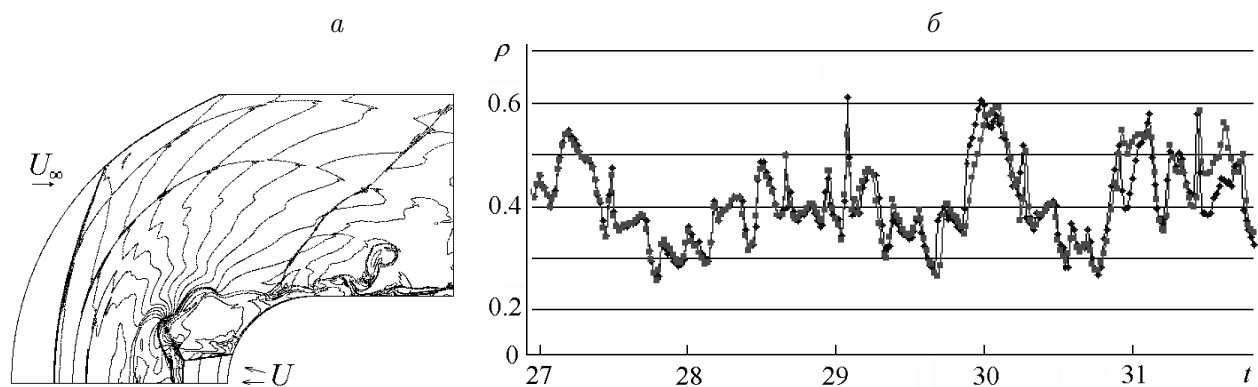


Рис. 5. Изолинии плотности (*a*) и динамика плотности (*б*) при обтекании конуса с истекающей встречной струей; ■ — схема первого порядка, ◆ — схема третьего порядка

показана динамика давления в точке сопряжения сферы и конуса. Угол полураствора конуса $\alpha_{\text{кон}} = 22.5^\circ$, угол полураствора струи $\alpha_{\text{jet}} = \arcsin(1/3)$. Параметры струи на поверхности сферы следующие: число Маха $M_{\text{jet}} = 4.5$, давление $P_{\text{jet}} = 0.23254 P_\infty$, плотность $\rho_{\text{jet}} = 0.46455 \rho_\infty$. Этот вариант также характеризуется генерацией ударных волн, распространяющихся в направлении от тела к головной ударной волне, где оба типа волн сливаются. Данное течение просчитано на последовательности сеток 327×363 , 490×544 , 653×725 и 870×970 . На рис. 6, *a* приведена динамика давления в точке сопряжения сферической и конической частей для двух последних сеток, которая демонстрирует неплохое согласие обоих случаев. Результаты для двух более грубых сеток существенно отличаются от приведённых и здесь опущены. Как уже упоминалось, для автоколебательных течений характерно весьма медленное установление структуры потока. Поэтому данный вариант просчитан на существенно большем, чем на рис. 6, *a*, интервале по времени, динамика плотности для которого приведена на рис. 6, *б*. Тенденция к затуханию автоколебаний в этом случае не просматривается.

Таким образом, появление хвостовой ударной волны (см. рис. 5, *a*), т. е. двух дополнительных точек пересечения двух контактных разрывов с этой ударной волной, означает наличие двух дополнительных усилителей возмущений, что приводит к формированию автоколебаний большой амплитуды. Важно отметить, что эти дополнительные и исходный усилители разделены дозвуковой зоной, т. е. сигналы от каждого из них

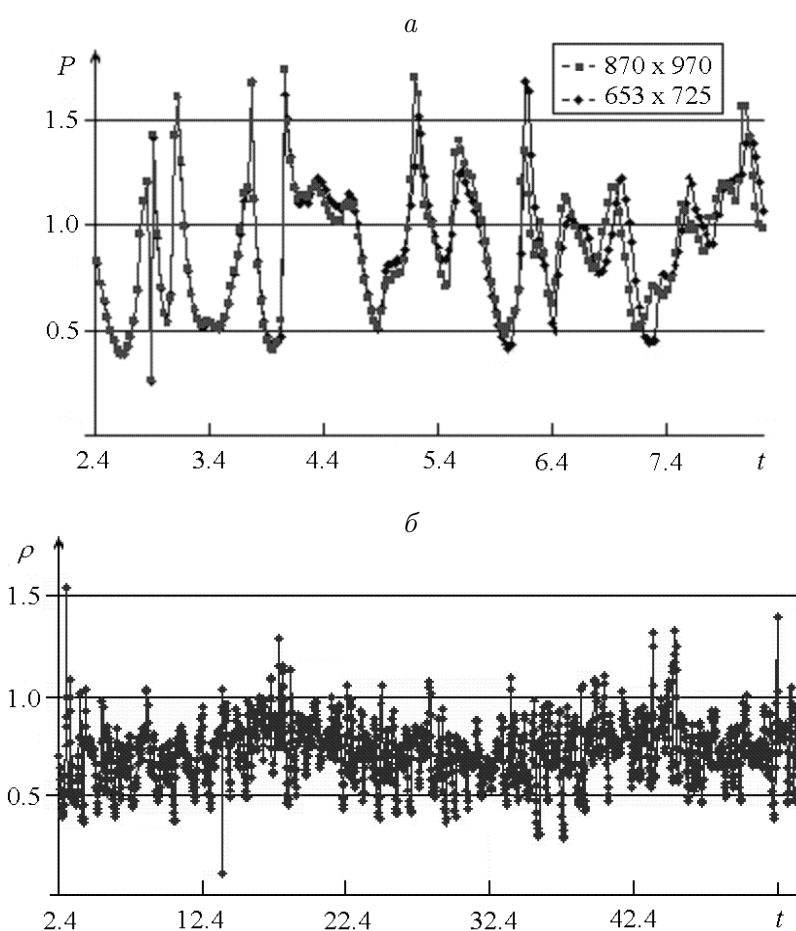


Рис. 6. Динамика давления (*a*) и плотности (*б*) для расширенного интервала по времени при обтекании конуса с истекающей встречной струей

могут достигать другого. В результате возникает ситуация, когда возмущения, поступающие от контактных разрывов, усиливаются не одним усилителем, а тремя. При этом, поскольку усилители могут влиять друг на друга, то, если возмущение от одного из них поступает на другой, усиливается, преобразуется и возвращается на исходный не в противофазе, то появляется эффект резонанса. Поскольку неустойчивый контактный разрыв генерирует континуум волн возмущений, можно полагать, что для какой-либо волны условия резонанса будут выполнены. Эффект резонанса и приводит к значительному росту интенсивности автоколебаний.

4. Нестационарное обтекание затупленных тел неоднородным потоком

В исследованиях обтекания затупленных тел сверхзвуковым потоком, содержащим дозвуковую спутную струю, случай двух точек пересечения разрывов обнаружить не удалось. Ввиду того, что поверхность рассматриваемых тел является выпуклой, отражение возмущений от неё приводит лишь к эффекту рассеивания и, по-видимому, существенной роли в поддержании автоколебаний не играет. Поэтому значительные автоколебания, отмеченные на начальном, однако достаточно длительном, этапе течения [1–3], как правило, постепенно затухают.

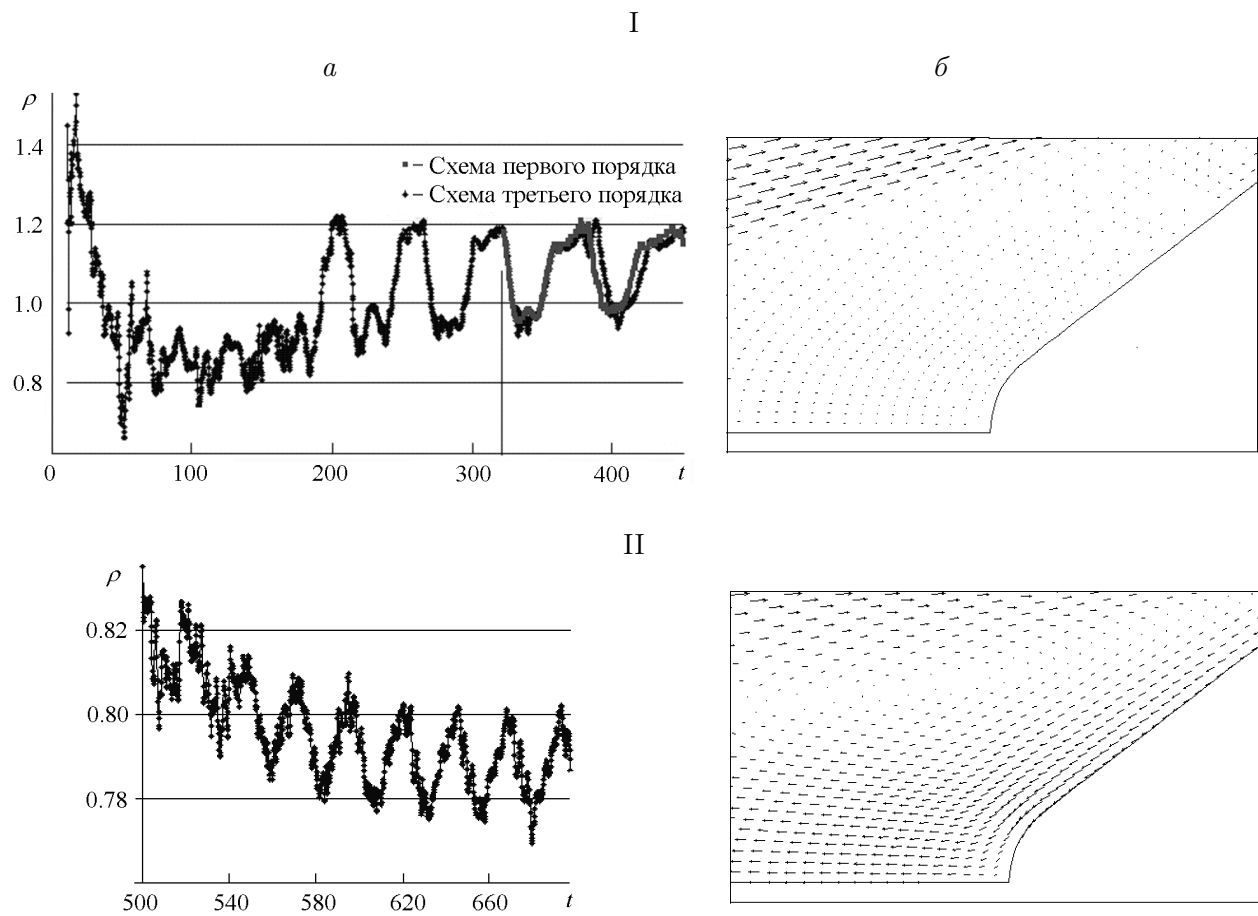


Рис. 7. Динамика плотности (*a*) и векторы скорости (*б*) при обтекании конуса неоднородным потоком; I — $r_{jet}/r_{con} = 7/6$, II — $r_{jet}/r_{con} = 5/6$

В качестве примера интенсивной динамики на длительном первом этапе развития одного из течений на рис. 7, I, *a* показана динамика плотности в точке пересечения конуса с плоскостью, проходящей через центр окружности, по которой затуплена носовая часть конуса. Числа Маха основного потока M_∞ и струи M_{jet} равны 2 и 0.9. Отношение радиуса струи к радиусу затупления конуса принято равным $r_{jet}/r_{con} = 7/6$, отношение плотности струи к плотности потока $\rho_{jet}/\rho_\infty = 0.8$, сетка содержит 490×544 узлов. Начиная от момента времени, отмеченного на графике вертикальной чертой, расчёт дублирован с использованием схемы первого порядка. Значительные колебания плотности (см. рис. 7, I, *a*) связаны с возвратно-поступательным движением циркуляционной зоны вдоль поверхности конуса. Однако постепенно, очень медленно, как видно по размеру изображённого на рис. 7, *a* временного интервала (напомним, установление обычного течения требует нескольких единиц), завихренность в циркуляционной зоне вначале падает и затем исчезает, а вместе с этим исчезают и автоколебания. Рисунок 7, *б*, на котором приведены векторы скорости в каждом десятом по обоим пространственным переменным узле сетки, т. е. в каждом сотом узле, иллюстрирует характер установившегося течения

Представляет интерес режим обтекания, который реализуется, если в описанном выше варианте изменить только один параметр, а именно, уменьшить радиус струи и задать $r_{jet}/r_{con} = 5/6$. На рис. 7, II, *a* показана динамика плотности в точке торможения на лобовой поверхности конуса, на рис. 7, II, *б* приведены векторы скорости в каждом десятом по обоим пространственным переменным узле, т. е. в каждом сотом узле. В данном случае устанавливается течение с циркуляционной зоной, расположенной возле лобовой поверхности конуса. На рис. 7, II, *a* видны слабые пульсации, объясняемые, согласно развиваемому механизму автоколебаний, взаимодействием контактный разрыв — точка пересечения, (пересечения хвостового скачка с границей струи). Однако при дальнейшем развитии течения хвостовой скачок ослабевает и исчезает, а вместе с ним исчезают и автоколебания. Эта изменчивость режимов характерна для исследуемых течений.

Заключение

Полученные численные результаты позволяют предположить, что автоколебания могут возникать в результате резонансных взаимодействий “активных” элементов — контактных разрывов — и точек пересечения скачков (или точек пересечения скачка с контактным разрывом). Из трёх теоретически возможных типов взаимодействия: 1 — точка пересечения (разрывов) с точкой пересечения, 2 — точка пересечения с контактным разрывом, 3 — контактный разрыв с контактным разрывом, в расчётных течениях представлены в принципе все, однако, как правило, в смешанном виде. Первый тип взаимодействия представлен как в классических автоколебательных течениях, так и в найденных нестационарных течениях возле затупленных тел с истекающей встречной струей. Поскольку в течениях возле затупленных тел только появление дополнительных точек пересечения приводит к резкому росту интенсивности автоколебаний, представляется вероятным, что высокоамплитудные автоколебания обусловлены первым типом взаимодействия. Для точной оценки второго и третьего типов взаимодействий представленных расчётных данных недостаточно, однако, по-видимому, они могут порождать автоколебания лишь относительно малой амплитуды.

Список литературы

- [1] Пинчуков В.И. Численное моделирование автоколебаний и поиск новых автоколебательных решений // Материалы VIII Междунар. конф. NPNJ-2010. М.: МАИ-ПРИНТ, 2010. С. 226–229.
- [2] Пинчуков В.И. О численном исследовании автоколебательного обтекания затупленных конусов неоднородным потоком // Вычисл. технологии. 2011. Т. 16, № 3. С. 64–70.
- [3] Пинчуков В.И. Моделирование автоколебаний и поиск новых автоколебательных течений // Матем. моделирование. 2011. Т. 23, № 8. С. 97–109.
- [4] Пинчуков В.И. Численное моделирование нестационарных течений с переходными режимами // Журн. вычисл. математики и матем. физики. 2009. Т. 49, № 10. С. 1865–1873.
- [5] Пинчуков В.И. Численный поиск нестационарных течений с большими амплитудами автоколебаний // Материалы VIII Междунар. конф. NPNJ-2012. М.: МАИ-ПРИНТ, 2012. С. 176–178.
- [6] Бочарова О.В., Лебедев М.Г. Моделирование нестационарного взаимодействия звуковой струи с преградой // Матем. моделирование. 2007. Т. 19, № 8. С. 31–36.
- [7] Кузьмин А.Г. Автоколебания и бифуркации течения при трансзвуковом обтекании простых аэродинамических профилей // Прикл. механика и техн. физика. 2008. Т. 49, № 6. С. 37–44.
- [8] Крайко А.Н., Пьянков К.С. Течения идеального газа с отрывными зонами и нестационарными контактными разрывами сложной формы // Механика жидкости и газа. 2006. № 5. С. 41–54.
- [9] Волков К.Н. Взаимодействие круглой турбулентной струи с плоской преградой // Прикл. механика и техн. физика. 2007. Т. 48, № 1. С. 55–67.
- [10] Пинчуков В.И. О численном моделировании нестационарных течений на больших интервалах по времени с использованием неявных схем высоких порядков // Матем. моделирование. 2004. Т. 16, № 8. С. 59–69.
- [11] Пинчуков В.И. О численном решении уравнений вязкого газа неявной схемой Рунге — Кутты третьего порядка // Журн. вычисл. математики и матем. физики. 2002. Т. 42, № 6. С. 896–904.
- [12] Горшков Г.Ф., Усков В.Н. Особенности автоколебаний, возникающих при обтекании ограниченной преграды сверхзвуковой недорасширенной струей // Прикл. механика и техн. физика. 1999. Т. 40, № 4. С. 143–149.
- [13] Адрианов А.Л., Безруков А.А., Гапоненко Ю.А. Численное исследование взаимодействия сверхзвуковой струи газа с плоской преградой // Там же. 2000. Т. 41, № 4. С. 106–111.

*Поступила в редакцию 11 мая 2012 г.,
с доработки — 27 ноября 2012 г.*