ПРИМЕНЕНИЕ ENO-СХЕМЫ (ESSENTIALLY NONOSCILLATORY) ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕЧЕНИЯ МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ ГАЗОВОЙ СМЕСИ

А. О. Бекетаева, А. Ж. Найманова
Институт математики Министерства образования и науки, Алматы, Казахстан
e-mail: ked@math.kz

This paper addresses a numerical investigation of the plane supersonic turbulent multi-component flow with the perpendicular injection of a hydrogen from the slots located symmetrically on the lower and the upper walls of a channel. For the mathematical modeling of such flows the full Navier — Stokes equation for multi-component flow fields were used. On the basis of the ENO-scheme the computational code has been developed. We study the influence of the Mach number on the length of separation region and the penetration depth of a hydrogen jet into a supersonic air crossflow.

Введение

Обтекание струй сверхзвуковым потоком исследовано в основном экспериментально, при этом многие закономерности, такие как образование системы скачков уплотнения, отрывных зон в области вдува струи, изучены качественно [1]. В теоретических работах по моделированию такого рода течений в основном исследуется одноатомный газ и практически отсутствуют исследования влияния на схему течения таких важных с практической точки зрения параметров, как число Маха, степень нерасчетности, ширина щели. Так, например, в работе [2] рассмотрен поперечный вдув струи в сверхзвуковой поток, изучено влияние различных моделей турбулентности на характеристики течения. В [3] для аналогичной задачи используется адаптированная сетка. В работах по исследованию многокомпонентного газа (например, в [4, 5]) для решения уравнений Навье — Стокса применены традиционные разностные методы, где для обеспечения устойчивости используется искусственная вязкость. На сегодняшний день для решения уравнений Навье — Стокса применяются квазимонотонные консервативные схемы повышенного порядка аппроксимации без введения искусственных диссипативных членов, такие как TVD-схемы (Total Variation Diminution Schemes) [2]. При этом их основной недостаток состоит в том, что в окрестности разрыва решения порядок точности понижается до первого, в результате скачки уплотнения, возникающие в течении,

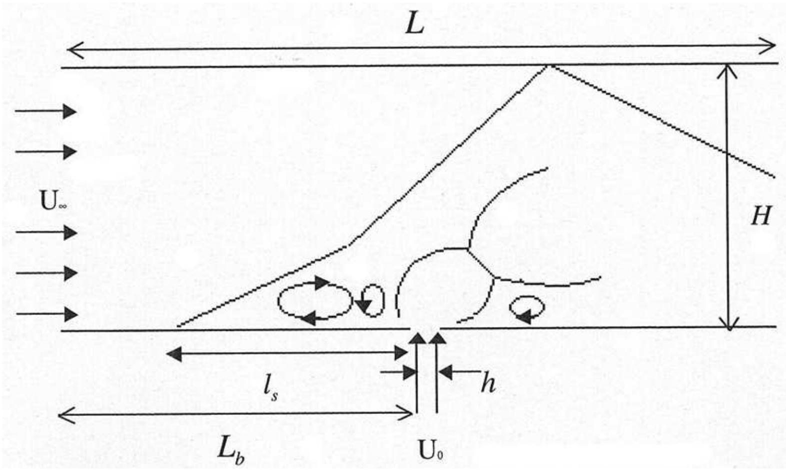

Рис. 1. Схема течения

могут быть сильно размазаны. Один из способов решения этой проблемы — использование конечно-разностных схем высокого порядка точности, таких как ENO-схемы (Essentially Nonoscillatory Schemes) [6–8].

В настоящей работе на основе разработанной методики решения уравнений Навье — Стокса для течения многокомпонентной газовой смеси численно моделируется плоское сверхзвуковое турбулентное течение воздуха при наличии поперечного вдува водорода со стенок канала. При исследовании для удобства вычисления рассматривается вдув струи с нижней стенки. Схема течения показана на рис. 1. Изучается влияние числа Маха потока на длину отрывной зоны и дальнобойность вдуваемой водородной струи.

1. Постановка задачи

Исходной является система двумерных осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье — Стокса для многокомпонентного газа, записанная в безразмерной форме в общепринятых обозначениях:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t}+\frac{\partial(\mathbf{E}-\mathbf{E}_v)}{\partial x}+\frac{\partial(\mathbf{F}-\mathbf{F}_v)}{\partial z}=0, \tag{1}$$

$$\mathbf{U}=(\rho,\quad \rho u,\quad \rho w,\quad E_t,\quad \rho Y_k)^T,$$

$$\mathbf{E}=\left(\rho u,\quad \rho u^2+p,\quad \rho u w,\quad (E_t+p)\,u,\quad \rho u Y_k\right)^T,$$

$$\mathbf{F}=\left(\rho w,\quad \rho u w,\quad \rho w^2+p,\quad (E_t+p)\,w,\quad \rho w Y_k\right)^T,$$

$$\mathbf{E}_v=(0,\quad \tau_{xx},\quad \tau_{xz},\quad u\tau_{xx}+u\tau_{xz}-q_x,\quad J_{kx})^T,$$

$$\mathbf{F}_v=(0,\quad \tau_{xz},\quad \tau_{zz},\quad w\tau_{xz}+w\tau_{zz}-q_z,\quad J_{kz})^T;$$

$$p=\frac{\rho T}{\gamma_\infty M_\infty^2}\left(\sum_{k=1}^{N}\frac{Y_k}{W_k}\right),\quad \sum_{k=1}^{N}Y_k=1; \tag{2}$$

$$E_t=\frac{\rho}{\gamma_\infty M_\infty^2}\sum_{k=1}^{N}Y_k h_k\ -\ p+\frac{1}{2}\rho\left(u^2+w^2\right),\quad h_k=h_k^0+\int\limits_{T_0}^{T}c_{pk}dT,\quad c_{pk}=C_{pk}/W. \tag{3}$$

Здесь молярные удельные теплоемкости C_{pk} определяются по экспериментальным данным при помощи полиномиальной интерполяции четвертого порядка по температуре; численные значения эмпирических констант a_{jk} приведены в таблице JANAF [9]; Y_k — массовая концентрация k-й компоненты, $k = 1, \dots, N$, где N — число компонентов смеси газов; τ_{xx}, τ_{zz}, $\tau_{xz} = \tau_{zx}$ — тензоры вязких напряжений (для определения турбулентной вязкости используется модель Болдуина — Ломакса); q_x, q_z и J_{xk}, J_{zk} — тепловые и диффузионные потоки (диффузионные потоки вычисляются по закону Фика [10]).

В качестве определяющих параметров при обезразмеривании приняты параметры на входе $(u_\infty, \rho_\infty, T_\infty)$, давление и полная энергия отнесены к значению $\rho_\infty u_\infty^2$, удельная энтальпия отнесена к $R^0 T_\infty / W_\infty$, молярные удельные теплоемкости — к R^0, характерным параметром длины является ширина щели.

На входе задаются следующие параметры потока:

$$W_k = W_{k\infty}, \quad p = p_\infty, \quad T = T_\infty, \quad u = M_\infty \sqrt{\frac{\gamma_\infty R_0 T_\infty}{W_\infty}},$$

$$w = 0, \quad Y_k = Y_{k\infty}, \quad x = 0, 0 \le z \le H;$$

во входном сечении вблизи стенки задается пограничный слой, продольная составляющая скорости u аппроксимируется степенным законом.

На щели предполагается:

$$W_k = W_{k0}, \quad p = np_\infty, \quad T = T_0, \quad w = M_0 \sqrt{\frac{\gamma_0 R_0 T_0}{W_0}},$$

$$u = 0, \quad Y_k = Y_{k0}, \quad z = 0, \quad z = 0, L_b \le x \le L_b + h.$$

Здесь $n = p_0/p_\infty$ — степень нерасчетности, p_0 — давление в струе, p_∞ — давление в потоке. На нижней стенке задается условие прилипания и теплоизоляции, на верхней границе — условие симметрии; на выходной границе задаются условия неотражения [11].

2. Метод решения

Система уравнений (1) решается численно, при этом аппроксимация конвективных слагаемых производится на основе ENO-схемы третьего порядка точности. Способ построения этой схемы будет показан на примере одномерного невязкого случая, который обобщается на двумерный случай. Для этого рассматривается следующая задача Коши:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \frac{\partial f(\mathbf{u})}{\partial x} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + A \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} = 0 \quad \mathbf{u}(x, 0) = \mathbf{u}_0, \tag{4}$$

где $A = \dfrac{\partial f(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}}$ — матрица Якоби.

Как известно, при построении схемы Годунова на каждом интервале малой длины h начальные данные функции $\mathbf{u}(x, t_n)$ заменяются кусочно-постоянными, а именно его средними $\mathbf{v}_j^n = \bar{\mathbf{u}} = \dfrac{1}{h} \displaystyle\int_{I_j} \mathbf{u}(x, t_n) dx$, где $I_j = \left[x_{j-1/2}, x_{j+1/2}\right]$. Тогда на стыке каждой пары интервалов возникает задача о распаде произвольного разрыва для малого отрезка по времени $\Delta t = (t^{n+1} - t^n)$. Шаг по времени должен выбираться настолько малым, чтобы решения, полученные для каждых двух соседних стыков, не взаимодействовали. Чтобы совершить следующий шаг по времени, необходимо снова иметь кусочно-постоянные функции. Таким образом, при найденных $\mathbf{v}_j^0 = \bar{\mathbf{u}}_0(x)$ рассматриваемая задача Коши в полосе $t_n \le t < t_{n+1}$ для $\lambda > 0$ примет вид

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \lambda \frac{\partial w}{\partial x} = 0, \quad w(x, t_n) = R(x; w_j^n), \tag{5}$$

тогда

$$w(x,t) = R(x - \lambda t; \bar{w}^n),$$

$$\bar{w}_j^{n+1} = \frac{1}{h} \int\limits_{x_{j-1/2}}^{x_{j+1/2}} R(x - \lambda t; \bar{w}^n) dx, \tag{6}$$

где $\mathbf{w} = R^{-1}\mathbf{v}_h$ — инвариант Римана.

Из (6) следует, что необходимо знание функции $R(\cdot; \bar{w}^n)$. Согласно методу RP [6] примем ее в виде

$$R(x; \bar{w}) = \frac{d}{dx} H_m(x; W),$$

где $H_m(x; W)$ есть кусочно-полиномиальная функция степени m; $W(x)$ — первообразная для функции $w(x)$.

Тогда (6) запишется как

$$\bar{w}_j^{n+1} = \frac{1}{h} \int\limits_{x_{j-1/2}}^{x_{j+1/2}} R\left(x - \lambda t; \bar{w}\right) dx = \frac{1}{h} \left(H_m \left(x_{j+1/2} - \lambda t; W \right) - H_m \left(x_{j-1/2} - \lambda t; W \right) \right). \tag{7}$$

В качестве полинома $H_m(x; W)$ принимается формула Ньютона третьей степени, алгоритм построения которого приведен в работе [8].

Окончательное решение для $\lambda > 0$ и $\lambda < 0$ запишется в виде

$$\begin{gathered}
\bar{w}_j^{n+1} = \bar{w}_j^n - \sigma^+ \Delta_- \bar{w}_j^n - \sigma^+ \Delta_- \left[\frac{1 - \sigma^+}{2} \left(\operatorname{minmod} \left(\Delta_- \bar{w}_j^n, \Delta_+ \bar{w}_j^n \right) \right) + \right. \\
\left. + \left\{ \begin{array}{r} \dfrac{2 - 3\sigma^+ + (\sigma^+)^2}{6} \left(\dot{m} \left(\Delta_- \Delta_- \bar{w}_j^n; \Delta_- \Delta_+ \bar{w}_j^n \right) \right) \text{ если } \left| \Delta_- \bar{w}_j^n \right| \le \left| \Delta_+ \bar{w}_j^n \right| \\ \dfrac{(\sigma^+)^2 - 1}{6} \left(\dot{m} \left(\Delta_- \Delta_+ \bar{w}_j^n; \Delta_+ \Delta_+ \bar{w}_j^n \right) \right) \text{ если } \left| \Delta_- \bar{w}_j^n \right| > \left| \Delta_+ \bar{w}_j^n \right| \end{array} \right. \right] - \\
- \sigma^- \Delta_+ \bar{w}_j^n + \sigma^- \Delta_+ \left[\frac{1 + \sigma^-}{2} \left(\operatorname{minmod} \left(\Delta_- \bar{w}_j^n, \Delta_+ \bar{w}_j^n \right) \right) - \right. \\
\left. - \left\{ \begin{array}{r} \dfrac{(\sigma^-)^2 - 1}{6} \left(\dot{m} \left(\Delta_- \Delta_- \bar{w}_j^n; \Delta_- \Delta_+ \bar{w}_j^n \right) \right) \text{ если } \left| \Delta_- \bar{w}_j^n \right| \le \left| \Delta_+ \bar{w}_j^n \right| \\ \dfrac{2 + 3\sigma^- + (\sigma^-)^2}{6} \left(\dot{m} \left(\Delta_- \Delta_+ \bar{w}_j^n; \Delta_+ \Delta_+ \bar{w}_j^n \right) \right) \text{ если } \left| \Delta_- \bar{w}_j^n \right| > \left| \Delta_+ \bar{w}_j^n \right| \end{array} \right. \right],
\end{gathered} \tag{8}$$

где $\sigma^\pm = \dfrac{\lambda^\pm \tau}{h}$, $\lambda^\pm = \dfrac{\lambda \pm |\lambda|}{2}$, $\Delta + w_j = w_{j+1} - w_j$, $\Delta - w_j = w_j - w_{j-1}$;

$$\dot{m}(a,b) = \begin{cases} a, & \text{если} \quad |a| \le |b|, \\ b, & \text{если} \quad |a| > |b|; \end{cases}$$

$$\operatorname{minmod}(a,b)=\begin{cases} s\min\left(|a|,|b|\right), & \text{если} \quad \operatorname{sgn}(a)=\operatorname{sgn}(b)=s,\\ 0, \quad \text{если иначе.}\end{cases}$$

После осуществления перехода от переменных $\bar{w}^n$ — инвариантов Римана — к переменным v^n схема (8) будет иметь вид

$$\mathbf{v}_j^{n+1}=\mathbf{v}_j^n-\frac{\Delta t}{h}\hat{A}^+_{j-1/2}\Delta_-\mathbf{f}_j^m-\frac{\Delta t}{h}\hat{A}^-_{j+1/2}\Delta_+\mathbf{f}_j^m=0, \tag{9}$$

где f_j^m — модифицированный поток на узловых точках j, состоящий из исходного конвективного вектора $\mathbf{f}_j$ и добавочных членов высокого порядка точности, а именно:

$$\mathbf{f}_j^m=\mathbf{f}_j+\mathbf{E}_j+\mathbf{D}_j,$$

при этом векторы $\mathbf{E}_j$ и $\mathbf{D}_j$ определяются следующим образом:

$$\mathbf{E}_j=\operatorname{minmod}\left(\bar{E}_{j+1/2},\bar{E}_{j-1/2}\right),$$

$$\mathbf{D}_j=\begin{cases} \dot{m}(\Delta_-\hat{D}_{j-1/2},\Delta_+\hat{D}_{j-1/2}), & \text{если} \quad |\Delta_-\mathbf{v}_j|\le|\Delta_+\mathbf{v}_j|\\ \dot{m}(\Delta_-\bar{D}_{j+1/2},\Delta_+\bar{D}_{j+1/2}), & \text{если} \quad |\Delta_-\mathbf{v}_j|>|\Delta_+\mathbf{v}_j|\end{cases} \quad \text{для} \quad \lambda>0,$$

$$\mathbf{D}_j=-\begin{cases} \dot{m}(\Delta_-\bar{D}_{j+1/2},\Delta_+\bar{D}_{j+1/2}), & \text{если} \quad |\Delta_-\mathbf{v}_j|\le|\Delta_+\mathbf{v}_j|\\ \dot{m}(\Delta_-\hat{D}_{j-1/2},\Delta_+\hat{D}_{j-1/2}), & \text{если} \quad |\Delta_-\mathbf{v}_j|>|\Delta_+\mathbf{v}_j|\end{cases} \quad \text{для} \quad \lambda\le 0,$$

где

$$\bar{E}_{j+1/2}=\operatorname{sgn}\left(A_{j+1/2}\right)\left(I-\frac{\tau}{h}\left|A_{j+1/2}\right|\right)\Delta+\mathbf{f}_j/2,$$

$$\bar{D}_{j+1/2}=\operatorname{sgn}\left(A_{j+1/2}\right)\left[\left(\frac{\tau}{h}\left|A_{j+1/2}\right|\right)^2-I\right]\Delta+\mathbf{f}_j/6,$$

$$\hat{D}_{j+1/2}=\operatorname{sgn}(A_{j+1/2})\left[2I-3\frac{\tau}{h}\left|A_{j+1/2}\right|+\left(\frac{\tau}{h}\left|A_{j+1/2}\right|\right)^2\right]\Delta+\mathbf{f}_j/6,$$

$\hat{A}^++\hat{A}^-=I$, $A^\pm=R\Lambda^\pm R^{-1}=R\left(\dfrac{\Lambda\pm|\Lambda|}{2}\right)R^{-1}$; I — единичная матрица, матрицы $\hat{A}^\pm$ рассматриваются как $\hat{A}^\pm=A^\pm/A$.

Из (9) следует, что величина модифицированого потока $\mathbf{f}_j^m$ совпадает с выражением потока, полученным в работе [12] на основе построения решений вдоль характеристических направлений. Аналогично этой работе уравнения (9) можно формально рассматривать как одностороннюю схему с разностями против потока первого порядка аппроксимации для следующего уравнения:

$$\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t}+(\hat{A}^++\hat{A}^-)\frac{\partial\mathbf{f}^m}{\partial x}=0. \tag{10}$$

Для более точного учета течения в областях больших градиентов, т. е. в пограничном слое, вблизи стенки и на уровне щели, вводится сгущение сетки с помощью простых преобразований вида

$$\xi(x)=K+\frac{1}{\tau}\operatorname{arsh}\left[\left(\frac{x}{x_e}-1\right)\operatorname{sh}(\tau K)\right],$$

$$\eta(z)=H\left[(\beta+1)-(\beta-1)\left(\frac{\beta+1}{\beta-1}\right)^{1-\frac{z}{a}}\right]\Bigg/\left[\left(\frac{\beta+1}{\beta-1}\right)^{1-\frac{z}{a}}+1\right],$$

$$K = \frac{1}{2\tau}\ln\left[\left(1+(e^{\tau}-1)\frac{x_c}{L}\right)\Big/\left(1-(e^{\tau}-1)\frac{x_c}{L}\right)\right],$$

где β, τ — коэффициенты сгущения, $\beta, \tau > 1$; a — высота расчетной области в новой системе координат; x_c — точка, относительно которой производится сгущение.

Тогда система уравнений (1) в координатах (ξ, η) примет вид

$$\frac{\partial \tilde{U}}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \tilde{F}}{\partial \eta} = \frac{\partial \tilde{E}_{v2}}{\partial \xi} + \frac{\partial \tilde{E}_{vm}}{\partial \xi} + \frac{\partial \tilde{F}_{v2}}{\partial \eta} + \frac{\partial \tilde{F}_{vm}}{\partial \eta}, \quad (11)$$

где $\tilde{U} = \mathbf{U}/J$, $\tilde{E} = \xi_x \mathbf{E}/J$, $\tilde{F} = \eta_z \mathbf{F}/J$, $\tilde{E}_{v2} = \xi_x \mathbf{E}_{v2}/J$, $\tilde{E}_{vm} = \xi_x \mathbf{E}_{vm}/J$, $F_{v2} = \eta_z \mathbf{F}_{v2}/J$, $\tilde{F}_{vm} = \eta_z \mathbf{F}_{vm}/J$, $J = \partial(\xi, \eta)/\partial(x, z)$ — якобиан преобразования; $E_v = \tilde{E}_{v2} + \tilde{E}_{vm}$ и $\tilde{F}_v = \tilde{F}_{v2} + \tilde{F}_{vm}$ — диффузионные члены, содержащие вторые $(\tilde{E}_{v2}, \tilde{F}_{v2})$ и смешанные производные $(\tilde{E}_{vm}, \tilde{F}_{vm})$.

$$\frac{\partial \tilde{U}}{\partial t} + \left(\hat{A}^{+} + \hat{A}^{-}\right)\frac{\partial \mathbf{E}^{m}}{\partial \xi} + \left(\hat{B}^{+} + \hat{B}^{-}\right)\frac{\partial \mathbf{F}^{m}}{\partial \eta} - \left[\frac{\partial(\tilde{E}_{v2} + \tilde{E}_{vm})}{\partial \xi} + \frac{\partial(\tilde{F}_{v2} + \tilde{F}_{vm})}{\partial \eta}\right] = 0. \quad (12)$$

Здесь модифицированные векторы потоков имеют вид $\mathbf{E}^m = \tilde{E} + \mathbf{E}_\xi + \mathbf{D}_\xi$ и $\mathbf{F}^m = \tilde{F} + \mathbf{E}_\eta + \mathbf{D}_\eta$.

Одношаговая конечно-разностная схема для интегрирования по времени системы (12) будет иметь следующий вид:

$$\Delta\tilde{U}^{n+1} + \Delta t\left[\left(\hat{A}^{+} + \hat{A}^{-}\right)\frac{\partial(\tilde{E}^{n+1} + (\mathbf{E}_\xi + \mathbf{D}_\xi)^n}{\partial \xi} + \left(\hat{B}^{+} + \hat{B}^{-}\right)\frac{\partial(\tilde{F}^{n+1} + (\mathbf{E}_\xi + \mathbf{D}_\xi)^n}{\partial \eta} - \right.$$

$$\left. - \left[\frac{\partial(\tilde{E}_{v2}^{n+1} + \tilde{E}_{vm}^{n})}{\partial \xi} - \frac{\partial(\tilde{F}_{v2}^{n+1} + \tilde{F}_{vm}^{n})}{\partial \eta}\right]\right] = 0. \quad (13)$$

Численное решение осуществляется согласно принципу расщепления методом матричной прогонки [13]. На каждом шаге по времени в системе уравнений (13) конвективные слагаемые линеаризуются с помощью замены их значений с $(n+1)$-го слоя разложениями в ряд Тейлора с известными значениями на предыдущем слое с номером n: $\tilde{E}^{n+1} = \xi_x\ A^n\tilde{U}^{n+1}$, $\tilde{F}^{n+1} = \eta_z\ B^n\tilde{U}^{n+1}$, где $B = {}^{\partial \mathbf{F}}/_{\partial \mathbf{U}}$ — матрица Якоби. После этого они записываются как односторонние схемы с разностями против потока первого порядка аппроксимации аналогично (9). Диффузионные члены аппроксимируются с точностью второго порядка, а смешанные производные — по явной схеме со вторым порядком точности.

3. Анализ результатов

Расчет производился на разнесенной по пространственным координатам сетке размером 201×101 с диапазоном параметров $2 \leq \mathrm{M}_\infty \leq 6$, $2 \leq n \leq 11$. Расчет температуры производился итерационно методом Ньютона — Рафсона.

Для проверки метода численно рассчитывалось течение воздуха ($\mathrm{M}_\infty = 3.75$, $T_\infty = 478$ K) с перпендикулярным вдувом звуковой струи воздуха ($\mathrm{M}_0 = 1$, $n = 10.29$) через щель шириной 0.1 см. На рис. 2 представлено распределение давления на стенке.

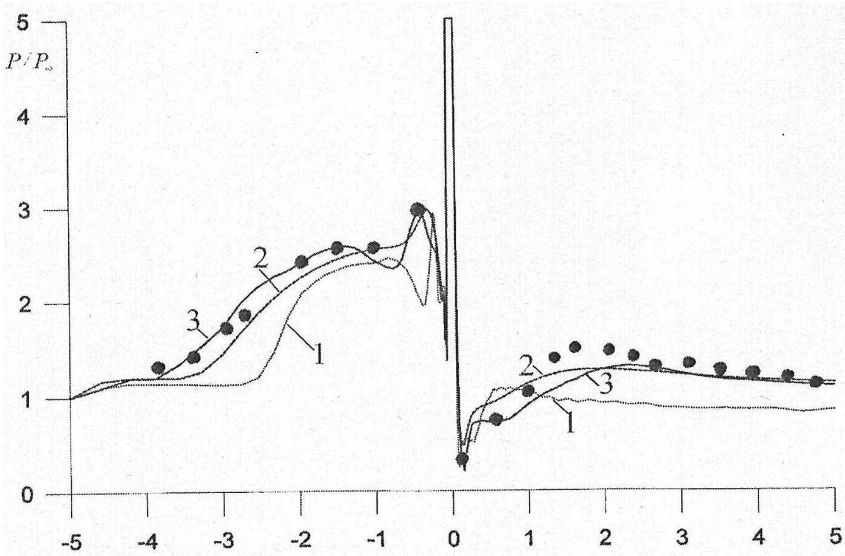

Рис. 2. Распределение давления на стенке: ●●● — экспериментальные данные [14]; кривые *1–3* — соответственно для схем Бима — Уорминга, Лакса — Фридрихса, ENO-схемы

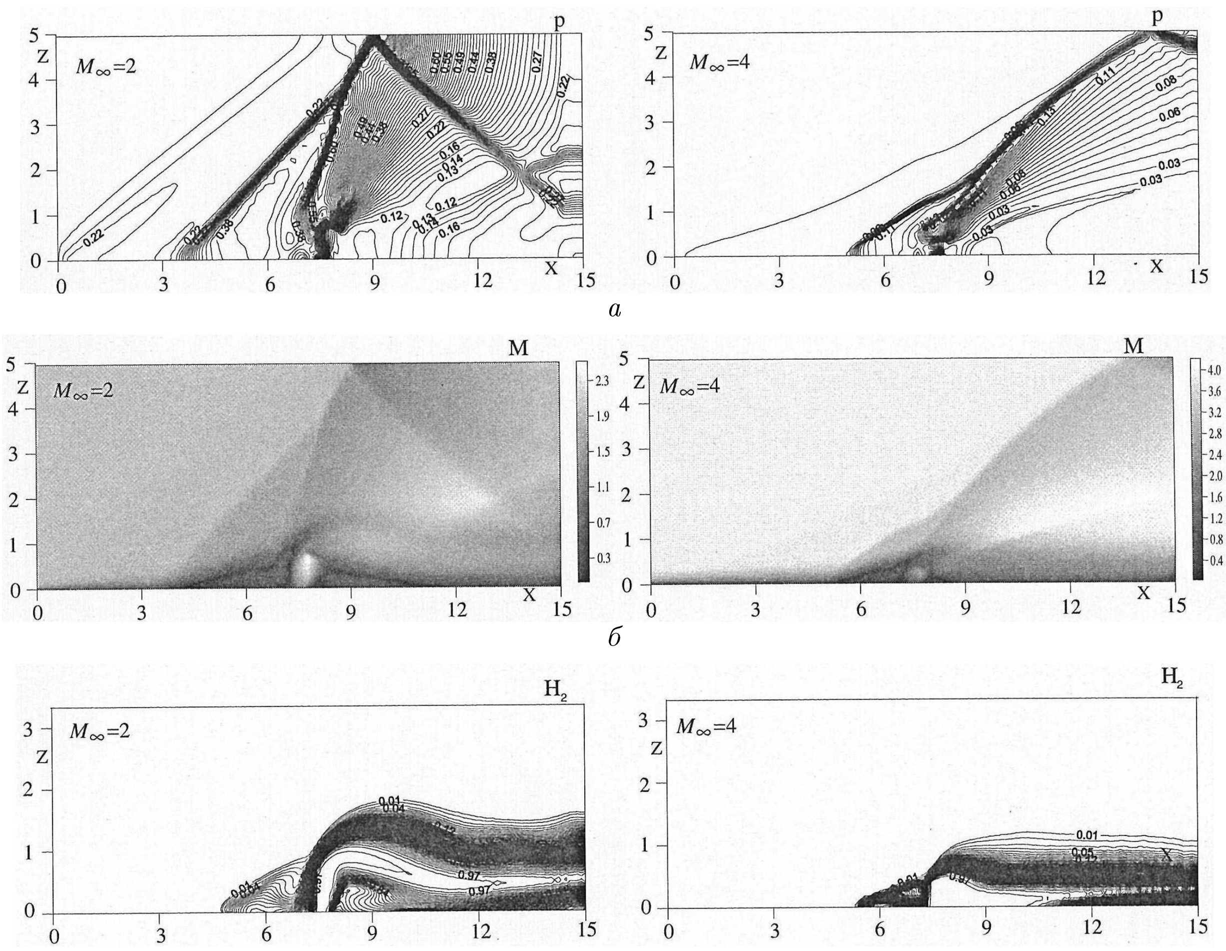

Рис. 3. Изолинии: *а* — изобары, *б* — распределение местного числа Маха, *в* — массовая концентрация водорода

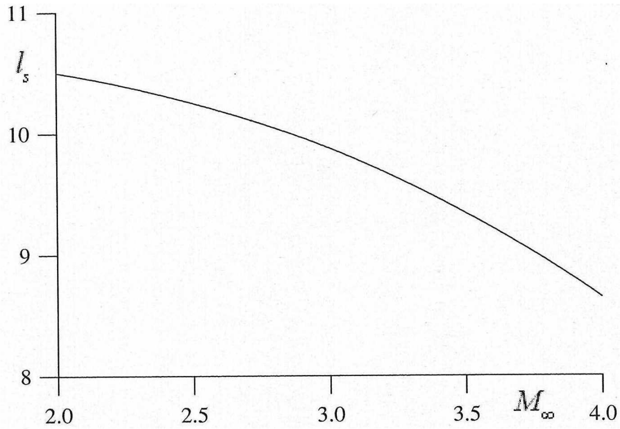

Рис. 4. Зависимость длины отрывной зоны от числа Маха потока

Видно, что результаты, полученные с использованием ENO-схемы, лучше согласуются с экспериментом, тогда как данные расчета с искусственным сглаживанием очень сильно занижены.

Анализ влияния числа Маха потока рассмотрен на примере истечения звуковой струи водорода с нерасчетностью $n = 4$ через щель шириной $h = 0.3$ см в поток воздуха с параметрами $\mathrm{M}_\infty = 2\ldots4$, $\mathrm{Pr} = 0.9$, $\mathrm{Re} = 10^4$. На рис. 3, *а* представлено распределение давлений для двух значений числа Маха потока. Как следует из рисунка, общая картина ударно-волновой структуры для этих значений схожа. Перед струей наблюдаются головной, косой и замыкающий скачки уплотнения, которые, пересекаясь в одной точке, образуют сложную λ-образную систему скачков уплотнения. Видно, что с увеличением числа Маха потока угол наклона головного скачка уплотнения существенно уменьшается. Это объясняется тем, что с ростом числа Маха потока происходит ускорение основного потока, соответственно для расширяющейся струи появляется добавочное сопротивление. При этом размеры бочки, которую можно наблюдать из рис. 3, *б*, где представлено распределение местного числа Маха ($\mathrm{M} = \sqrt{u^2 + w^2}/c$, c — местная скорость звука), заметно уменьшаются.

Влияние числа Маха на дальнобойность вдуваемого водорода можно увидеть из распределения массовой концентрации водорода (рис. 3, *в*). Численные эксперименты показывают, что при числе Маха потока $\mathrm{M}_\infty = 2$ линия однопроцентной концентрации водорода максимально поднялась на высоту 1.8 см от стенки канала, в то время как для $\mathrm{M}_\infty = 4$ максимальная высота однопроцентной концентрации водорода располагается на высоте 1.125 см. При этом четко наблюдается уменьшение линии перетекания водорода перед струей. В соответствии с этим увеличивается не только дальнобойность вдуваемой струи (глубина проникновения водорода на рис. 3, *в*), но и длина отрывной зоны перед струей. Так, на рис. 4 приведена зависимость длины отрывной зоны перед струей от числа Маха потока. Из графика следует, что с увеличением числа Маха потока длина отрывной зоны линейно уменьшается.

Описанная в работе численная модель на основе ENO-схемы позволяет моделировать течение многокомпонентных газовых смесей и учитывать такие сложные физические явления, как возникновение скачков уплотнения и вихревых зон. Изучено влияние числа Маха потока на длину отрывной зоны и дальнобойность вдуваемой водородной струи. Разработанная модель может быть распространена на пространственный случай и горение газовоздушных смесей.

Список литературы

[1] Авдуевский В.С., Медведев К.И. Взаимодействие сверхзвукового потока с поперечной струей, вдуваемой через круглое отверстие в пластине // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1970. Т. 37, № 5. С. 193–197.

[2] Grasso F., Magi V. Simulation of transverse gas injection in turbulent supersonic air flows // AIAA J. 1995. Vol. 33, N 1. P. 56–62.

[3] Ramakrishnan R., Singh D.J. Modeling scramjet combustor flowfields with a grid adaptation scheme // AIAA J. 1994. Vol. 32, N 5. P. 930–935.

[4] Вайднер Э.Х., Драммонд Д.Ф. Расчетное исследование схемы вдува топлива в канал ПВРДсг с последовательным расположением щелей // Аэрокосм. техника. 1983. Т. 1, № 5. С. 103–111.

[5] Шунь Дж. Ш., Юнь С. Численное исследование течений с химическими реакциями на основе LU-факторизованной схемы, построенной методом симметричной последовательной верхней релаксации // Аэрокосм. техника. 1990. № 510. С. 102–113.

[6] Harten A., Engquist B., Osher S., Chakravarthy S.R. Uniformly high order accurate non-oscillatory schemes. III // J. of Comp. Phys. 1987. Vol. 71. P. 231–303.

[7] Harten A., Osher S. Uniformly high-order accurate non-oscillatory schemes. I // SIAM. J. Numer. Analysis. 1987. Vol. 24, N 2. P. 279–309.

[8] Harten A., Osher S., Engquist B., Chakravarthy S.R. Some results on uniformly high-order accurate essentially non-oscillatory schemes // Appl. Num. Math. 1986. Vol. 2. P. 347–377.

[9] Kee R.J., Rupley F.M., Miller J.A. CHEMKIN-II: a Fortran Chemical Kinetic Package for the Analysis Of Gas-phase Chemical Kinetics. SANDIA Report SAND89-8009. 1989.

[10] Лапин Ю.В., Стрелец М.К. Внутренние течения газовых смесей. М.: Наука, 1989. 366 с.

[11] Poinsot T.J., Lele S.K. Boundary conditions for direct simulation of compressible viscous flow // J. of Comput. Phys. 1992. Vol. 101. P. 104–129.

[12] Yang J.Y. Third-order nonoscillatory schemes for the Euler equations // AIAA J. 1991. Vol. 29, N 10. P. 1611–1618.

[13] Бекетаева А.О., Найманова А.Ж. Численное моделирование сверхзвукового течения с поперечным вдувом струй // Прикл. механика и техн. физика. 2004. Т. 45, № 3. С. 367–374.

[14] Chenault C.F., Beran P.S. K-ε and Reynolds stress turbulence model comparisons for two-dimensional injection flows // AIAA J. 1998. Vol. 36, N 8. P. 1401–1412.

Поступила в редакцию 18 мая 2007 г.