

## Моделирование временных рядов биржевых показателей на фазовых плоскостях

А. Б. ЛОГОВ, Р. Ю. ЗАМАРАЕВ, В. О. ТАЙЛАКОВ

*Институт угля и углехимии СО РАН, Кемерово, Россия*

e-mail: a.logov@kemsc.ru, r.zamaraev@kemsc.ru

A method for modeling of the functional characteristics and data mapping on analogues of the phase planes is developed for unique, non-uniform and disordered structure objects. However, if data is ordered, for example, in the form of time series, it is possible to obtain the new rules for analysis and forecasting.

В рамках проекта “Моделирование систем и процессов горного производства” в Институте угля и углехимии СО РАН для научной поддержки лиц, принимающих решения, разрабатывается метод энтропийного анализа уникальных объектов, для которых нет, а в наиболее важных случаях — и не может быть надежных статистических эталонов видов состояния [1, 2].

Отличительной чертой метода являются преобразования, подобные формуле Шеннона для определения информационной энтропии, в том числе в дифференциальной форме. Результаты могут рассматриваться как отображение функциональных показателей в фазовом пространстве.

С учетом связей в объектах возможны замены переменных, что позволяет получить для аддитивных показателей  $Q(j)$  различной размерности

$$V_1(i/j) = -q(i/j) \ln q(i/j), \quad 1 \leq j \leq B, \quad (1)$$

где  $i$  — индекс элемента  $i = \overline{1, A}$ ;  $q(i/j)$  — удельный вес элемента  $i$ , определенный по показателю  $j$ :

$$q(i/j) = \frac{Q(i/j)}{\sum_{i=1}^A Q(i/j)}.$$

Для произвольных показателей  $R(k)$  и других определены модели

$$\begin{aligned} V_2(i/k) &= \ln R(i/k), \quad 1 \leq k \leq C, \\ V_3(i/k) &= -\frac{1}{R(i/k)}, \quad 1 \leq k \leq C, \\ &\dots \end{aligned} \quad (2)$$

Собственно отображения предложено задавать в виде

$$U(i/\dots) = \frac{V(i/\dots) - \hat{M}[V]}{\sigma[V]}. \quad (3)$$

Главным достоинством моделей является возможность объединять показатели различной размерности, например, в форме

$$U(i/\sum_j U) = \frac{1}{\sigma \left[ \sum_j U \right]} \sum_j [\pm U(i/j)], \quad (4)$$

и получать наиболее удобные для анализа модели без привлечения априорных весовых коэффициентов.

Рассматриваются объекты горного производства, которые не обязательно выступают как системы, но если это условие выполняется, то появляется избыточная информация, которая облегчает получение результатов. Пример анализа с использованием объединенных моделей представлен для тестовой задачи исследования периодической системы химических элементов в первых статьях данного цикла [3–5].

Другой характерный тип систем дает упорядочивание элементов во времени. Таким образом, в статье рассмотрена перспективная задача применения метода энтропийного анализа к временным рядам.

Проблему изучения и прогнозирования цен на утилизацию шахтного метана в соответствии с Киотским протоколом предложено решать на основе следующей рабочей гипотезы: индекс цен единиц сокращенных выбросов (*EUA*) подчиняется общим закономерностям изменения биржевых индексов экономического состояния.

Соответственно можно сформулировать следующую цель: разработать способ анализа временных рядов произвольного типа на фазовой плоскости, создающий предпосылки для прогнозирования тенденций.

Новый способ моделирования и анализа иллюстрируется индексами европейского углеродного рынка [6]: *IBEX – New* =  $R(1)$ , *NNC* =  $R(2)$ , *FTSE100* =  $R(3)$ , *IGBM* =  $R(4)$ , *DAX* =  $R(5)$ , *CAC40* =  $R(6)$ , *MIB30* =  $R(7)$ , *SMI* =  $R(8)$ , *BEL20* =  $R(9)$  и *EUA* =  $R(10)$  за период с августа 2005 года по май 2006 года. Элементами системы являются еженедельные, упорядоченные по  $i$  ( $i = \overline{1, A}$ ;  $A = 39$ ) оценки индексов (рассматриваемых как независимые) при  $1 \leq k \leq C = 10$ .

Значения показателей, обозначаемые  $R(i/k)$ , преобразуются к стандартному виду

$$U(i/k) = \frac{\ln R(i/k) - \hat{M} [\ln R(i/k)]}{\sigma [\ln R(i/k)]}. \quad (5)$$

Например, для индекса *SMI* по результатам оценивания можно получить модель абсциссы вида

$$U(i/k = 8) \approx \ln R(i/k = 8)^{13.80} - 123.04,$$

а для индекса *IBEX – New* получим

$$U(i/k = 1) \approx \ln R(i/k = 1)^{47.97} - 378.93.$$

Процедура инверсии, описанная в [3] и содержащая преобразование

$$U(k/i) = \frac{U(i/k)}{\sigma [U(i/k)]} = \ln \left[ R(i/k) \prod_{i=A}^A R(i/k)^{-\frac{1}{A}} \right]^{\frac{1}{\sigma [\ln R(i/k)] \sigma [U(i/k)]}} \quad (6)$$

при  $\hat{M} [U(k/i)] \equiv 0$ , переводит данные в таблицу диагностических признаков.

На рис. 1 представлен результат оценивания моделей специфичности и характера связи временных рядов. Главными признаками выделяющегося этапа в течение 5–11-й недель является высокий курс индекса *IBEX-New* и крайне низкие значения индекса *NNC*. На протяжении 15–23-й недель, наоборот, курс индекса *IBEX-New* падает (как и после 29-й недели), а *NNC* — возрастает. Уже по этим свойствам можно заключить, что отношение двух индексов будет мажорантой всех тенденций, а произведение может характеризовать среднее поведение ансамбля.

Особая роль 12-й недели состоит в том, что все индексы проявляются как равнозначные — в чистом виде момент изменения стратегий поведений. Подобными свойствами обладают 26-я и 36-я недели, а противоположными — 28-я неделя. Модель связи индексов, например, на 8-й неделе можно представить в более удобной для предметного анализа форме

$$U(k/8) \approx 11.65 \ln [FTSE(8)^{6.85} \cap IBEX(8)^{31.84} \cap IGBM(8)^{18.66} \cap DAX(8) \cap \cap CAC(8)^{3.45} \cap MIB(8)^{4.93} \cap SMI(8)^{0.86} \cap NNC(8)^{14.155} \cap BEL(8)^{0.47}] - 168.62.$$

Выделение самых сильных диагностических признаков позволило сформулировать задачу анализа временных рядов. Для отображения по оси абсцисс аналога фазовой плоскости выделяем:

— предположительно наиболее информативное обобщение с помощью вспомогательной функции

$$F(i/1, 2) = U_1(i/j = 1) + U_1(i/j = 2) \approx 28.47 \ln [R(i/1)^{19.5} \cdot R(i/2)] - 589.83$$

или

$$F(i/1, 2) \approx 28.47 \ln [IBEX(i)^{19.5} \cdot NNC(i)] - 589.83;$$

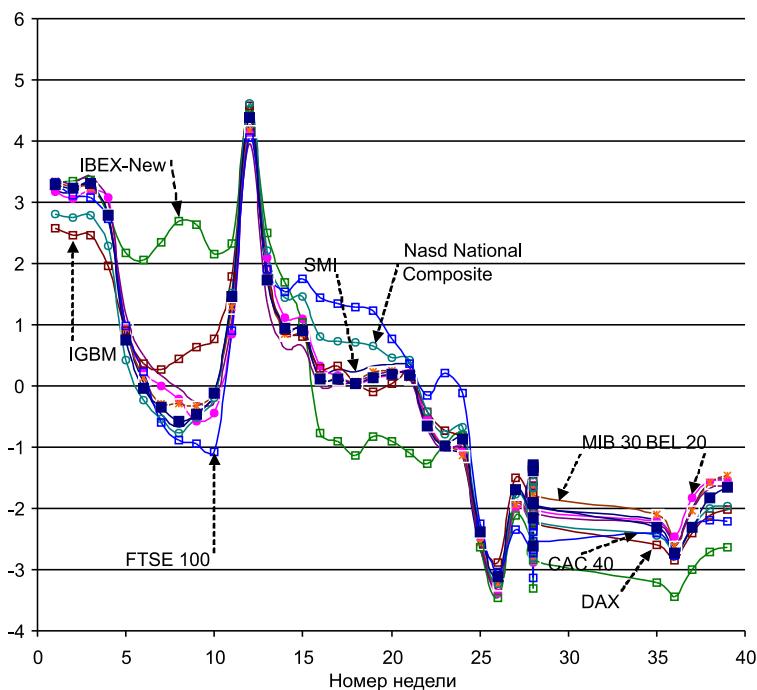


Рис. 1. Диагностические признаки состояния  $i$ -й недели

— предположительно наиболее информативную комбинацию с помощью вспомогательной функции

$$F(i/1; 2) = U_1(i/j = 1) - U_1(i/j = 2) \approx 0.0351 \ln [R(i/1)^{76.44} \cdot R(i/2)^{-1}] - 168.02.$$

Для оси ординат в обоих случаях используется обобщенное отображение на основе дифференциальных моделей [1], которое для наглядности представим в виде

$$U_2(i/k = 1, \dots, 7) \approx 14.4766 - \frac{10162.459}{FTSE(i)} - \frac{11692.90}{IGBM(i)} - \frac{95599.941}{DAX(i)} - \\ - \frac{14770.60}{CAC(i)} - \frac{6997.897}{MIB(i)} - \frac{16862.694}{SMI(i)} - \frac{5618.789}{BEL(i)}.$$

Сочетание моделей трактуется как аналог фазового портрета [1–5]. На рис. 2 представлен аналог фазового портрета, обобщающий связь перечисленных временных рядов и вызывающего наибольший интерес индекса цен  $R(k = 8) = EUA(i)$ .

Такие представления позволяют выделить в структуре процессов отдельные этапы:  
— опережающе возрастают показатели *IBEX – New* и *NNC* строго в течение второго месяца наблюдений (недели № 4–8), затем столь же четкое уменьшение на третьем месяце (№ 8–12). Следующие недели (№ 12–14) идет новое возрастание, повторяющее проявившиеся свойства (угол наклона траектории);

— выделяется “ортогональный” по положению траектории этап (недели № 14–21), когда поведение индексов и характер связи практически не связаны с общей тенденцией выборок;

— на смену приходит этап противоположного типа (недели № 21–23), совпадающий с общей тенденцией;

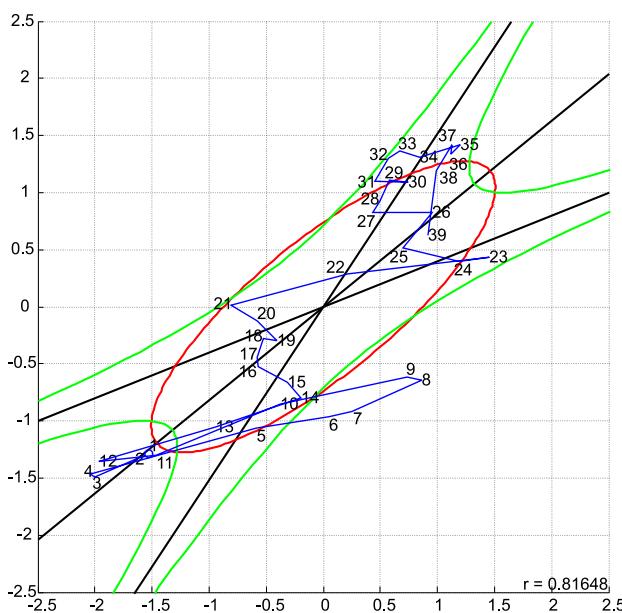


Рис. 2. Аналог фазового портрета рынка, связывающий выборочные значения 10 основных биржевых индексов

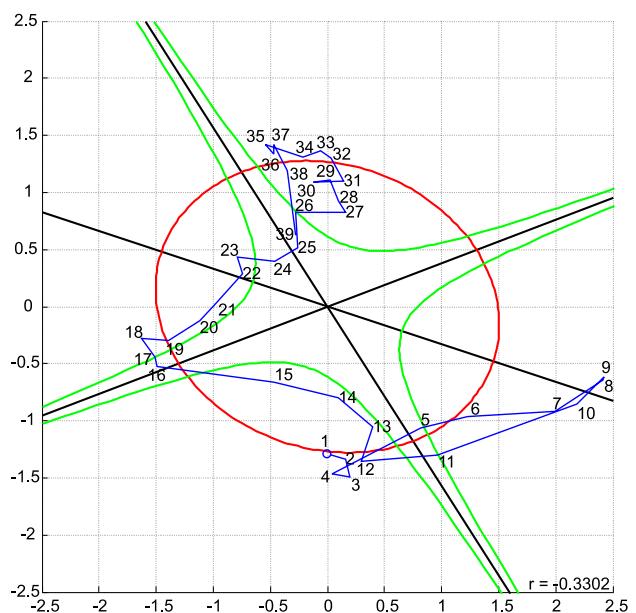


Рис. 3. Аналог фазового портрета рынка углеводородного сырья при комбинированной абсциссе

— в конце выборки устанавливается поведение всех индексов, изображенное на графике точками в окрестности асимптоты границ состояния.

Подчеркнем, что аналог фазового портрета устанавливает вид и форму связи сразу десяти временных рядов, каждый из которых может быть представлен с произвольным сдвигом. При этом выделяются присущие всем индексам циклы и закономерности изменений.

В общем случае утверждается, что использованные приемы обобщения показателей (осреднения моделей) являются практическими мерами повышения надежности заключений и уменьшения вероятности принятия ложных гипотез. Противоположными свойствами обладает комбинирование показателей. На рис. 3 приведен аналог рис. 2 при изменении определения абсциссы на разностную комбинацию.

Отрицательный угол наклона “скелетной” линии интерпретируется как неустойчивость искусственной системы, что характерно для изучаемых нестационарных процессов. При таком определении получена возможность более четко выделить этапы процессов. Поскольку для эллиптических и гиперболических границ доказана возможность разделения по видам состояния (фазового состояния), тем самым определяются строгие критерии структуры вида и связи процессов.

Здесь усиливается эффект месячной цикличности перехода процессов из одного вида состояния в другой, отделенный фазовыми границами.

Результаты анализа исключают возможность простой экстраполяции временных рядов при радикальных изменениях вида состояния системы. Но, с другой стороны, эти же результаты создают основания для прогнозирования ситуаций и характеризуют актуальность развития нового подхода.

Применение аппарата энтропийного анализа уникальных объектов [1–5] к реализациям нестационарных временных рядов, образованных, в частном случае, общеевропейскими индексами состояния, позволило четко и достоверно выделить ряд характерных этапов в структуре предложенных аналогов фазовых портретов.

Для приложений в рамках Киотского протокола наиболее важно определить ординату через индекс *EUA*

$$U(i/k = 8) \approx \frac{0.043}{0.00745} - \frac{R^{-1}(i/j = 10)}{0.00745} \approx 5.77 - \frac{134.29}{EUA(i)}.$$

На рис. 4 приведен определенный таким образом фазовый портрет, отличительной особенностью которого является практическое отсутствие корреляции между компонентами  $IBEX^{2.68}/NNC^{0.035}$  и *EUA*. Подобная модель выделяет простые этапы поведения рынка.

Объект характеризуется некоторой неустойчивостью, связанной прежде всего с выделением участков собственного изменения компонент:

1) этап между 6-й и 11-й неделями, когда выдерживаются максимальные значения комбинации — по правилу формирования информативной комбинации можно сделать заключение о наибольшей неоднородности ансамбля индексов;

2) этап приращения цен на 16–19-й неделях при аномально низком значении (состоянии) комбинации.

Возможность прогнозирования подобного скачка цен обусловлена предшествующим 8-недельным интервалом их стабильности при значительном уменьшении уровня комбинации:  $\Delta \geq 3.75\sigma$ . Диагностические признаки, сформулированные по *IBEX – New* и *NNC*, меняются местами при переходе к скачку цен (см. рис. 1).

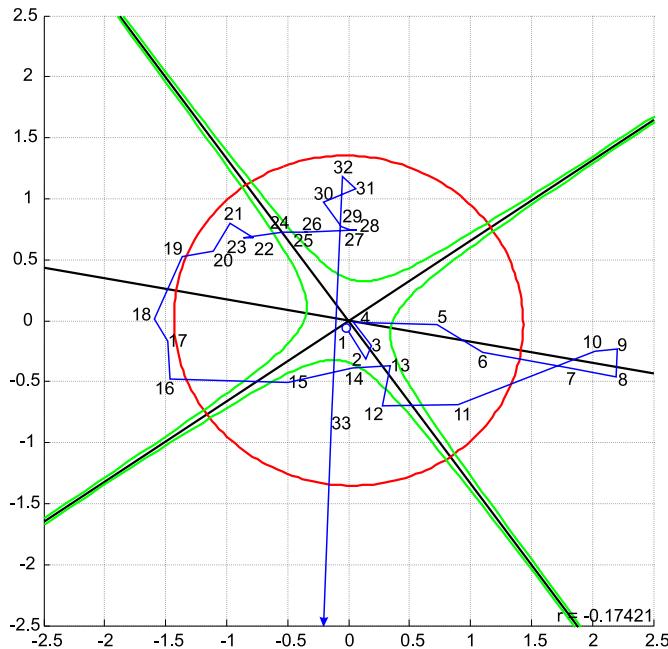


Рис. 4. Аналог фазового портрета рынка углеводородного сырья при комбинированной абсциссе

Построение комбинаций индексов обеспечивает наибольшую разрешающую способность метода и снижает вероятность того, что будет пропущена гипотеза о неоднородной структуре процессов. Вместе с тем целесообразно ввести в анализ аналогичное обобщение, которое является практическим приемом повышения надежности результатов.

Можно убедиться, что:

- сохраняется важный признак ансамбля — слабая связь рассматриваемых индексов и возможность разделения процесса на отдельные этапы изменения абсциссы и ординаты;
- подтверждается факт существования особых этапов, в том числе выбранного для прогнозирования интервала (недели № 16–21);
- утрачиваются основания для диагностирования состояния неустойчивости объекта между 16-й и 19-й неделями;
- на этапе стабильных цен *ECB* (недели № 21–27) выявляются фаза роста обобщенной абсциссы (до недели № 23) и последующая фаза падения.

Таким образом, получаем ряд новых оснований для прогнозирования при использовании моделей энтропийного типа и их отображений.

Проверка особенностей поведения на тестах позволила выявить характерное свойство — портреты временных рядов, соответствующих переходу системы в другой вид состояния, начинаются и заканчиваются на асимптотах гипербол. Чтобы использовать эту особенность для прогнозирования, перейдем к анализу временных рядов, построенных нарастающим итогом (кумулятивных), и получаем радикально новую форму связи индексов (рис. 5 и 6).

Данный портрет показывает, что комбинация не только является наиболее информативной функцией из рассмотренного ансамбля, но и имеет такой же характер (по крайней мере, асимптотического поведения), что и рассматриваемые цены единиц сокращенных выбросов *EUA*.

Еще одна причина, по которой выбрана иллюстрация, — эффект выхода за границу устойчивости на 23-й неделе, который не проявлялся на исходных временных рядах. Если трактовать комбинацию как сопоставление дохода (*IBEX – New*) с затратами (*NNC*), то именно в этот момент можно диагностировать опасное состояние системы.

Естественным развитием технологии анализа стало использование “скользящих” сумм исходных рядов за месяц, которые с учетом последующих преобразований мож-

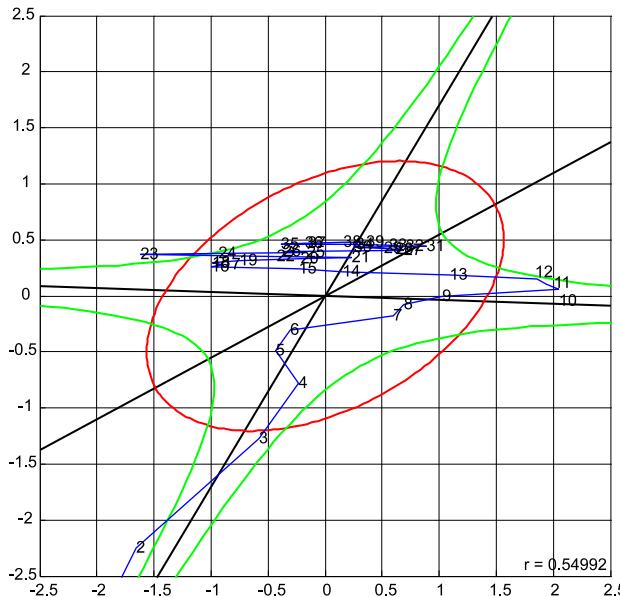


Рис. 5. Аналог фазового портрета связи кумулятивных временных рядов (центральная часть)

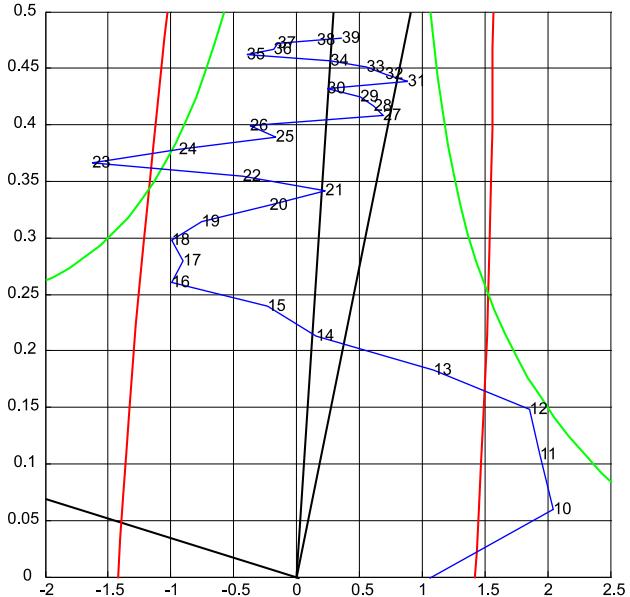


Рис. 6. Аналог фазового портрета связи кумулятивных временных рядов (фрагмент окончания портрета)

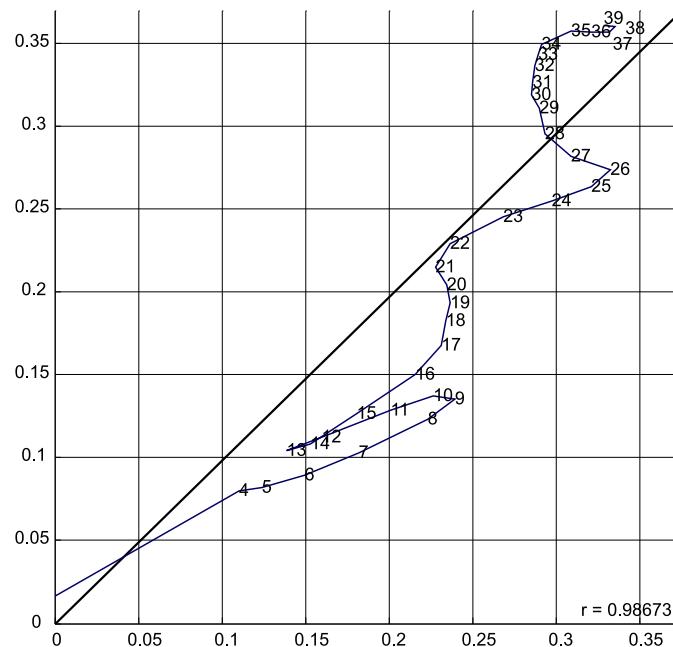


Рис. 7. Аналог фазового портрета связи 10 сглаженных биржевых индексов

но называть “скользящими” средними. Портрет связи 10 биржевых индексов (ось абсцисс — представленная выше комбинация, ось ординат — обобщение всех остальных) в новой форме дан на рис. 7.

Есть основания считать участок от 4-й до 13-й (может быть, даже до 16–17-й) недели этапом активной “игры” на основных индексах:

- приращение *IBEX – New* и падение *NNC* до 8-й недели;
- падение *IBEX – New* и рост *NNC* до 13-й недели;
- новый рост *IBEX – New* при падении *NNC* до 17-й недели.

Другие активные участки можно распознать на 22–28-й неделях и после 34-й недели. При “замороженном” соотношении этих показателей на портрете выделяются два этапа возрастания остальных индексов: 17–22-я и 28–34-я недели.

Исследование связи комбинации с индексом *EUA* при помощи приема “скользящих” сумм позволило подтвердить вывод о практически независимом чередовании этапов их прироста, который может быть положен в основу прогнозирования цен на единицы сокращенных выбросов.

## Список литературы

- [1] ЛОГОВ А.Б., ЗАМАРАЕВ Р.Ю., ЛОГОВ А.А. Анализ функционального состояния промышленных объектов в фазовом пространстве / Институт угля и углехимии СО РАН. Кемерово, 2004. 168 с.
- [2] ЛОГОВ А.Б., ЗАМАРАЕВ Р.Ю., ЛОГОВ А.А. Анализ состояния уникальных объектов (развитие и тестирование) / Институт угля и углехимии СО РАН. Кемерово, 2004. 107 с.
- [3] А.Б. Логов А.Б., Замараев Р.Ю., Логов А.А. Анализ состояния систем уникальных объектов // Вычисл. технологии. 2005. Т. 10, № 5. С. 49–53.
- [4] ЛОГОВ А.Б., ЗАМАРАЕВ Р.Ю., ЛОГОВ А.А. Моделирование тенденций поведения элементов систем уникальных объектов // Вычисл. технологии. 2005. Т. 10, № 5. С. 54–56.
- [5] ЛОГОВ А.Б., ЗАМАРАЕВ Р.Ю., ЛОГОВ А.А. Логов Алгоритмы энтропийного метода анализа для отображения свойств объекта в фазовом пространстве // Вычисл. технологии. 2005. Т. 10, № 6. С. 75–81.
- [6] [www.content.finance.ua](http://www.content.finance.ua)

Поступила в редакцию 17 мая 2007 г.