

НЕЛИНЕЙНЫЕ ВОЛНЫ ДЕФОРМАЦИИ В РОТАЦИОННОЙ МОДЕЛИ СЕЙСМИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА

А. В. ВИКУЛИН

*Геофизическая служба РАН
Петропавловск-Камчатский, Россия*

В. Г. БЫКОВ, М. Н. ЛУНЕВА

*Институт тектоники и геофизики ДВО РАН
Хабаровск, Россия*

A mathematical model has been considered of the deformation wave propagation in a block chain of the lithosphere allowing for inhomogeneity of the block rotation and the friction on their boundaries. The results of the numerical calculation of the wave propagation velocity and the medium deformation rate have been presented.

Гипотеза о существовании глобальных деформационных волн и их связи с сейсмичностью основывается главным образом на результатах исследований пространственно-временного распределения очагов землетрясений. Количественно это выражается в миграции эпицентров землетрясений со скоростями 10–100 км/год, зафиксированными в различных регионах Земли [1–3]. Поиск причин возникновения и распространения волн деформации (или тектонических волн) привел к построению модели диффузии напряжений в литосфере, подстилаемой вязкоупругой астеносферой [4, 5]. Дополнение этого механизма эффектом изгиба литосферной плиты [6] позволило описать незатухающие в течение длительного времени волны тектонических напряжений, являющиеся триггером землетрясений. Автоволновой режим генерирования таких волн осуществляется за счет поступления энергии из астеносферного потока.

Модель, в которой источник энергии волн деформации имеет планетарную природу, т. е. связан непосредственно с вращением Земли вокруг собственной оси, предложена в [7]. Предполагается, что деформация земной коры осуществляется без нарушения сплошности среды при повороте сейсмофокальных блоков относительно друг друга.

В настоящей работе представлено дальнейшее развитие математических аспектов ротационной модели [7] с учетом неоднородности вращения блоков (микрофлуктуации вращения) и трения на границах соседних блоков, а также описание возникающих при этом эффектов.

1. Математическая модель

В работе [7] предложена ротационная модель сейсмического процесса, основой которой является представление о связанном с вращением Земли повороте сейсмофокального блока, сопровождающемся формированием волн деформации в виде кинка. Уравнение движения сейсмофокального блока сводилось к известному уравнению синус-Гордона [7]:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = k_0^2 \sin \theta, \quad (1)$$

$$\theta = \frac{\beta}{2}, \quad k_0^2 = \frac{3\pi\Omega}{WV} \left(\frac{3V}{4\pi} \right)^{4/3} \left(\frac{\rho G}{15} \right)^{1/2}, \quad \frac{1}{c_0^2} = \frac{I}{WV},$$

где β — угол поворота блока, Ω — угловая скорость вращения Земли, ρ , G — плотность и модуль сдвига материала блока, $I = \frac{8}{15}\pi\rho R_0^5$, $V = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{R_0}{2} \right)^3$, R_0 — момент инерции, объем и размер блока, W — средняя линейная плотность упругой энергии цепочки блоков, z — направление вдоль цепочки блоков, t — время. При переходе к независимым координатам $\xi = k_0 z$, $\eta = c_0 k_0 t$ из (1) следует стандартный вид уравнения синус-Гордона

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} = \sin \theta, \quad (2)$$

решением которого является функция

$$\theta = 4 \operatorname{arctg} \left[\exp \left(\frac{X - u\eta}{(1 - u^2)^{1/2}} \right) \right], \quad (3)$$

$$X = \xi - \xi_0, \quad u = U/c_0, \quad c_0^2 = \frac{3\sqrt{15}}{8\pi^2} \sqrt{\frac{G}{\rho} \Omega R_0},$$

где U — скорость распространения уединенной волны деформации (поворота).

В ротационной модели сейсмического процесса предельная волновая скорость распространения поворотных колебаний c_0 при характерных параметрах земной коры и размерах блоков R_0 имеет величину порядка 10 – 10^2 м/с. При фиксированных физических параметрах (G , ρ , R_0) блока земной коры c_0 зависит только от угловой скорости вращения Земли, т. е. причиной возникновения данного типа волн деформации на самом деле является вращение Земли. Волновая скорость c_0 может быть также определена как среднее геометрическое скоростей поперечной сейсмической волны v_s , возникающей при повороте блока, и приведенной линейной скорости блока v_{LB} относительно оси вращения Земли $c_0 \sim \sqrt{v_s v_{LB}}$, где $v_s = \sqrt{G/\rho}$, $v_{LB} = qR_0\Omega$, $0 < q \leq R_3/R_0 \approx 10^2$, R_3 — радиус Земли.

Физически более информативной для описания деформационного процесса является не величина угла поворота блока (3), а ее производная по времени, т. е. скорость поворотного деформирования, определяемая как

$$\dot{\epsilon} = \frac{\partial \beta}{\partial t} = \frac{8c_0 k_0 u}{\sqrt{1 - u^2}} \operatorname{sech} \left(\frac{X - u\eta}{(1 - u^2)} \right)$$

или

$$\dot{\epsilon} = 20\sqrt{\Omega} \sqrt{\frac{\sqrt{G/\rho}}{R_0}} \frac{u}{\sqrt{1 - u^2}} \operatorname{sech} \left(\frac{X - u\eta}{(1 - u^2)} \right). \quad (4)$$

Скорость поворотного деформирования есть функция угловой скорости вращения Земли и скорости распространения волны поворота, которая представляет собой уединенную поперечную волну, поляризованную перпендикулярно к направлению распространения.

В модели движения среды, описываемой уравнением (2), блоки равномерно поворачиваются относительно друг друга и скорость распространения волны вдоль цепочки постоянна во времени. Для описания более реальной ситуации дополним данную модель эффектами микрофлуктуаций вращения блока и трения на границах блоков.

Неоднородность вращения блока характеризуется величиной отклонения вектора момента сил от равновесного положения и формально может быть представлена как $\mu \sin \theta$. Сила трения при относительном смещении блоков, как и в большинстве моделей неустойчивого скольжения в разломах, принимается пропорциональной скорости $\frac{\partial \theta}{\partial \eta}$. Поэтому динамику уединенной поворотной волны деформации при фиксированных значениях коэффициента трения α и неоднородности вращения μ будем моделировать возмущенным уравнением синус-Гордона

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} = \sin \theta + \alpha \frac{\partial \theta}{\partial \eta} + \mu \sin \theta, \quad (5)$$

которое в отличие от (2) аналитического решения не имеет. В уравнении (5) скорость U распространения уединенной волны уже не является величиной постоянной, а зависит от вариации угловой скорости Ω вращения Земли, коэффициентов трения и неоднородности вращения.

2. Метод расчета

Расчеты по уравнению (5) осуществлялись методом возмущений Мак-Лафлина — Скотта [8], суть которого заключается в том, что при использовании функции Грина решение возмущенного уравнения синус-Гордона структурно совпадает с (3), но координата и скорость u зависят от времени и определяются соотношениями

$$X = \int_0^t u(t') dt' + x_0(t), \quad \frac{dX}{dt} = u(t) + \frac{dx_0(t)}{dt}. \quad (6)$$

Подстановка (3), (6) в (5) дает систему уравнений [8]

$$\frac{du}{d\eta} = -\alpha u(1 - u^2) + \frac{\mu}{2}(1 - u^2) \operatorname{sech}^2 \left(\frac{X}{(1 - u^2)^{1/2}} \right) \operatorname{th} \left(\frac{X}{(1 - u^2)^{1/2}} \right), \quad (7)$$

$$\frac{dX}{d\eta} = u - \frac{\mu}{2} u X \operatorname{sech}^2 \left(\frac{X}{(1 - u^2)^{1/2}} \right) \operatorname{th} \left(\frac{X}{(1 - u^2)^{1/2}} \right). \quad (8)$$

Безразмерные координаты и скорости u рассчитывались по (7)–(8) методом Рунге — Кутты, а затем подставлялись в (4).

Начальные условия $\eta_0 = 0$, $x_0 = 0$, $u_0 = 10^{-10}$ задавались таким образом, чтобы скорость деформирования $\dot{\epsilon}$ в момент $t = 0$ не превышала 10^{-13} с^{-1} , что соответствует средней скорости деформации в сейсмоактивных областях [9] и заметно отличается от глобальной средней скорости деформации (вращения отдельных блоков) в различных регионах

Земли, оцениваемой величиной $5.5 \cdot 10^{-16} \text{ с}^{-1}$ (1–2 град/млн лет) [10]. Скорость распространения уединенной поворотной волны $U = uc_0$, скорость деформации $\dot{\epsilon}$ и расстояние Z были вычислены при использовании характерных для земной коры физических параметров: $\rho = 3 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $G = 5 \cdot 10^{10} \text{ Па}$, $R_0 \cong 10^5 \text{ м}$, $\Omega = 7.29 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$. Необходимо отметить, что максимальное значение U не зависит от значения начальной скорости u_0 , но с увеличением u_0 максимальное значение U достигается при меньших значениях времени. Величина коэффициента трения α изменялась в пределах 0.4–0.8, соответствующих реальным разломам [11], а коэффициента неоднородности μ — в пределах 10^{-4} – 10^{-2} . Результаты расчетов характеристик деформационного процесса представлены на рис. 1, 2.

3. Численные примеры и интерпретация

График движения волны деформации имеет характерный вид. В начальный момент происходит быстрое продвижение, затем процесс замедляется, идет плавное увеличение расстояния Z . В соответствии с этим скорость распространения волны резко увеличивается в начальный интервал времени, достигая своего максимального значения (пика), а затем плавно уменьшается, приближаясь к асимптоте. Начиная с некоторого времени волна деформации входит в стационарный режим, в котором волновые характеристики практически не изменяются.

Время, необходимое для достижения максимальной скорости распространения волны, пропорционально коэффициенту трения и в зависимости от параметра неоднородности составляет 4–752 суток. Причем максимальное значение скорости волны деформации с увеличением параметра неоднородности возрастает по нелинейному закону (рис. 3). Например, при $\alpha = 0.6$, $\mu = 0.0005$ кривая скорости имеет ярко выраженный пик $U = 10^{-2} \text{ м/с}$ (примерно 300 км/год), который приходится на момент времени $t = 150 \text{ сут.}$, а затем скорость медленно выходит на квазистационарный режим, принимая значение $3 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}$ (примерно 10 км/год) при $t = 2 \text{ года}$ (см. рис. 2, I, б). При этом возмущение перемещается на расстояние около 100 км. Из многочисленных наблюдений известно [1, 3, 12], что скорость деформационных волн или миграции очагов землетрясений меняется в значительных пределах 10 – 10^4 км/год . Результаты вычислений входят в этот интервал.

График изменения скорости деформации со временем (см. рис. 1, I, в; II, в; 2, I, в; II, в) имеет вид двух связанных “горбов”, положение которых во времени соответствует области максимальных значений скорости распространения волны поворота. Причем амплитуда опережающего пика $\dot{\epsilon}$ в 2–2.5 раза меньше амплитуды последующего. Физически это, по видимому, означает, что при максимальных значениях скорости поворотной волны среда либо не успевает реагировать на возмущение, вносимое волной, и скорость деформации резко падает, либо происходит разрушение среды. Затем амплитуда $\dot{\epsilon}$ вновь возрастает и имеет второй максимум, превышающий первый и в зависимости от значений μ и α отстающий по времени от U_{max} на 2–220 сут. (см. рис. 1, 2). Из опытов по деформированию образцов горных пород [13] следует, что “пикообразные выбросы скорости деформаций соответствуют ускорению деформации” и сбросу нагрузки, т. е. локализации неустойчивой деформации (рис. 4).

Рассмотрим более детально ситуацию, представленную на рис. 1, II. Начиная с момента $t = 44 \text{ сут.}$ дальнейшее увеличение скорости поворотной волны (см. рис. 1, II, б) сопровождается падением скорости деформации (см. рис. 1, II, в) до минимума при $t = 50 \text{ сут.}$,

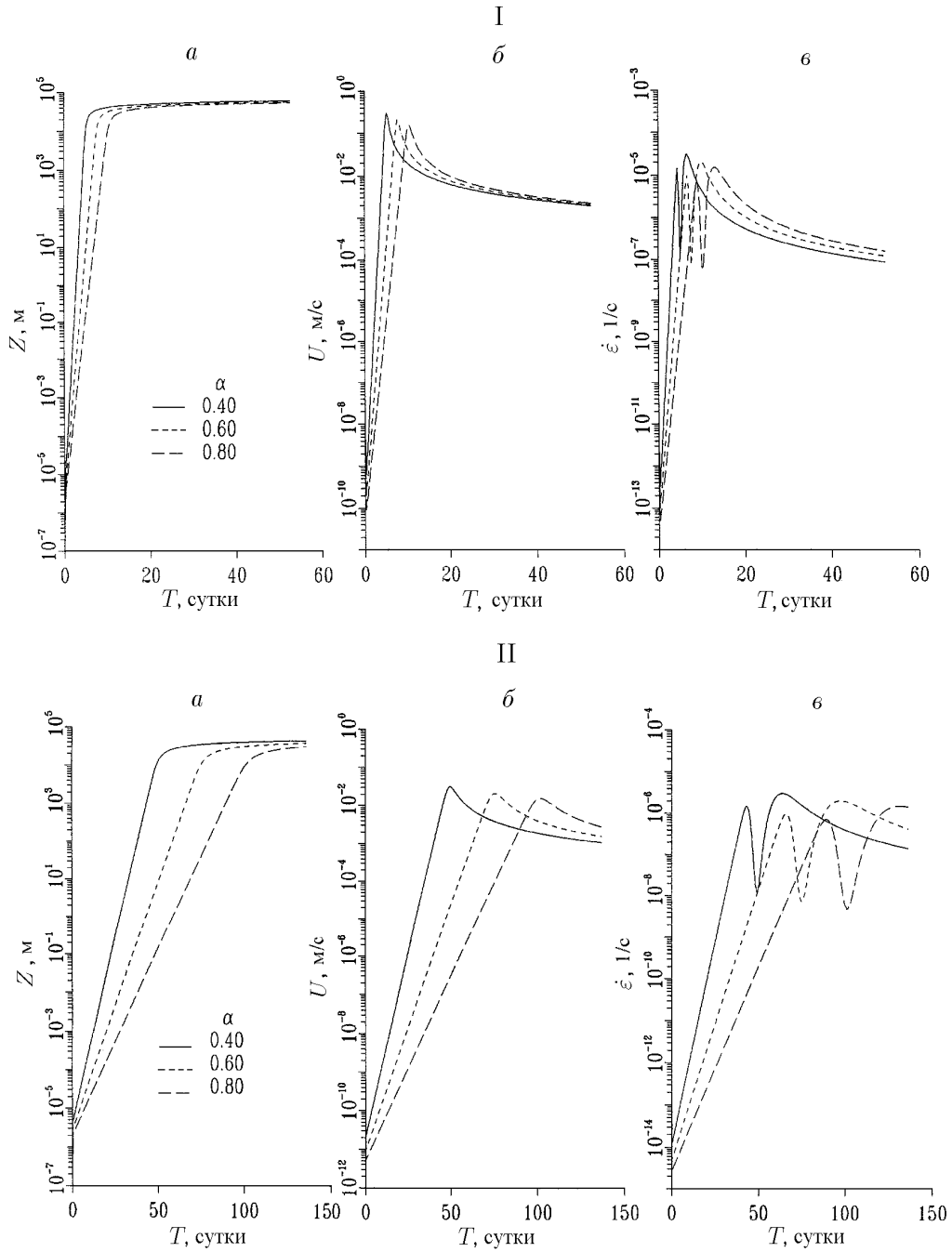


Рис. 1. Зависимость временного изменения расстояния Z , пройденного волной, скорости распространения волны U и скорости деформирования $\dot{\epsilon}$ от коэффициентов трения α и при $\mu = 0.01$ (I) и 0.001 (II).

что означает неустойчивость процесса. После этого временной ход скорости деформации повторяется и к $t = 65$ сут. $\dot{\epsilon}$ принимает максимальное значение. Временной интервал между двумя “горбами” составляет около 20 сут. Величина U , наоборот, при $t = 50$ сут. принимает максимальное значение, а затем начинает уменьшаться, т. е. фиксируется начало торможения уединенной волны поворота.

Расчетные значения максимумов скорости деформации составляют $(0.02 - 3.1) \cdot 10^{-5} \text{ c}^{-1}$ и согласуются с наблюдениями перед сильными землетрясениями [14]. Минимальные зна-

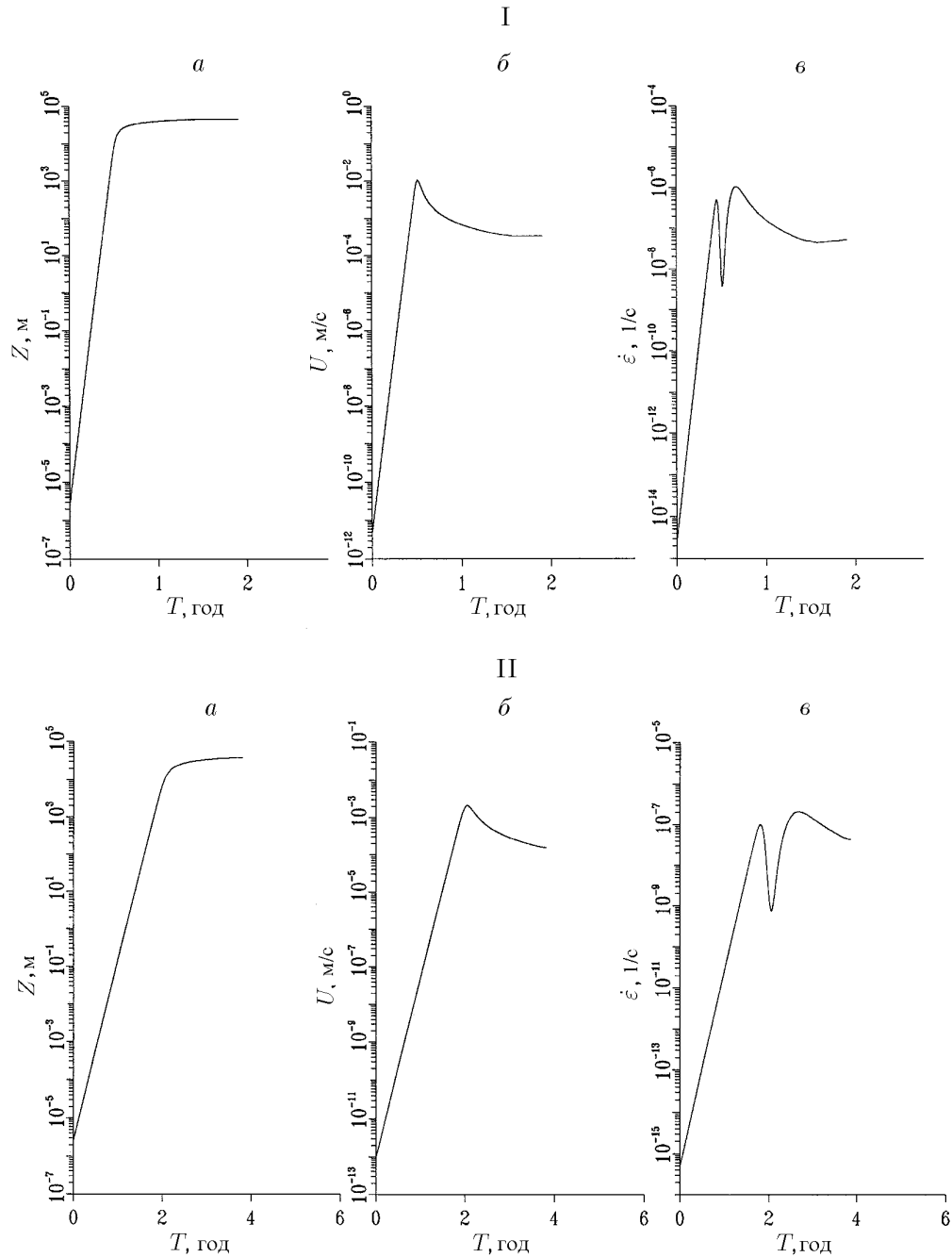


Рис. 2. Зависимость временного изменения расстояния Z , пройденного волной, скорости распространения волны U и скорости деформирования $\dot{\epsilon}$ при $\alpha = 0.6$ и $\mu = 0.0005$ (I) и 0.0001 (II).

чения кривых $\dot{\epsilon}$ фиксируются на уровне значений 10^{-9} – 10^{-7} с $^{-1}$, при которых изменение скорости деформирования практически не влияет на прочность горных пород. Временной интервал Δt между двумя “горбами” в зависимости от α и μ составляет от 3 до 310 сут. (рис. 5). Можно предположить, что именно величина скорости деформации $\dot{\epsilon}$ является в данной модели критерием разрушения и может быть интерпретирована как разрыв сплошности земной коры.

Увеличение коэффициента неоднородности μ вызывает уменьшение промежутка времени между максимумами кривой $\dot{\epsilon}(t)$, соответствующими локализованной деформации

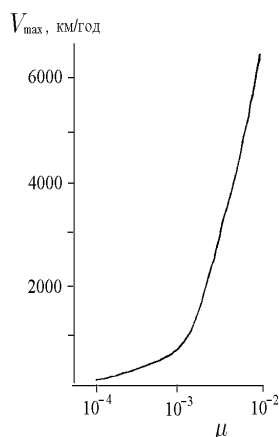


Рис. 3. Зависимость максимальной скорости поворотной волны от коэффициента неоднородности μ при $\alpha = 0.6$.

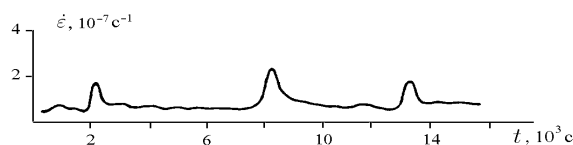


Рис. 4. Изменение во времени скорости локальной деформации в зоне формирования макроразрыва в образце горной породы [8].

(рис. 5, а) и росту скорости деформирования. Ослабление величины начальной флуктуации вращения блока (уменьшение μ) приводит к значительному замедлению развития сейсмического процесса во времени при фиксированном значении коэффициента трения (см. рис. 5, а). Скорость распространения поворотной волны связана с величиной μ — амплитудой флуктуации вращения блока (см. рис. 5), что и подтверждает нелинейность процесса. При более прочном зацеплении границ взаимодействующих блоков, т. е. увеличении коэффициента трения α , для получения максимально возможной скорости деформации требуется существенно больший интервал времени (рис. 5, б).

Таким образом, в статье предложена математическая модель взаимодействия в цепочке блоков с учетом трения на границах блоков и флуктуации оси вращения блока относительно равновесного положения. Численное моделирование характеристик нелинейных волн деформации, образующихся в результате взаимодействия блоков, при различных значениях коэффициента трения и параметра неоднородности позволяет сделать следующие выводы.

1. Значения скорости распространения волны деформации согласуются с экспериментальными данными о скоростях миграции очагов землетрясений. Скорость распространения волны при заданных параметрах трения и неоднородности вращения блока изменяется в области ее максимальных значений в пределах $30 - 6 \cdot 10^3$ км/год, а в стационарной области на больших временах в пределах 3–60 км/год.

2. Полученные оценки предельных значений скорости деформирования среды $(0.02 - 3) \cdot 10^{-5}$ с $^{-1}$ согласуются с экспериментальными данными по измерению деформации в областях перед сильными землетрясениями. В стационарном режиме значения скорости деформирования лежат в пределах $10^{-8} - 10^{-6}$ с $^{-1}$.

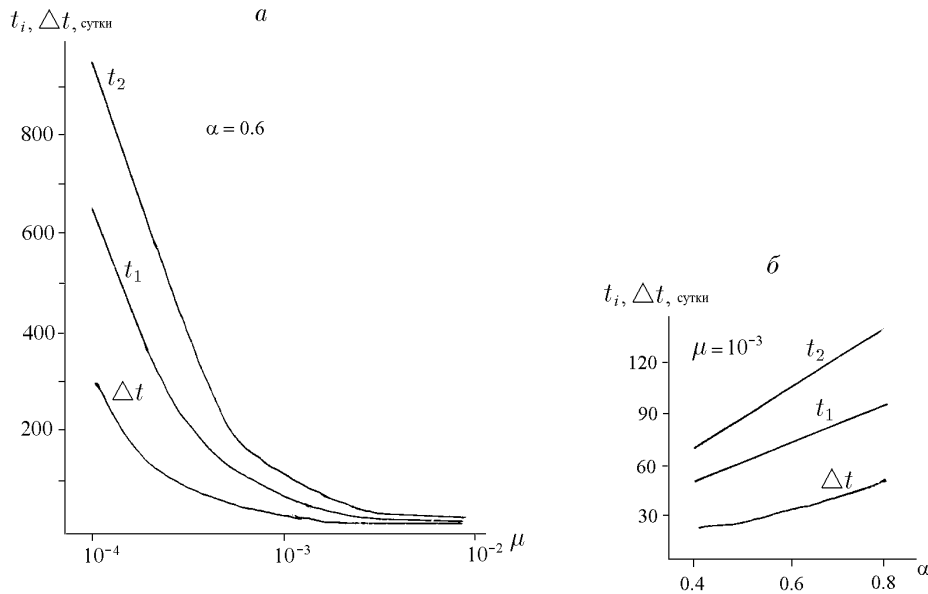


Рис. 5. Зависимость времени максимумов скорости деформирования (t_1 , t_2) и временного интервала между ними (Δt) от коэффициентов неоднородности (a) и трения (b).

3. Наблюдается общая тенденция увеличения значений скорости распространения волны поворота и скорости деформирования среды с увеличением значений коэффициента трения на границе блоков и степени неоднородности вращения блока.

4. Время нарастания скорости распространения волны деформации и положение максимумов скорости деформирования во времени изменяется от нескольких дней до нескольких месяцев, лет в зависимости от значений коэффициентов трения и неоднородности вращения. С увеличением значения коэффициента трения время выхода в стационарный режим увеличивается, а с увеличением значения параметра неоднородности, наоборот, уменьшается.

Список литературы

- [1] MOGI K. Migration of seismic activity. *Bull. of Earthquake Research Institute*. **46**, 1968, 53–74.
- [2] КАСАХАРА К. *Механика землетрясений*. Мир, М., 1981.
- [3] КУЗНЕЦОВ И. В., КЕЙЛИС-БОРОК В. И. Взаимосвязь землетрясений Тихоокеанского сейсмического пояса. *Докл. РАН*, **355**, №3, 1997, 389–393.
- [4] ELSASSER W. H. Convection and stress propagation in the upper mantle. In *“Appl. of Modern Phys. to Earth and Planet Interior”*. Wiley, NY, 1969, 223–246.
- [5] РАЙС ДЖ. *Механика очага землетрясения*. Мир, М., 1982.
- [6] НИКОЛАЕВСКИЙ В. Н. *Механика геоматериалов и землетрясения*. ВИНТИ, Мех. деформируемого тела, М., Т. 15, 1983, 149–230.

- [7] ВИКУЛИН А. В., ИВАНЧИН А. Г. Модель сейсмического процесса. *Вычисл. технологии*, **2**, №2, 1997, 20–25.
- [8] SALERNO M., SOERENSEN M. P., SKOVGAARD O., CHRISTIANSEN P. L. Perturbation theories for sine-Gordon soliton dynamics. *Wave Motion*, **5**, №1, 1983, 49–58.
- [9] РОДИОНОВ В. Н., СИЗОВ И. А., ЦВЕТКОВ В. М. *Основы геомеханики*. Недра, М., 1986.
- [10] ENGLAND P., MOLNAR P. The field of crustal velocity in Asia calculated from Quaternary rates of slip on faults. *Geophys. J. Int.*, **130**, №3, 1997, 551–582.
- [11] NUR A., RON H., SCOTTI O. Fault mechanics and kinematics of block rotations. *Geology*, **14**, 1986, 746–749.
- [12] НИКОЛАЕВСКИЙ В. Н. *Геомеханика и флюидодинамика*. Недра, М., 1996.
- [13] СОБОЛЕВ Г. А. *Основы прогноза землетрясений*. Наука, М., 1993.
- [14] КУЛАГИН В. К., МАЛАМУД А. С., СТАРКОВ В. И., КУЛАГИНА М. В. Долгосрочные предвестники серии сильных землетрясений. *Изв. АН СССР, Физика Земли*, №9, 1980, 110–117.

Поступила в редакцию 25 декабря 1998 г.,
в переработанном виде 12 марта 1999 г.