

Интеллектуальная программная поддержка в задачах анализа случайных цифровых изображений

А. Л. РЕЗНИК¹, А. В. ТУЗИКОВ², А. А. СОЛОВЬЕВ^{1,*}, А. В. ТОРГОВ¹

¹Институт автоматизации и электротехники СО РАН, Новосибирск, Россия

²Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси, Минск

*Контактный e-mail: solowey@rambler.ru

Описаны специализированные методы, разработанные авторами для решения задач обработки случайных точечных изображений, в основе которых лежат построение программных систем для проведения трудоемких аналитических выкладок и использование различных расширений классических чисел Каталана. Приведены примеры эффективного применения предложенных методов для расчета точных аналитических формул, описывающих вероятность безошибочного считывания случайных дискретных полей и цифровых изображений, проводимого сканирующей апертурой с ограниченным числом пороговых уровней.

Ключевые слова: программные аналитические выкладки, случайное изображение, вероятность безошибочного считывания.

Библиографическая ссылка: Резник А.Л., Тузиков А.В., Соловьев А.А., Торгов А.В. Интеллектуальная программная поддержка в задачах анализа случайных цифровых изображений // Вычислительные технологии. 2018. Т. 23, № 5. С. 70–81. DOI: 10.25743/ICT.2018.23.5.007.

Введение

При цифровой регистрации и последующей обработке быстропротекающих динамических процессов различной физической природы одни из наиболее трудоемких и алгоритмически сложных задач связаны с необходимостью определения неизвестных координат объектов-источников излучения, поскольку в таких задачах одновременно требуется выполнить условия по точности и надежности регистрации. Нахождение замкнутых аналитических соотношений, связывающих надежность регистрации с характеристиками физического процесса (например, мощностью источника случайного излучения) и параметрами системы регистрации, в большинстве практически важных случаев является проблемной и весьма трудоемкой задачей. В математическом плане аналогичные вопросы возникают во многих научно-технических приложениях. В частности, подобные исследования востребованы в теории надежности [1] и математической теории связи [2], а также в технической диагностике [3] — например, при разработке методов устранения неисправностей, проявляющихся в виде перемежающихся отказов. В астрофизике и космологии [4] с подобными проблемами сталкиваются при поиске барстеров — вспыхивающих галактических рентгеновских источников. В современных разделах информатики эти методы используются при построении алгоритмов

обнаружения слабоконтрастных и малоразмерных объектов на зашумленных цифровых изображениях [5], а, к примеру, в теории сигналов эти методы нужны для оценивания надежности регистрации случайных точечных полей [6].

В настоящей статье излагаются разработанные авторами методы расчета точных аналитических формул и соотношений, которыми описывается надежность регистрации (т. е. вероятность безошибочного считывания) случайного точечно-импульсного поля, когда такое считывание осуществляется с использованием сканирующей апертуры при ограниченном числе пороговых уровней. Особенностью проведенных исследований является то, что получение новых ранее неизвестных аналитических формул базируется на двух нестандартных и разработанных специально для этой задачи подходах. Первый подход связан с построением программ для аналитического (именно аналитического, а не численного) расчета многомерных интегральных выражений по выпуклым многогранникам со свободно перемещаемыми границами. Второй подход связан с применением (и, соответственно, нахождением явного аналитического вида) обобщенных чисел Каталана, которые в нашем случае являются многомерным специализированным расширением классических чисел Каталана [7–9].

1. Постановка задачи

При регистрации случайных полей и изображений сбой в определении истинных координат малоразмерных (в идеале — точечных) объектов наступает в тот момент, когда число объектов, попавших в пределы сканирующей апертуры, превысит определенный пороговый уровень.

Под случайным двумерным полем подразумевается реализация на плоскости дискретно-точечного распределения, созданного неким пуассоновским источником, имеющим интенсивность λ . Это означает, что вероятность события, заключающегося в том, что на любое наперед заданное подмножество A такого поля (рис. 1) выпадет в точности n случайных пуассоновских отсчетов потока, зависит только от площади $s(A)$ этого подмножества и задается вероятностью

$$P_A(n) = \exp(-\lambda s(A)) \frac{(\lambda s(A))^n}{n!}.$$

Классическая схема телевизионного считывания такого случайного точечного изображения представлена на рис. 2.

Считывающей апертурой $\varepsilon \times \varepsilon$ последовательно осуществляется сканирование всех горизонтальных полос изображения, имеющих ширину ε . Внутри каждой полосы апертура непрерывно перемещается, двигаясь по оси абсцисс слева направо. При попадании точечного объекта в пределы считывающей апертуры суммарный сигнал интегратора увеличивается на единицу и переходит на следующий пороговый уровень. В этот момент происходит фиксация координат очередного точечного объекта (естественно, с точностью ε по оси ординат). При выбывании какого-либо объекта из окна интегрирующей апертуры суммарный уровень сигнала интегратора соответственно уменьшается на единицу. Как уже отмечалось, при щелевом (одномерный случай) или телевизионном (двумерный случай) считывании дискретно-точечных изображений интеграторами, имеющими ограниченное число пороговых уровней, важнейшей характеристикой является вероятность безошибочного считывания изображения, т. е. вероятность того,

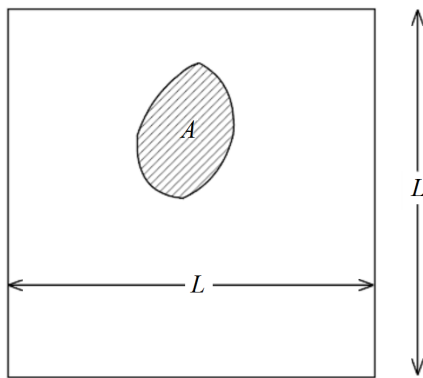


Рис. 1. Случайное точечное поле, формируемое “пуассоновским” источником интенсивностью λ

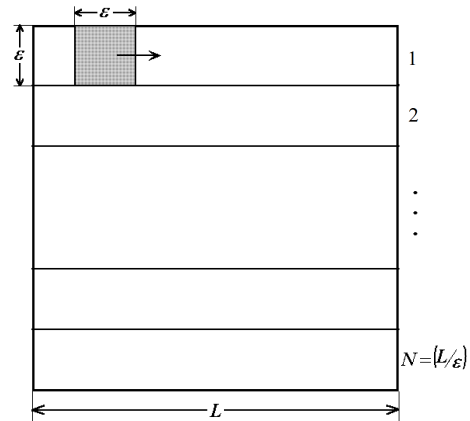


Рис. 2. Схема телевизионного считывания случайного “пуассоновского” поля размером $L \times L$

что за весь период сканирования в окне интегрирующей апертуры ни разу не будет находиться более k объектов (здесь k — число пороговых уровней интегратора).

Вообще говоря, если использовать приведенную на рис. 2 телевизионную схему, то вероятность безошибочного считывания представленного на рис. 1 плоского точечного изображения запишется в виде

$$P = \left[\exp(-\lambda\epsilon L) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\lambda\epsilon L)^n}{n!} P_{n,k}(\epsilon, L) \right]^N. \quad (1)$$

Здесь выражение в квадратных скобках есть вероятность безошибочного считывания каждой из N горизонтальных полос. В свою очередь, соотношение для вероятности безошибочного считывания одной отдельно взятой полосы — это взвешенная сумма вероятностей наличия в полосе в точности n пуассоновских отсчетов, взятых с весами, равными $P_{n,k}(\epsilon, L)$. За это отвечает множитель

$$\exp(-\lambda\epsilon L) \frac{(\lambda\epsilon L)^n}{n!}.$$

Последняя вероятность $P_{n,k}(\epsilon, L)$ соответствует безошибочному считыванию случайного, но уже одномерного n -точечного изображения, проводимому k -пороговым одномерным интегратором, имеющим щель размером ϵ . Если теперь провести стандартную нормализацию, чтобы исключить из рассмотрения (не ограничивая общности) параметр L , то исходная задача отыскания “двумерной” вероятности (1) сведется к следующей одномерной задаче, которая в пределах настоящего рассмотрения будет называться *главной*: “Требуется найти вероятность $P_{n,k}(\epsilon)$ события, состоящего в том, что при случайном бросании n точек на интервал $(0, 1)$ не будет образовано ни одной ϵ -группировки, содержащей более k точек”.

Существующие методы решения проблем, связанных со случайным разбиением интервала [10–13], к которым относится поставленная главная задача, не дают ее общего решения, т. е. не позволяют найти замкнутые аналитические формулы для вычисления вероятностей $P_{n,k}(\epsilon)$ при произвольных значениях целочисленных параметров n и k .

Предложенные нами новые методы, которые основаны на программных системах для проведения трудоемких аналитических преобразований и использовании обобщенных чисел Каталана, позволили существенно продвинуться в решении главной задачи, что и составляет предмет настоящей статьи.

2. Оценка надежности считывания случайных дискретных полей и цифровых изображений с помощью апертуры с ограниченным числом пороговых уровней

Кажущаяся простота сформулированной главной задачи иллюзорна. Уже при $k = 2$ (параметр k соответствует количеству пороговых уровней сканирующей апертуры) нахождение даже частных ее решений требует создания специализированных программных пакетов, ориентированных на проведение огромного объема циклически повторяющихся рутинных аналитических выкладок, которые исследователь не в состоянии проделать “вручную”. Вторая сложность возникает на заключительном этапе, когда с применением обобщенных чисел Каталана ведется процесс математически строгого обоснования рассчитанных (в том числе с помощью ЭВМ) обобщающих аналитических зависимостей. В сжатом виде предлагаемая схема решения задачи включает в себя следующие этапы.

2.1. Получение частных решений главной задачи с помощью программ машинной аналитики

Точное аналитическое решение приведенной выше главной задачи известно лишь для простейшего частного случая, когда $k = 1$ [14, 15]:

$$P_{n,1}(\varepsilon) = (1 - (n - 1)\varepsilon)^n, \quad 0 \leq \varepsilon \leq 1/(n - 1). \quad (2)$$

Формула (2) фактически описывает вероятность того, что при случайном бросании n точек на интервал $(0, 1)$ все выброшенные точки “разлетятся” между собой на расстояние, превышающее ε . Формулу (2) можно получить различными способами. Например, в [14] она представлена как результат вычисления легко интегрируемого повторного интеграла

$$P_{n,1}(\varepsilon) = n! \int_{(n-1)\varepsilon}^1 dx_n \left\{ \int_{(n-2)\varepsilon}^{x_n-\varepsilon} dx_{n-1} \cdots \left\{ \int_{2\varepsilon}^{x_4-\varepsilon} dx_3 \left\{ \int_{\varepsilon}^{x_3-\varepsilon} dx_2 \left\{ \int_0^{x_2-\varepsilon} dx_1 \right\} \right\} \right\} \right\}.$$

В [16] предложен простой вероятностно-геометрический метод, позволяющий получить решение (2), вообще не прибегая к процедуре многомерного интегрирования. Таким образом, решить главную задачу, когда $k = 1$, не представляет труда. Гораздо сложнее продвигаться в ее решении при $k > 1$. В принципе, вероятность $P_{n,k}(\varepsilon)$ может быть записана в форме многократного интеграла

$$P_{n,k}(\varepsilon) = n! \int \cdots \int_{D_{n,k}(\varepsilon)} dx_1 \dots dx_n,$$

где область интегрирования $D_{n,k}(\varepsilon) \subset R^n$ описывается системой линейных неравенств

$$\begin{cases} 0 < x_1 < x_2 < \dots < x_{n-1} < x_n < 1, \\ x_{k+1} - x_1 > \varepsilon, \\ x_{k+2} - x_2 > \varepsilon, \\ \vdots \\ x_n - x_{n-k} > \varepsilon. \end{cases}$$

Для нахождения частных аналитических решений этой задачи при фиксированных значениях n и k нами предложено несколько методов. В каждом из них осуществляется полная формализация задачи, включая алгоритмическую проработку процедур многомерного интегрирования по областям, представляющим собой выпуклые многогранники со свободно перемещаемыми границами в n -мерном пространстве. Программная реализация разработанных алгоритмов позволила найти полный набор частных формул $P_{n,k}(\varepsilon)$ во всех диапазонах изменения непрерывного параметра ε для всех фиксированных значений целочисленных параметров n и k вплоть до $n = 14$. Как уже отмечалось, расчет этих формул требует выполнения огромного числа трудоемких операций расстановки пределов интегрирования, проверки промежуточных систем линейных неравенств на совместность, непосредственного интегрирования в n -мерном пространстве и объединения результатов в соответствии с диапазонами изменения свободного параметра ε . Провести такие вычисления “вручную” (в данном случае уже при $n = 4$) практически нереально. Более того, при увеличении размерности интегрируемых выражений свыше $n = 12$ мы были вынуждены проводить расчеты на многоядерном вычислительном кластере, поскольку получить результат на обычном однопроцессорном персональном компьютере даже сравнительно высокой производительности невозможно. В Приложении в качестве примера приведена таблица, содержащая программный расчет формул $P_{n,2}(\varepsilon)$ для $n = 13, 14$ во всех диапазонах изменения свободного параметра ε (вычисления проводились на многопроцессорном кластере НГУ).

2.2. Нахождение общих закономерностей

На следующем этапе предпринята попытка с помощью анализа полученных частных результатов установить и по возможности доказать общие закономерности образования вероятностных формул $P_{n,k}(\varepsilon)$ для случая $k > 1$, если таковые удастся выявить. Ряд таких аналитических закономерностей действительно был обнаружен, а впоследствии и строго доказан. Мы попытались по аналогии с формулой (2), справедливой для $k = 1$, найти обобщающие вероятностные формулы $P_{n,k}(\varepsilon)$ для случая $k = 2$. К сожалению, эта задача оказалась намного сложнее предыдущей. Это связано в первую очередь с тем, что, в отличие от случая $k = 1$, вероятность $P_{n,k}(\varepsilon)$ при $k = 2$ распадается на несколько кусочно-полиномиальных фрагментов, непрерывно состыкованных в точках “склейки”. Во-вторых, сама формула $P_{n,2}(\varepsilon)$ видоизменяется в зависимости от четности n . В-третьих, нахождение закономерностей на каждом из диапазонов изменения параметра ε требует создания для каждого из них индивидуальной вычислительной схемы, что в большинстве случаев приводит к необходимости решения весьма трудоемких дискретно-комбинаторных подзадач. Усложняло расчеты еще и то обстоятельство, что во всех таких подзадачах (т. е. во всех диапазонах изменения параметра ε) возникали

разные модификации обобщенных чисел Каталана, знание явного вида которых требовалось при упорядочении взаимозависимых случайных числовых последовательностей. И хотя при этом все элементы анализируемых последовательностей являлись равномерно распределенными вещественными величинами, задачи с обобщенными числами Каталана оказалось удобнее ставить и решать в словарно-лингвистической форме [17]. Аналитическое представление для наиболее простых расширений классических чисел Каталана удалось получить с помощью стандартных комбинаторно-геометрических построений, а для нахождения их явной формы в более сложных многомерных расширениях пришлось применить методику отыскания случайных путей в камерах Вейля [18]. В качестве примера ниже приводится постановка двух сформулированных нами словарно-символьных задач, которые приводят к обобщенным числам Каталана. Их решение потребовалось при отыскании и доказательстве приведенных в последнем разделе настоящей статьи соотношений (3)–(5) для обобщающих вероятностных формул $P_{n,2}(\varepsilon)$.

3. Словарные задачи, приводящие к обобщенным числам Каталана

3.1. Первая словарная задача с шестисимвольным алфавитом

Из N_a символов a , N_b символов b , N_c символов c , N_d символов d , N_e символов e и N_f символов f , удовлетворяющих ограничениям

$$\begin{aligned} N_a + N_d + N_e &= m, & N_b + N_c + N_f &= m, \\ N_a + N_c &\leq m, \end{aligned}$$

составляются различные слова фиксированной длины $2m$. Требуется найти общее количество слов $WORD1_m(N_a, N_b, N_c, N_d, N_e, N_f)$, одновременно удовлетворяющих трем условиям:

- 1) при просмотре слова слева направо количество встреченных символов b никогда не превышает количества встреченных символов a ;
- 2) при просмотре слова справа налево количество встреченных символов d никогда не превышает количества встреченных символов c ;
- 3) при просмотре слова слева направо количество встреченных символов f никогда не превышает количества встреченных символов e более чем на $(N_a - N_b)$.

Решение. С использованием классического метода зеркального отражения Д. Андре [19] найдено решение сформулированной задачи:

$$\begin{aligned} WORD1_m(N_a, N_b, N_c, N_d, N_e, N_f) &= (2m)! \times \\ &\times \left\{ \frac{1}{N_e! N_f!} - \frac{1}{(m+1 - (N_b + N_d))! (m-1 - (N_a + N_c))!} \right\} \times \\ &\times \left\{ \frac{1}{N_a! N_b!} - \frac{1}{(N_a + 1)! (N_b - 1)!} \right\} \left\{ \frac{1}{N_c! N_d!} - \frac{1}{(N_c + 1)! (N_d - 1)!} \right\}. \end{aligned}$$

3.2. Вторая словарная задача с шестисимвольным алфавитом

Имеется набор из N_a символов a , N_b символов b , N_c символов c , N_d символов d , N_e символов e и N_f символов f , причем

$$\begin{aligned} N_a + N_d + N_e &= m, & N_b + N_c + N_f &= m, \\ N_a + N_c &\geq m + 1. \end{aligned}$$

Из этого набора составляются различные слова фиксированной длины $2m$. Требуется найти общее количество слов $WORD2_m(N_a, N_b, N_c, N_d, N_e, N_f)$, одновременно удовлетворяющих трем условиям:

- 1) при просмотре слова слева направо количество встреченных символов b никогда не превышает количества встреченных символов a ;
- 2) при просмотре слова справа налево количество встреченных символов d никогда не превышает количества встреченных символов c ;
- 3) при просмотре слова слева направо количество встреченных символов a никогда не превышает количества встреченных символов c более чем на $(m + 1 - N_c)$.

Решение (получено с использованием методики отыскания случайных путей в камерах Вейля [18]).

$$\begin{aligned} WORD2_m(N_a, N_b, N_c, N_d, N_e, N_f) &= \frac{(2m)!}{N_e!N_f!} \times \\ &\times \left\{ \left[\frac{1}{N_a!N_b!N_c!N_d!} - \frac{1}{N_a!N_b!(N_c+1)!(N_d-1)!} \right] + \right. \\ &+ \left[\frac{1}{(N_a+1)!(N_b-1)!(N_c+1)!(N_d-1)!} - \frac{1}{(N_a+1)!(N_b-1)!N_c!N_d!} \right] + \\ &+ \left[\frac{1}{(m+3)!N_b!(N_d-1)!(N_a+N_c-(m+2))!} - \right. \\ &\left. \frac{1}{(m+2)!N_b!N_d!(N_a+N_c-(m+2))!} \right] + \\ &+ \left[\frac{1}{(m+3)!(N_b-1)!N_d!(N_a+N_c-(m+2))!} - \right. \\ &\left. \left. - \frac{1}{(m+4)!(N_b-1)!(N_d-1)!(N_a+N_c-(m+2))!} \right] \right\}. \end{aligned}$$

4. Доказательство и общий вид формул $P_{n,k}(\varepsilon)$, найденных с использованием программных, аналитических и комбинаторных алгоритмов

В случае $k = 2$ не удалось найти замкнутую аналитическую формулу для вероятностей $P_{n,k}(\varepsilon)$, подобную формуле (2) при $k = 1$. Однако с использованием всех перечисленных выше компьютерных и дискретно-комбинаторных инструментов, включая программно-аналитические вычисления и обобщенные числа Каталана, установлен и доказан целый ряд новых ранее неизвестных аналитических зависимостей.

В частности, для четных значений $n = 2m$ на участке $\frac{1}{m} < \varepsilon < \frac{1}{m-1}$ нами строго доказана ранее высказанная в [20] формула-гипотеза

$$P_{2m,2}(\varepsilon) = \frac{1}{m+1} C_{2m}^m (1 - (m-1)\varepsilon)^{2m}. \quad (3)$$

Для четных значений $n = 2m$ на участке $\frac{1}{m+1} < \varepsilon < \frac{1}{m}$ установлена формула

$$\begin{aligned} P_{2m,2}(\varepsilon) = & C_{2m}^m (1 - (m-1)\varepsilon)^{2m} - C_{2m}^{m-1} (1 - (m-1)\varepsilon)^{2m} - \\ & - C_{2m}^{m-2} (1 - m\varepsilon)^{m+2} (1 - (m-2)\varepsilon)^{m-2} + \\ & + 2C_{2m}^{m-3} (1 - m\varepsilon)^{m+3} (1 - (m-2)\varepsilon)^{m-3} - \\ & - C_{2m}^{m-4} (1 - m\varepsilon)^{m+4} (1 - (m-2)\varepsilon)^{m-4}. \end{aligned} \quad (4)$$

Для нечетных значений $n = 2m+1$ на участке $\frac{1}{m+1} < \varepsilon < \frac{1}{m}$ найдена формула

$$\begin{aligned} P_{2m+1,2}(\varepsilon) = & C_{2m+1}^{m+1} (1 - m\varepsilon)^{m+1} (1 - (m-1)\varepsilon)^m - \\ & - 2C_{2m+1}^{m+2} (1 - m\varepsilon)^{m+2} (1 - (m-1)\varepsilon)^{m-1} + C_{2m+1}^{m+3} (1 - m\varepsilon)^{m+3} (1 - (m-1)\varepsilon)^{m-2}. \end{aligned} \quad (5)$$

Созданные для расчета частных решений главной задачи и нахождения явного вида обобщенных чисел Каталана вычислительные схемы, которые были положены в основу доказательства формул (3)–(5), приводятся в [21, 22].

Заключение

Описан оригинальный подход к решению трудоемких прикладных и теоретических задач обработки изображений, в которых для преодоления трудностей, связанных с необходимостью проведения большого объема разветвленных аналитических вычислений, предложено использовать средства программно-интеллектуальной поддержки. В рамках такого подхода созданы специализированные программные системы для эффективного вычисления объемных интегралов по выпуклым многогранникам в n -мерном пространстве, а также предложено новое многомерное обобщение чисел Каталана. С помощью этих методов удалось успешно решить ряд сложных задач, связанных с регистрацией и анализом случайных точечных изображений. В проведенных исследованиях компьютер играл роль интеллектуального “помощника”, оснащенного современными программными средствами для скоростного проведения громоздких аналитических преобразований. Эффект, достигнутый в связи с применением описанных в статье методов, позволяет надеяться на дальнейшее продвижение в решении главной задачи исследования.

Благодарности. Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 16-01-00313 и № 18-51-00001) и проекта г.з. РФ № 319-2018-0008.

Приложение

Аналитически рассчитанные на ЭВМ вероятностные формулы $P_{n,2}(\varepsilon)$ для $n = 13, 14$

Диапазон ε	$P_{n,2}(\varepsilon)$
$n = 13$	
$0 < \varepsilon < 1/8$	$1 - 858\varepsilon^2 + 12012\varepsilon^3 + 80080\varepsilon^4 - 3294720\varepsilon^5 + 30086628\varepsilon^6 -$ $-62925720\varepsilon^7 - 909369747\varepsilon^8 + 607341600\varepsilon^9 - 34250637564\varepsilon^{10} +$ $+8277827280\varepsilon^{11} - 54680029443\varepsilon^{12} - 3365355508\varepsilon^{13}$
$1/8 < \varepsilon < 1/7$	$104\varepsilon - 5850\varepsilon^2 + 158444\varepsilon^3 - 2848560\varepsilon^4 +$ $+38877696\varepsilon^5 - 419752476\varepsilon^6 + +3535787112\varepsilon^7 -$ $-22501646739\varepsilon^8 + 104573017120\varepsilon^9 - 341340799228\varepsilon^{10} +$ $+738292725456\varepsilon^{11} - 948033227011\varepsilon^{12} + 546390458380\varepsilon^{13}$
$1/7 < \varepsilon < 1/6$	$-143 + 11440\varepsilon - 417846\varepsilon^2 + 9241804\varepsilon^3 - 138278855\varepsilon^4 +$ $+1479488868\varepsilon^5 - 11654720220\varepsilon^6 + 68485295736\varepsilon^7 - 300346819344\varepsilon^8 +$ $+971335553760\varepsilon^9 - 2252457979200\varepsilon^{10} + 3547733904000\varepsilon^{11} -$ $-3402622080000\varepsilon^{12} + 1501156800000\varepsilon^{13}$
$n = 14$	
$0 < \varepsilon < 1/8$	$1 - 1092\varepsilon^3 + 16744\varepsilon^3 + 156156\varepsilon^4 - 6498492\varepsilon^5 +$ $+63159096\varepsilon^6 - 56566224\varepsilon^7 - 3999887892\varepsilon^8 +$ $+38992765812\varepsilon^9 - 174352258080\varepsilon^{10} + 360697473864\varepsilon^{11} -$ $-4817094828\varepsilon^{12} - 1349321055012\varepsilon^{13} + 1753807624920\varepsilon^{14}$
$1/8 < \varepsilon < 1/7$	$65 - 6552\varepsilon + 309036\varepsilon^2 - 8975512\varepsilon^3 + 178510332\varepsilon^4 -$ $-2564958396\varepsilon^5 + 27418999608\varepsilon^6 - 221377405392\varepsilon^7 +$ $+1356313562604\varepsilon^8 - 6275548683404\varepsilon^9 + 21590662949856\varepsilon^{10} -$ $-53575501829304\varepsilon^{11} + 90670532458324\varepsilon^{12} - 93708297788196\varepsilon^{13} +$ $+44634761108184\varepsilon^{14}$
$1/7 < \varepsilon < 1/6$	$429 - 36036\varepsilon + 1405404\varepsilon^2 - 33729696\varepsilon^3 + 556539984\varepsilon^4 -$ $-6678479808\varepsilon^5 + 60106318272\varepsilon^6 - 412157611008\varepsilon^7 +$ $+2163827457792\varepsilon^8 - 8655309831168\varepsilon^9 + 25965929493504\varepsilon^{10} -$ $-56652937076736\varepsilon^{11} - 84979405615104\varepsilon^{12} -$ $-78442528260096\varepsilon^{13} + 3618226397184\varepsilon^{14}$

Список литературы / References

- [1] **Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д.** Математические методы в теории надежности. М.: Наука, 1965. 524 с.
Gnedenko, B.V., Beliaev, Yu.K., Solov'ev, A.D. Mathematical methods of reliability theory. New York: Acad. Press, 1969. 506 p.
- [2] **Shannon, C.E.** A mathematical theory of communication // Bell System Technical J. 1948. Vol. 27. P. 379–423.
- [3] **Биргер И.А.** Техническая диагностика. М.: Машиностроение, 1978. 240 с.
Birger, I.A. Technical diagnostics. Moscow: Mashinostroenie, 1978. 240 p. (In Russ.)
- [4] **Weinberg, S.** Cosmology. New York: Oxford Univ. Press, 2008. 593 p.

- [5] **Киричук В.С., Шакенов А.К.** Алгоритмы обнаружения точечных объектов по стерео-изображениям // Автометрия. 2005. № 2. С. 14–22.
Kirichuk, V.S., Shakenov, A.K. Algorithms for point object detection from stereo images // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. 2005. No. 2. P. 13–20.
- [6] **Ефимов В.М., Искольдский А.М., Крендель Ю.М., Лившиц З.А.** О характеристиках различных методов считывания изображений дискретных структур // Автометрия. 1973. № 1. С. 3–7.
Efimov, V.M., Iskoldsky, A.M., Krendel, Yu.M., Livshits, Z.A. On characteristics the various methods for reading images of discrete structures // Avtometriya. 1973. No. 1. P. 3–7. (In Russ.)
- [7] **Stanley, R.P.** Enumerative combinatorics. Cambridge studies in advanced mathematics 62. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1999. Vol. 2. P. 600.
- [8] **Gardner, M.** Mathematical games, Catalan numbers: an integer sequence that materializes in unexpected places // Sci. American. 1976. No. 234. P. 120–125.
- [9] **Hilton, P., Pedersen, J.** Catalan numbers, their generalization, and their uses // Math. Intern. 1991. Vol. 13, No. 2. P. 64–75.
- [10] **Darling, D.A.** On class problems related to the random division of an interval // Annals of Math. Statistics. 1953. Vol. 24. P. 239–253.
- [11] **Barton, D.E., David, F.N.** Combinatorial extreme value distributions // Mathematika. 1959. No. 6. P. 63–76.
- [12] **Naus, J.I.** Some probabilities, expectations, and variances for the size of largest clusters and smallest intervals // J. of the American Statistical Association. 1966. Vol. 61. P. 1191–1199.
- [13] **Дэйвид Г.** Порядковые статистики. М.: Наука, 1979. 336 с.
David, H.A. Order statistics. New York: Wiley, 1970. 272 p.
- [14] **Parzen, E.** Modern probability theory and its applications. New York; London: John Wiley and Sons, 1960. 464 p.
- [15] **Уилкс С.** Математическая статистика. М.: Наука, 1967. 632 с.
Wilks, S.S. Mathematical statistics. New Jersey: Princeton Univ. Press, 1947. 310 p.
- [16] **Резник А.Л., Ефимов В.М., Соловьев А.А., Торгов А.В.** О надежности считывания случайных точечных объектов при ограниченном числе пороговых уровней сканирующей апертуры // Автометрия. 2014. Т. 50, № 6. С. 61–68.
Reznik, A.L., Efimov, V.M., Solov'ev, A.A., Torgov, A.V. Reliability of readout of random point fields with a limited number of threshold levels of the scanning aperture // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. 2014. Vol. 50, No. 6. P. 582–588.
- [17] **Резник, А.Л., Ефимов, В.М., Соловьев, А.А., Торгов, А.В.** Обобщенные числа Каталана в задачах обработки случайных дискретных изображений // Автометрия. 2011. Т. 47, № 6. С. 11–15.
Reznik, A.L., Efimov, V.M., Solov'ev, A.A., Torgov, A.V. Generalized Catalan numbers in problems of processing of random discrete images // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. 2011. Vol. 47, No. 6. P. 533–536.
- [18] **Gessel, I.M., Zeilberger, D.** Random walk in a Weyl chamber // Proc. Amer. Math. Soc. 1992. Vol. 115, No. 1. P. 27–31.
- [19] **Andre, D.** Solution directe du probleme resolu par M. Bertrand // C.R. Acad. Sci. Paris. 1887. Vol. 105, No. 1. P. 436–437.

- [20] **Резник А.Л.** Моделирование на ЭВМ непрерывного считывания изображений дискретной структуры // Автометрия. 1981. № 6. С. 3–6.
Reznik, A.L. Computer simulation for reading of continuous images of a discrete structure // Avtometriya. 1981. No. 6. P. 3–6. (In Russ.)
- [21] **Резник А.Л., Соловьев А.А., Торгов А.В.** Программно-комбинаторный подход к решению задач безошибочного считывания случайных точечных изображений // Автометрия. 2016. Т. 52, № 2. С. 20–27.
Reznik, A.L., Solov'ev, A.A., Torgov, A.V. Program-combinatorial approach to solving problems of error-free readout of random point images // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. 2016. Vol. 52, No. 2. P. 121–127.
- [22] **Reznik, A.L., Efimov, V.M., Solov'ev, A.A., Torgov, A.V.** On the reliable readout of random discrete-point structures // Pattern Recognition and Image Analysis (Advances in Mathematical Theory and Applications). 2015. Vol. 25, No. 1. P. 84–88.

*Поступила в редакцию 18 февраля 2018 г.,
с доработки — 28 августа 2018 г.*

Intellectual program support for the analysis of random digital images

REZNIK, ALEXANDER L.¹, TUZIKOV, ALEXANDER V.²,
SOLOVEV, ALEXANDER A.^{1,*}, TORGOV, ANDREY V.¹

¹Institute of Automation and Electrometry SB RAS, Novosibirsk, 630090, Russia

²Institute of Informatics Problems NAS of Belarus, Minsk, 220012, Belarus

*Corresponding author: Soloviev, Alexander A., e-mail: solowey@rambler.ru

During the digital registration and subsequent processing of fast dynamic processes which have different physical nature, determination for the unknown coordinates of the point-pulse sources becomes one of the most time-consuming and algorithmically complex problems. It happens since it is necessary to satisfy the requirements for accuracy and reliability of registration in such tasks. Finding the exact analytical relationships connecting reliability of the registration with the characteristics of the physical process and the output parameters of the processing system is a problematic and very difficult task in most practically important cases, for example in the case of power of random radiation source and the size of the analyzed field.

This paper proposes the methods developed by the authors for calculating the exact analytical formulas and relationships that describe the probability of error-free readout of a random point-pulse field when registration procedure is performed by a scanning aperture with a limited number of threshold levels. The specialized methods, based on the construction of software systems for laborious analytical calculations and the use of various extensions of the classical Catalan numbers are offered. In particular, procedures have been built for multidimensional integration over convex polyhedral areas with freely movable boundaries in n-dimensional space. Two probabilistic problems are also formulated, leading to an extension of the classical Catalan numbers, which turned out to be more convenient to formulate and solve in a symbolic-linguistic form.

Keywords: software analytical analysis, random image, probability of error-free reading.

Cite: Reznik, A.L., Tuzikov, A.V., Soloviev, A.A., Torgov, A.V. Intellectual program support for the analysis of random digital images // Computational Technologies. 2018. Vol. 23, No. 5. P. 70–81. (In Russ.) DOI: 10.25743/ICT.2018.23.5.007.

Acknowledgements. The work was supported by the RFBR (grants No. 16-01-00313 and No. 18-51-00001) and project for Russian Basic Scientific Research No. 319-2018-0008.

Received 18 February 2018

Received in revised form 28 August 2018