

# ОБ АЛГОРИТМЕ РАСЧЕТА НАГРЕВА ПЛАЗМЫ ЭЛЕКТРОННЫМ ПУЧКОМ\*

В. М. КОВЕНЯ

*Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск, Россия*  
e-mail: kovenya@ict.nsc.ru

Т. В. КОЗЛИНСКАЯ

*Новосибирский государственный университет, Россия*

Economical difference scheme of predictor-corrector type is constructed for a numerical solution of plasma physics equations. The numerical calculations of plasma heating in a modelling facility are carried out.

## Введение

Для численного решения сильно нелинейных задач необходимы алгоритмы, обладающие большим запасом устойчивости и позволяющие адекватно описывать решения на большие промежутки времени [1]. Такого рода алгоритмы могут быть основаны на схемах типа предиктор-корректор, где необходимый запас устойчивости создается на этапе предиктор, а консервативность схемы восстанавливается на этапе корректор, что позволяет обеспечивать выполнение разностных законов сохранения. В работах [2, 3] предложена схема предиктор-корректор для численного решения уравнений газовой динамики. В ней на этапе предиктор применялась схема расщепления по физическим процессам. В настоящей работе в качестве базовой выбрана эта схема. Для получения второго порядка аппроксимации по всем переменным на этапе корректор исходные уравнения аппроксимированы симметричными операторами, а для сохранения монотонности в нее введен сглаживающий оператор второго порядка малости подобно [4]. Проведенные тестовые расчеты подтвердили достаточную точность схемы и ее экономичность.

Во второй части работы построена схема типа предиктор-корректор для численного решения уравнения физики плазмы в двухтемпературном приближении [5, 6]. Как и в [2], она реализуется на дробных шагах скалярными прогонками, а на этапе корректор явно и аппроксимирует исходные уравнения со вторым порядком. На основе проведенных расчетов нагрева и движения плазмы в установке с единой магнитной ячейкой получены оценки нагрева плазмы и распределения полей, подобные результатам экспериментов на установке ГОЛ-3 [5, 6].

---

\*Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 02-01-01029) и Министерства образования РФ (грант № Е 02-1.0-25).

© Институт вычислительных технологий Сибирского отделения Российской академии наук, 2004.

## 1. Физико-математическая модель

Нагрев и движение плазмы в магнитной системе экспериментально исследовались на установке ГОЛ-3 [5, 6]. Быстрый нагрев плазмы осуществляется релятивистским электронным пучком высокой мощности. В гофрированном магнитном поле это приводит к появлению периодического продольного изменения плазменного давления. Градиент давления инициирует движение плазмы по направлению к середине каждой магнитной ячейки. Эксперименты показали, что происходит быстрая термализация направленной энергии движения плазмы. Поскольку на начальной стадии нагрева температура ионов плазмы мала и длина свободного пробега ионов много меньше длины одной ячейки, численное моделирование динамики двухкомпонентной плазмы может быть проведено в гидродинамическом приближении. Динамика плазмы описывается уравнениями неразрывности и движения в приближении замагниченной плазмы и уравнениями энергии для электронов и ионов, которые в рамках одномерного движения могут быть представлены в безразмерном виде в следующей форме [5, 6]:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial z} + B \rho \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{v}{B} \right) &= 0, \\
\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{A_0}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} &= 0, \\
\frac{\partial p_i}{\partial t} + v \frac{\partial p_i}{\partial z} + a_i \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{v}{B} \right) &= \frac{\partial}{\partial z} \left( \tilde{\xi}_i \frac{\partial T_i}{\partial z} \right) + A_1 (p - 2p_i), \\
\frac{\partial p}{\partial t} + v \frac{\partial p}{\partial z} + a \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{v}{B} \right) &= \frac{\partial}{\partial z} \left( \tilde{\xi}_e \frac{\partial T}{\partial z} \right) + F_0,
\end{aligned} \tag{1}$$

где  $p_i = \rho T_i$ ,  $p_e = \rho T_e$ ,  $p = p_i + p_e$ ;  $\gamma = 5/3$ ;  $l = \gamma - 1$ ;  $a = \gamma B p$ ,  $a_i = \gamma B p_i$ ;  $\tilde{\xi}_i = K_i \xi_i T_i^{5/2} / l$ ,  $\tilde{\xi}_e = K_e \xi_e T_e^{5/2} / (l \zeta)$  — коэффициенты теплопроводности как функции температур  $T_i$  и  $T_e$ ;  $A_0 = c_0^2 M_p / (v_0^2 M)$ ,  $A_1 = 1.3014 \cdot 10^{-3} Z_{\text{eff}}^2 M_p (\tilde{T}_e^{3/2} M l)$  — безразмерные параметры;  $c_0$  — ионно-звуковая скорость волн в плазме;  $F_0 = \tilde{Q}_0 / l + \frac{\partial}{\partial z} \left( (\tilde{\xi}_i - \tilde{\xi}_e) \frac{\partial T_i}{\partial z} \right)$

описывает изменение энергии в компонентах плазмы, а  $\tilde{Q}_0$  — нагрев плазмы электронами пучка. Вывод уравнений и механизм взаимодействия плазмы приведены в [6]. Представим систему уравнений (1) в векторном виде:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \Omega f = F, \tag{2}$$

где

$$f = \begin{pmatrix} \rho \\ v \\ p_i \\ p \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ F_0 \end{pmatrix},$$

$$\Omega = \begin{pmatrix} v \frac{\partial}{\partial z} & B \rho \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{B} & 0 & 0 \\ 0 & v \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{A_0}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & a_i \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{B} & v \frac{\partial}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} \tilde{\xi}_i \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{\rho} + 2A_1 & -A_1 \\ 0 & a \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{B} & 0 & v \frac{\partial}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} \tilde{\xi}_e \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{\rho} \end{pmatrix}.$$

Решение задачи (2) будем искать в области  $0 \leq z \leq L$ ,  $t > 0$ . Граничные условия на концах системы определяются свободным вытеканием плазмы через торцевые магнитные пробки и задаются в виде [5, 6]

$$\frac{\partial \rho T_{e,i}}{\partial z} \Big|_{z=0,L} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial z} \Big|_{z=0,L} = 0, \quad T_{e,i} \Big|_{z=0,L} = \max(T_{0e,i}, 0.05T_{e,i}^{\max}). \quad (3)$$

Начальные условия соответствуют заполнению системы однородным потоком с параметрами  $T_{0e,i} = 1$  эВ,  $n_0 = 10^{15}$  см $^{-3}$ ,  $v_0 = 0$ .

## 2. Разностная схема для уравнений газовой динамики

Численный метод решения системы уравнений (2) опишем вначале для уравнений газовой динамики в квазиодномерном приближении

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \Omega f = F, \quad (4)$$

где

$$f = \begin{pmatrix} \rho \\ v \\ p \end{pmatrix}, \quad \Omega = \begin{pmatrix} v \frac{\partial}{\partial z} & B\rho \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{B} & 0 \\ 0 & v \frac{\partial}{\partial z} & \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & \gamma B p \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{B} & v \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix}.$$

Система уравнений (4) — частный случай уравнений (2) при  $p_i = p$ ,  $A_0 = 1$ ,  $F = 0$ ,  $\tilde{\xi}_i = \tilde{\xi}_e = 0$ , а под  $B$  понимается площадь поперечного сечения канала. Очевидно, при  $B = 1$  уравнения (4) есть система одномерных нестационарных уравнений газовой динамики.

Численное решение задачи (4) будем отыскивать в области  $\Pi = \{z_0 \leq z \leq z_1, 0 \leq t \leq T^0\}$ . Введем в  $\Pi$  расчетную сетку с постоянными шагами  $h$  и  $\tau$ . Аппроксимируем оператор  $\Omega$  разностным оператором  $\Omega_h$ :

$$\Omega = \begin{pmatrix} v^n \Lambda & B\rho^n \Lambda \frac{1}{B} & 0 \\ 0 & v^n \Lambda & \frac{1}{\rho^n} \bar{\Lambda} \\ 0 & \gamma B p^n \Lambda \frac{1}{B} & v^n \Lambda \end{pmatrix}.$$

Здесь  $\Lambda = \begin{cases} \Lambda_-, & \text{если } v \geq 0, \\ \Lambda_+, & \text{если } v < 0, \end{cases}$   $\bar{\Lambda} = \begin{cases} \Lambda_+, & \text{если } v \geq 0, \\ \Lambda_-, & \text{если } v < 0, \end{cases}$  а  $\Lambda_{\pm} f_j = \pm(f_{j\pm 1} - f_j)/h$  — аппроксимация первой производной с учетом знака скорости  $v^n$  с порядком  $O(h)$ . Следуя работам [2, 3], представим оператор  $\Omega_h$  в виде суммы операторов  $\Omega_h = \Omega_{1h} + \Omega_{2h}$ , где

$$\Omega_{1h} = \begin{pmatrix} v^n \Lambda & B\rho^n \Lambda \frac{1}{B} & 0 \\ 0 & v^n \Lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \Omega_{2h} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\rho^n} \bar{\Lambda} \\ 0 & \gamma B p^n \Lambda \frac{1}{B} & v^n \Lambda \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Разностная схема типа предиктор-корректор

$$\frac{f^{n+1/4} - f^n}{\tau\alpha} + \Omega_{1h}f^{n+1/4} = 0, \quad \frac{f^{n+1/2} - f^{n+1/4}}{\tau\alpha} + \Omega_{2h}f^{n+1/2} = 0; \quad (6)$$

$$\frac{f^{n+1} - f^n}{\tau} + \Omega_h f^{n+1/2} = 0 \quad (7)$$

аппроксимирует исходные уравнения с порядком  $O(\tau^m + \tau h + h^k)$ , где  $m = 2$  при  $\alpha = 0.5 + O(\tau)$  и  $m = 1$  при  $\alpha \neq 0.5$ , а  $k$  — порядок аппроксимации оператора  $\Omega_h$  на этапе корректор. Для повышения точности расчета оператор  $\Omega$  на этапе корректор аппроксимируем симметричным оператором со вторым порядком. Если уравнения газовой динамики на этом этапе аппроксимировать в дивергентной форме по схеме

$$\frac{U^{n+1} - U^n}{\tau} + \Lambda W^{n+1/2} = F^{n+1/2}, \quad (8)$$

то разностная схема (6), (8) аппроксимирует исходные уравнения с порядком  $O(\tau^2 + h^2)$  при  $\alpha = 0.5 + O(\tau)$ . Здесь

$$U = \begin{pmatrix} B\rho \\ B\rho v \\ BE \end{pmatrix}, \quad W = \begin{pmatrix} B\rho v \\ B(\rho v^2 + p) \\ Bv(E + p) \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} 0 \\ p\Lambda B \\ B \end{pmatrix}.$$

В силу симметричной аппроксимации вектора  $W$  схема немонотонна и для устранения осцилляций в нее на этапе корректор вводится сглаживающий оператор второго порядка малости подобно [4]:

$$\Lambda a f = \frac{(af)_{j+1} - (af)_{j-1}}{2h} - \frac{h}{2} (b_{j+1/2}\Lambda_+ f_j - b_{j-1/2}\Lambda_- f_j), \quad (9)$$

где  $b_{j\pm 1/2} = (b_{j\pm 1} + b_j)/2$ ,  $b_j = \varepsilon^2 |a_j| f_j$ ,  $d = |a_{j+1} - a_j| + |a_j - a_{j-1}|$ , а  $\varepsilon = 0$ , если  $d = 0$ , иначе  $\varepsilon = (a_{j+1} - 2a_j + a_{j-1})/d$ .

Разностные схемы (6), (7) или (6), (8) на дробных шагах реализуются трехточечными скалярными прогонками, а на этапе корректор явно [2] и в линейном приближении безусловно устойчивы при  $\alpha \geq 0.5$ . Тестирование схем проведено на решении двух задач: задаче о распаде произвольного разрыва и течении в канале переменного сечения. Для первой задачи начальные и краевые условия задавались в виде

$$\begin{aligned} \rho(x, 0) = 1, \quad u(x, 0) = 0, \quad p(x, 0) = 1 \quad \text{при } 4 \leq x \leq 0, \\ \rho(x, 0) = 0.125, \quad u(x, 0) = 0, \quad p(x, 0) = 0.1 \quad \text{при } 0 < x \leq 6, \\ \rho(-4, t) = 1, \quad u(-4, t) = 0, \quad p(-4, t) = 1, \quad \rho(6, t) = 0.125, \quad u(6, t) = 0, \quad p(6, t) = 0.1 \end{aligned}$$

На рис. 1 приведены результаты расчетов по схеме второго порядка со сглаживанием на момент времени  $t = 2.5$  на сетке, содержащей 200 узлов по  $z$ , при  $\alpha = 0.505$  со сглаживанием решения в правой части схемы (7) или (8).

Видно, что ударная волна размывается на 2–3 узла, а контактный разрыв — на  $\sim 6$  узлов. Схема правильно передает скорость движения ударной волны и волны разрежения. Расчеты проведены при числе Куранта  $k = 1$ .

Для задачи, описывающей квазиодномерное течение в канале, существует стационарное решение, которое находилось численно методом установления. В начальный момент

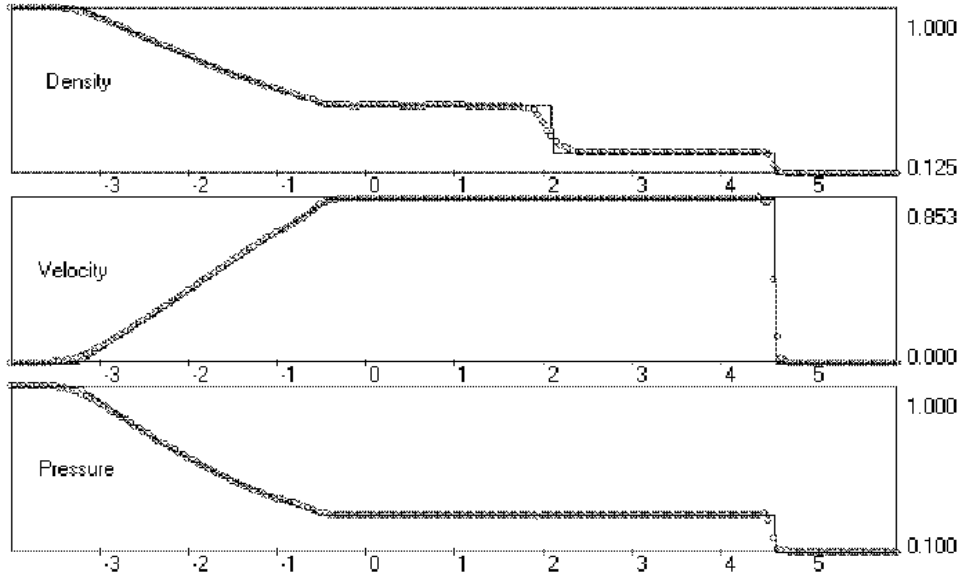


Рис. 1.

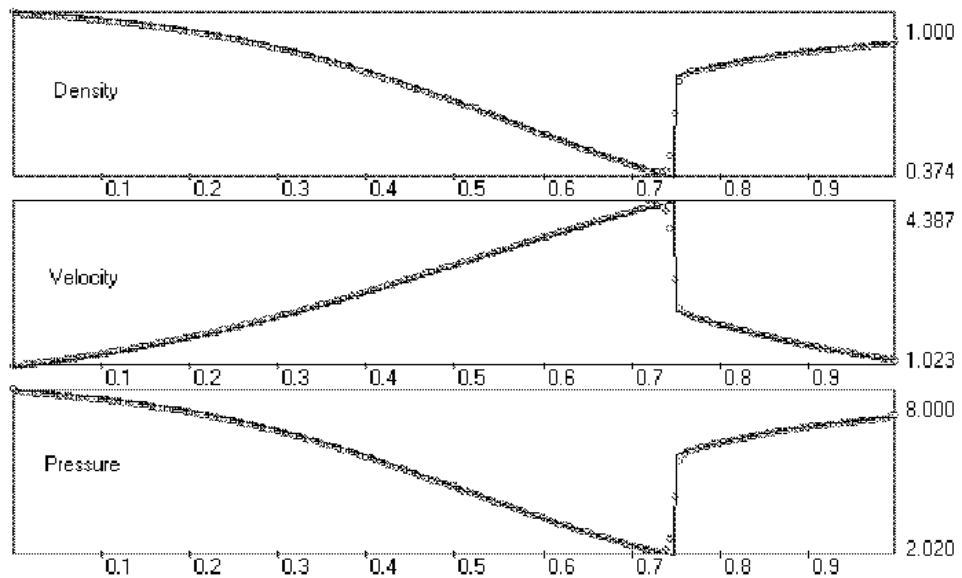


Рис. 2.

при  $t = 0$  в канале переменного сечения, задаваемого по формуле  $B(x) = 0.5 + 0.5(1 - 2x)^2$ ,  $0 \leq x \leq 1$ , задавались значения функций на входе ( $x = 0$ ) и выходе ( $x = 1$ ) из канала, удовлетворяющие точному решению

$$\begin{pmatrix} \rho \\ u \\ p \end{pmatrix}_{x=0} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1.0237 \\ 8 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \rho \\ u \\ p \end{pmatrix}_{x=1} = \begin{pmatrix} 0.8835 \\ 1.1586 \\ 7.0315 \end{pmatrix},$$

которое содержит разрыв газодинамических величин. На рис. 2 приведены точное (сплошная линия) и численное (значки (o)) решения после установления по схеме второго порядка (6), (8) со сглаживанием на расчетной сетке, содержащей 200 узлов.

Как показывают результаты расчетов, предложенная схема позволяет с достаточной точностью получать решение стационарных и нестационарных задач при наличии разрывов и других особенностей течения.

### 3. Разностная схема для уравнений физики плазмы

Подобно (3) представим разностный оператор  $\Omega_h$  в виде суммы  $\Omega_{1h}$  и  $\Omega_{2h}$ , где

$$\Omega_{1h} = \begin{pmatrix} v\Lambda & B\rho\Lambda\frac{1}{B} & 0 & 0 \\ 0 & v\Lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\Omega_{2h} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{A_0}{\rho}\bar{\Lambda} \\ 0 & a_i\Lambda\frac{1}{B} & v\Lambda - \Lambda\tilde{\xi}_i\Lambda\frac{1}{\rho} + 2A_1 & -A_1 \\ 0 & a\Lambda\frac{1}{B} & 0 & v\Lambda - \Lambda\tilde{\xi}_e\Lambda\frac{1}{\rho} \end{pmatrix}; \quad (10)$$

а  $\Lambda a\Lambda$  — аппроксимация вторых производных симметричным оператором. С учетом введенных обозначений разностная схема

$$\frac{f^{n+1/4} - f^n}{\tau\alpha} + \Omega_{1h}f^{n+1/4} = 0, \quad \frac{f^{n+1/2} - f^{n+1/4}}{\tau\alpha} + \Omega_{2h}f^{n+1/2} = 0, \quad (11)$$

$$\frac{f^{n+1} - f^n}{\tau} + \tilde{\Omega}_h f^{n+1/2} = F^{n+1/2}$$

аппроксимирует систему уравнений (2) с порядком  $O(\tau^m + \tau h + h^2)$ , где  $m = 2$  при  $\alpha = 0.5 + O(\tau)$ . Здесь  $\tilde{\Omega}_h$  — аппроксимация уравнений симметричными разностями. Для устранения осцилляций в него подобно (9) добавлены сглаживающие члены. В линейном приближении при  $F = 0$  схема (11) безусловно устойчива. На дробных шагах она реализуется скалярными трехточечными прогонками, а на этапе корректор — явно. Действительно, на первом дробном шаге система разностных уравнений

$$\frac{\rho^{n+1/4} - \rho^n}{\tau\alpha} + v^n\Lambda\rho^{n+1/4} + B\rho^n\Lambda\frac{1}{B}v^{n+1/4} = 0,$$

$$\frac{v^{n+1/4} - v^n}{\tau\alpha} + v^n\Lambda v^{n+1/4} = 0,$$

$$\frac{p_i^{n+1/4} - p_i^n}{\tau\alpha} = 0, \quad \frac{p^{n+1/4} - p^n}{\tau\alpha} = 0$$

может быть решена независимо для каждой компоненты вектора  $f^{n+1/4}$ . На втором дробном шаге разностные уравнения

$$\frac{\rho^{n+1/2} - \rho^{n+1/4}}{\tau\alpha} = 0,$$

$$\frac{v^{n+1/2} - v^{n+1/4}}{\tau\alpha} + \frac{A_0}{\rho^n} \bar{\Lambda} p^{n+1/2} = 0,$$

$$\frac{p_i^{n+1/2} - p_i^{n+1/4}}{\tau\alpha} + a_i^n \Lambda (v^{n+1/2}/B) + v^n \Lambda p_i^{n+1/2} = \Lambda \tilde{\xi}_i^n \Lambda \left( p_i^{n+1/2}/\rho^n \right) + A_1 (2p_i^{n+1/2} - p^{n+1/2}),$$

$$\frac{p^{n+1/2} - p^{n+1/4}}{\tau\alpha} + a^n \Lambda (v^{n+1/2}/B) + v^n \Lambda p^{n+1/2} = \Lambda \tilde{\xi}_e^n \Lambda (p^{n+1/2}/\rho^n)$$

решаются в такой последовательности: исключая  $v^{n+1/2}$  из уравнения для полного давления, получим разностное уравнение относительно  $p^{n+1/2}$  в виде

$$\left[ I + \tau\alpha v^n \Lambda - \tau^2 \alpha^2 a^n \Lambda \frac{A_0}{B\rho^n} \bar{\Lambda} - \tau\alpha \Lambda \tilde{\xi}_e \bar{\Lambda} \frac{1}{\rho^n} \right] p^{n+1/2} = p^{n+1/4} - \tau\alpha a^n \Lambda \frac{v^{n+1/2}}{B}.$$

Его решение может быть получено скалярной трехточечной прогонкой, после чего явно вычисляется  $v^{n+1/2}$ . Новое значение  $p_i^{n+1/2}$  определяется скалярной прогонкой из уравнения энергии для  $p_i$  при уже известных значениях  $p^{n+1/2}$  и  $v^{n+1/2}$ . Значение плотности на слое  $n + 1/2$  переносится с предыдущего шага.

## 4. Моделирование нагрева плазмы

С целью проверки механизма нагрева плазмы в рамках предложенной модели (2) проведены расчеты в модельной установке ГОЛ-3 с одиночной магнитной ячейкой. В начальный момент времени при  $t = 0$  в канале  $L = 12.3$  задавались невозмущенные значения искомых величин  $\rho = 1$ ,  $v = 0$ ,  $T_i = T_e = 0.001$ . Внешнее магнитное поле задавалось по формуле  $B = 2 + \cos(2(x - 1.5\pi))$  для  $1.5\pi \leq x \leq 2.5\pi$ , иначе  $B = 3$ . Система предполагалась открытой, допускающей свободное вытекание плазмы на границах канала и удовлетворяющей краевым условиям (3). Численное решение уравнений (2) находилось по схеме предиктор-корректор (11) с порядком  $O(\tau^2 + h^2)$  при  $\alpha = 0.505$  и со сглаживанием решения на этапе корректор по формуле (9). Расчетная сетка содержала 400 узлов по координате  $z$ . Измельчение шагов сетки по пространству в 2–4 раза не приводило к изменению результатов расчетов. Выше отмечалось, что разностная схема (11) безусловно устойчива при отсутствии внешних сил. Однако для ненулевой правой части  $F \neq 0$  (при наличии внешних источников  $Q$ ), значение которой вычисляется явно на этапе корректор, разностная схема может терять свойство безусловной устойчивости. В этом случае временной параметр  $\tau$  определяется из устойчивости схемы по правой части. За счет влияния  $F$  электронная температура резко возрастает ( $\sim 1000$ ) и источниковый член в уравнении энергии становится определяющим, значительно превосходящим конвективные и другие члены уравнения. Численные расчеты проведены при значении  $k \sim (0.01 - 0.1)$ , допускаемом устойчивостью схемы. На рис. 3, 4 представлены распределения скорости, плотности, электронной и полной температуры в моменты времени  $t = 2$  и  $t = 4$  соответственно.

В соответствии с теорией и экспериментальными данными, полученными в установке ГОЛ-3 (см. [5, 6]), нагрев плазмы электронным пучком происходит неравномерно из-за неравномерности распределения магнитного поля: температура значительно повышается по краям пробкотрона и в меньшей степени в центре ямы. Неоднородность давления приводит к ускорению плазмы к центру ячейки. При  $t > 4$  два потока сталкиваются и, как следует из эксперимента и теории, они проходят друг через друга.

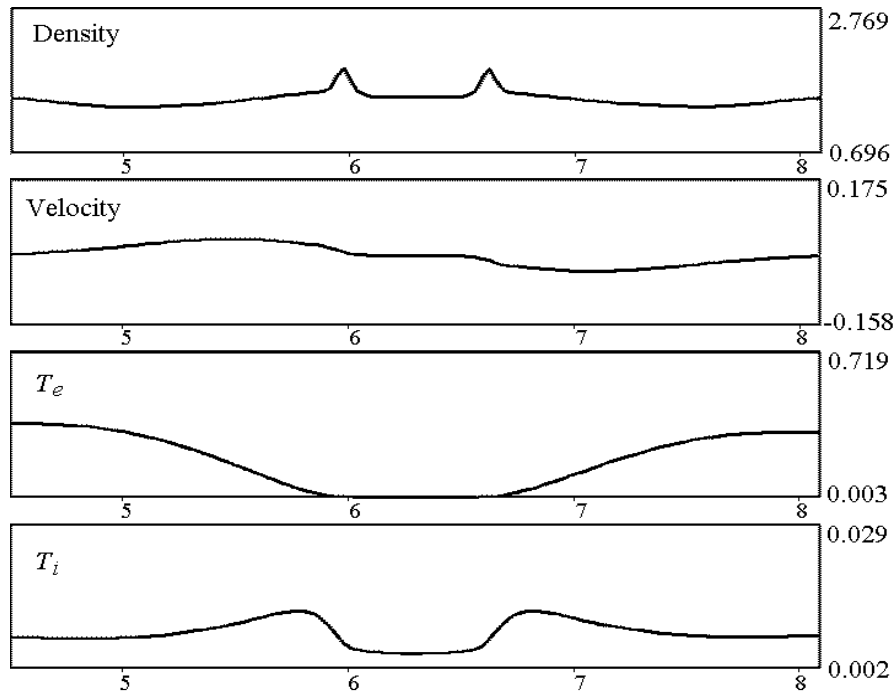


Рис. 3.

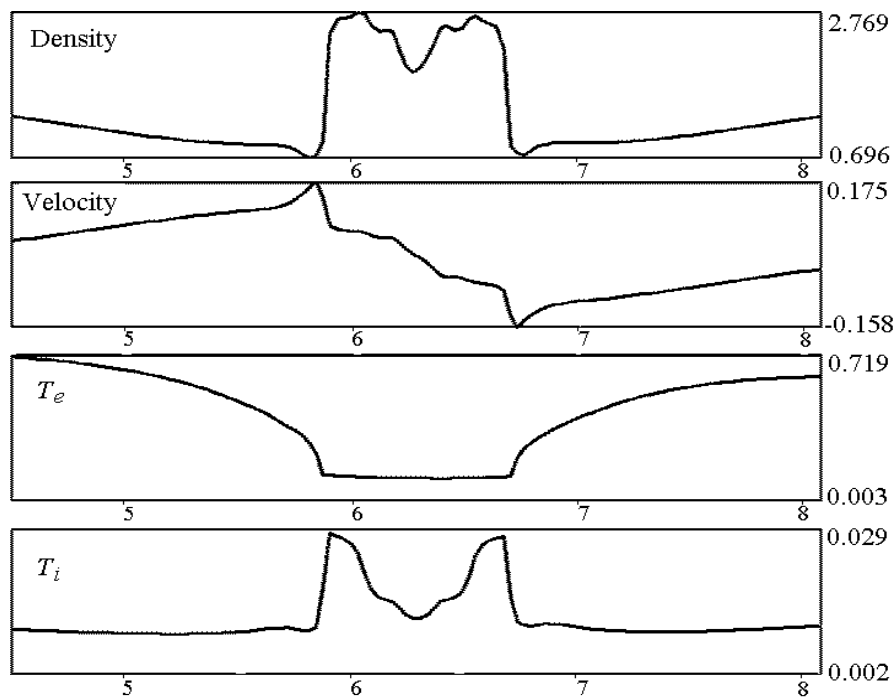


Рис. 4.

В рамках односкоростной модели (1) проведенные численные расчеты дали следующие результаты. При решении задачи за счет нагрева плазмы электронным пучком происходит существенный рост электронной температуры ( $\sim 1000$  раз), причем ее возрастание максимально вне магнитной ямы (см. рис. 3). Ионная же температура возрастает почти в 10 раз и достигает максимального значения на границах магнитной ямы. За счет ускорения плазм-



мы к центру магнитной ямы плотность возрастает в зоне ямы до значений порядка 2.8 от начального и уменьшается вне ямы. Полное давление целиком определяется электронным давлением (температурой), оно возрастает на концах системы больше, чем в центре ямы. Вплоть до времени  $t = 4$  численное решение качественно и количественно близко к полученному в эксперименте [5, 6]. Однако для  $t > 4$  из расчетов следует, что два потока плазмы сталкиваются в центре ямы, что сопровождается резким возрастанием температур и давлений. Для таких времен расчета односкоростная модель перестает быть справедливой, и для расчета таких течений необходимо использовать многопоточные модели.

## Список литературы

- [1] Ковеня В.М. Разностные методы решения многомерных задач: Курс лекций. Новосибирск: Изд-во НГУ, 2004. 146 с.
- [2] Ковеня В.М., Лебедев А.С. Модификация метода расщепления для построения экономических разностных схем // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1994. Т. 34, № 6. С. 886–897.
- [3] Козлинская Т.В. Схема предиктор-корректор для численного решения уравнений газовой динамики // Прогр. и тез. докл. IV Всерос. конф. молодых ученых по мат. моделированию и информ. технологиям, 30.10 — 5.11 2003 г., Красноярск. С. 29.
- [4] Ковеня В.М., Лебедев А.С. Численное исследование отрывного течения в ближнем следе. Новосибирск, 1987 (Препр. / АН СССР. Сиб. отд-ние; № 14–87. 48 с.)
- [5] Астрелин В.Т., Бурдаков А.В. Численное моделирование коллективного ускорения ионов плазмы в ячейках многопробочной ловушки ГОЛ-3 // Тез. докл. XXXI конф. по физике плазмы и УТС. Звенигород, 2004. С. 102.
- [6] ARZHANNIKOV A.V., ASTRELIN A.V., BURDAKOV A.V. ET AL. Recent results on the GOL-3-II facility // Trans. of Fusion Technology. 1999. Vol. 35, N 1T. P. 112–120.

*Поступила в редакцию 29 сентября 2004 г.*