Вычислительные технологии **Том 9, № 3, 2004**

РАСЧЕТ НА ФЛАТТЕР ВЯЗКОУПРУГИХ ТРЕХСЛОЙНЫХ ПЛАСТИН

Б. А. Худаяров
Ташкентский институт инженеров ирригации и механизации сельского хозяйства, Ташкент, Узбекистан
e-mail: `bakht-flpo@yandex.ru`

Problems on the flutter of visco-elastic sandwich plates are considered. An influence of rheological parameters on the critical speeds of the flutter is studied.

Свурхзвуковой флаттер упругих трехслойных пластин с жестким заполнителем рассматривался в [1]. В настоящей работе исследуется флаттер вязкоупругих трехслойных пластин в сверхзвуковом потоке газа.

Рассмотрим прямоугольную трехслойную пластину со сторонами a и b, которая обтекается с внешней стороны сверхзвуковым потоком газа с невозмущенной скоростью V, направленной вдоль оси Ox. Аэродинамическое давление учитываем по линейной поршневой теории [2]. Примем, что пластины шарнирно оперты по всем четырем краям.

Уравнение движения вязкоупругой трехслойной пластины в потоке газа в случае отсутствия сдвигающих усилий примет вид

$$\begin{gathered} D(1-R^*)(1-\Theta h^2\beta_3^{-1}\nabla^2)\nabla^4\chi - P_x\frac{\partial^2}{\partial x^2}(1-h^2\beta_3^{-1}\nabla^2)\chi- \\ -P_y\frac{\partial^2}{\partial y^2}(1-h^2\beta_3^{-1}\nabla^2)\chi + \Omega\frac{\partial^2}{\partial t^2}(1-h^2\beta_3^{-1}\nabla^2)\chi - q = 0. \end{gathered} \tag{1}$$

Здесь $\chi(x,y,t)$ — функция перемещений, связанная с прогибом $W(x,y,t)$ соотношением

$$W = (1-h^2\beta_3^{-1}\nabla^2)\chi, \tag{2}$$

где $\nabla^2 = \dfrac{\partial^2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial y^2}$.

Величины D, Θ, β_3^{-1}, Ω характеризуют соответственно цилиндрическую жесткость трехслойного пакета, изгибную жесткость несущих слоев, жесткость заполнителя на сдвиг и удельную массу трехслойного пакета; h — толщина пакета; P_x, P_y — внешние сжимающие (растягивающие) усилия в продольном и поперечном направлении; $q(x,y,t)$ — аэродинамическая нагрузка; R^* — интегральный оператор с ядром релаксации $R(t)$:

$$R^*\varphi(t) = \int\limits_0^t R(t-\tau)\varphi(\tau)d\tau.$$

Приближенное решение уравнения (1) будем искать в виде

$$\chi(x,y,t) = \sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M}\chi_{nm}(t)\varphi_{nm}(x,y), \tag{3}$$

где функции $\varphi_{nm}(x,y)$ подобраны так, чтобы каждый член суммы (3) удовлетворял граничным условиям на кромках пластинки: $\chi_{nm}(t)$ — некоторые функции, подлежащие определению. Подставляя (3) в уравнение (1) и применяя к этому уравнению метод Бубнова — Галеркина, получим систему интегродифференциальных уравнений относительно коэффициентов (3). Введя следующие безразмерные параметры

$$\frac{x}{a},\quad \frac{y}{b},\quad \frac{V_\infty}{a}t,\quad \frac{a}{V_\infty}R(t)$$

и сохраняя прежние обозначения, получим

$$A_{kl}\ddot{\chi}_{kl} + B_{kl}\dot{\chi}_{kl} + \left[(1-R^*)C_{kl} + E_{kl}\right]\chi_{kl} - V^*\sum_{n=1}^{N}F_{klnm}\chi_{nl} = 0. \tag{4}$$

Здесь A_{kl}, B_{kl}, C_{kl}, E_{kl}, F_{klnm}, $V^* = æp_\infty a^3M^*/D$ — безразмерные параметры.

Интегрирование системы (4) при ядре Колтунова — Ржаницына

$$R(t) = A\cdot\exp(-\beta t)\cdot t^{\alpha-1},\ \ 0<\alpha<1$$

проводилось численным методом, предложенным в работах [3, 4]. Результаты вычислений представлены в таблице. В качестве критерия, определяющего критическую скорость $V^*_{\text{кр}}$, принимаем условие, предложенное в работе [5].

Из таблицы видно, что увеличение коэффициента вязкости A приводит к уменьшению критической скорости $V^*_{\text{кр}}$ флаттера на 59 %. При $A = 0$ и $A = 0.1$ скорость флаттера соответственно равна 36 и 14.65. Как видно из таблицы, полученный результат для упругой пластины ($A = 0$) точно совпадает с результатами работы [1].

Изучено влияние внешних сжимающих (растягивающих) усилий в продольном и поперечном направлениях. Из таблицы видно, что с ростом сжимающих усилий p_x ($p_x = P_xa^2/D$) в направлении скорости потока снижается критическая скорость флаттера. Напротив, растягивающие усилия p_x приводят к такому же пропорциональному росту критической скорости флаттера. При изменении усилий p_y ($p_y = P_ya^2/D$) в направлении, нормальном к скорости потока V, набегающего на пластинки, скорость флаттера мало изменяется.

Увеличение параметра k_1 $\left(k_1 = h^2\beta_3^{-1}/a^2\right)$ приводит к существенному изменению $V^*_{\text{кр}}$. Исследования были проведены при $k_1 = 0.1$, 0.2, 0.5 и 1.5. Видно, что с уменьшением жесткости заполнителя на сдвиг (ростом коэффициента k_1) критическая скорость флаттера трехслойной пластинки уменьшается.

С ростом удлинения пластинки λ ($\lambda = a/b$) увеличивается ее протяженность в направлении течения и происходит сближение удлиненных краев пластинки. Последнее способствует повышению относительной жесткости системы и росту критической скорости флаттера, который можно проследить по таблице.

Изучено влияние параметра Θ, характеризующее изгибную жесткость несущих слоев. Увеличение параметра Θ приводит к увеличению критической скорости флаттера (см.

Результаты вычислений

A	α	β	$-p_x$	$-p_y$	k_1	λ	Θ	ε	$V^*_{\text{кр}}$
0									36
0.001									34.2
0.01	0.25	0.05	0.75	0.45	1	1	0.05	0.1	19.45
0.1									14.65
0.01	0.1								18.17
	0.5	0.05	0.75	0.45	1	1	0.05	0.1	20
	0.7								21
		0.01							19.5
0.01	0.25	0.08	0.75	0.45	1	1	0.05	0.1	19.43
		0.1							19.42
			3						6.38
			2						12.2
			1.5						15.1
0.01	0.25	0.05	1	0.45	1	1	0.05	0.1	17.93
			0						23.77
			-0.5						26.5
			-1						29.6
				2.75					17.15
				0.5					19.4
0.01	0.25	0.05	0.75	0	1	1	0.05	0.1	19.9
				-0.5					20.35
				-1.5					21.3
				-4					23.7
					0.1				70.5
					0.2				45.5
0.01	0.25	0.05	0.75	0.45	0.5	1	0.05	0.1	26.4
					1.5				16.99
						1.2			17.67
0.1	0.25	0.05	0.75	0.45	1	1.5	0.05	0.1	23.5
						2			36.82
							0		2.12
							0.03		12.83
0.01	0.25	0.05	0.75	0.45	1	1	0.06	0.1	22.7
							0.07		25.7
								0	19.4
								0.5	19.6
0.01	0.25	0.05	0.75	0.45	1	1	0.05	2.5	20.6
								5	21.82

таблицу). Также изучено влияние параметра ε (аэродинамического демпфирования). С ростом коэффициента ε наблюдается повышение безразмерной критической скорости флаттера.

Список литературы

[1] Смирнов А.И. Сверхзвуковой флаттер трехслойных пластин // Докл. АН СССР.

1968. Т. 183, № 3. С. 540–543.

[2] Ильюшин А.А. Закон плоских сечений в аэродинамике больших сверхзвуковых скоростей // ПММ. 1956. Т. 20, вып.6. С. 733–755.

[3] Бадалов Ф.Б. Методы решения интегральных и интегродифференциальных уравнений наследственной теории вязкоупругости. Ташкент: Мехнат, 1987. 271 с.

[4] Бадалов Ф.Б., Эшматов Х., Юсупов М. О некоторых методах решения систем ИДУ, встречающихся в задачах вязкоупругости // ПММ. 1987. Т. 51, № 5. С. 867–871.

[5] Худаяров Б.А. Алгоритмизация задачи о флаттере вязкоупругих пластинок, обтекаемых свурхзвуковым потоком газа // Вычисл. технологии. 2003. Т. 8, № 6. С. 98–101.

Поступила в редакцию 23 декабря 2003 г.