Вычислительные технологии **Том 23, № 5, 2018**

Таблицы геометрических, скоростных и энергетических характеристик придонных частей торнадо

И. Ю. Крутова
Снежинский физико-технический институт Национального исследовательского ядерного университета МИФИ, Россия
Контактный e-mail: IYKrutova@mephi.ru

В настоящей работе при заданном в таблице Фудзиты значении ширины полосы разрушений для всех торнадо установлены два внешних радиуса притока воздуха в придонную часть торнадо: r_{in1} и r_{in2}. Первый из этих радиусов r_{in1} такой, что кинетическая энергия вращательного движения построенного потока составляет половину всей его кинетической энергии. При втором радиусе r_{in2} кинетическая энергия всего потока становится равной кинетической энергии самого слабого торнадо, при котором имеют место разрушения. Знание значений этих радиусов позволит более надежно прогнозировать возникновение торнадо.

Ключевые слова: система уравнений газовой динамики, шкала Фудзиты, кинетическая энергия, радиус притока.

Библиографическая ссылка: Крутова И.Ю. Таблицы геометрических, скоростных и энергетических характеристик придонных частей // Вычислительные технологии. 2018. Т. 23, № 5. С. 63–69. DOI: 10.25743/ICT.2018.23.5.006.

Введение

В природе довольно часто встречается яркое и грозное явление — торнадо. С.П. Баутиным предложена схема возникновения и устойчивого функционирования потоков типа природных торнадо [1], которая получила подтверждение аналитическими, численными и экспериментальными исследованиями [2–4]. По предложенной методике изучены все виды торнадо из шкалы Фудзиты [5], составленной по результатам многочисленных наблюдений за природными торнадо разной интенсивности. Из этих наблюдений, в частности, следует вывод, что торнадо становится разрушительным, только начиная с самого маленького класса торнадо из шкалы Фудзиты. В работах [6, 7] проведены численные расчеты придонных частей торнадо. В частности, установлено, что для самого слабого по интенсивности торнадо класса F0 из шкалы Фудзиты отношение кинетической энергии окружного движения W_v ко всей кинетической энергии потока W практически равно одной второй:

$$\frac{W_v}{W} = \frac{1}{2}.$$

Для торнадо большей интенсивности это отношение растет и стремится к единице. Данный факт отражает то, что кинетическая энергия вращения Земли вокруг своей оси, вкладываемая в кинетическую энергию окружного движения воздуха придонной части торнадо, становится преобладающей для всего потока [4].

В настоящей работе для торнадо всех классов F1 — F5 из шкалы Фудзиты исследуется вопрос: при каких радиусах притока воздуха в придонной части энергетические характеристики удовлетворяют следующим двум условиям:

$$\frac{W_v}{W} \geq \frac{1}{2}, \quad \frac{W}{W_{\min}} \geq 1. \tag{1}$$

Здесь $W_{\min}$ — общая кинетическая энергия потока торнадо класса F0. Выполнимость первого неравенства определяет первый радиус r_{in1}, выполнимость второго неравенства — второй радиус r_{in2}.

1. Постановка задачи

Рассмотрим стационарные изэнтропические течения политропного газа со следующими искомыми газодинамическими параметрами: $c = \rho^{\gamma-1/2}$ — скорость звука газа; u — радиальная составляющая вектора скорости газа; v — окружная составляющая вектора скорости газа; w — вертикальная составляющая вектора скорости газа. Здесь ρ — плотность газа, γ — показатель политропы газа и для воздуха обычно полагается $\gamma = 1.4$. Газодинамические параметры зависят от независимых переменных: r — полярного радиуса в плоскости xOy, φ — полярного угла, z — третьей пространственной координаты.

В этом случае система уравнений газовой динамики в безразмерных переменных имеет следующий вид [1, 3, 4]:

$$\begin{cases} uc_r + \dfrac{v}{r}c_\varphi + wc_z + \dfrac{\gamma-1}{2}c\left(u_r + \dfrac{u}{r} + \dfrac{v_\varphi}{r} + w_z\right) = 0, \\ uu_r + \dfrac{v}{r}u_\varphi - \dfrac{v^2}{r} + wu_z + \dfrac{2}{\gamma-1}cc_r = av - bw\cos\varphi, \\ uv_r + \dfrac{uv}{r} + \dfrac{v}{r}v_\varphi + wv_z + \dfrac{2}{\gamma-1}\dfrac{1}{r}cc_\varphi = -au + bw\sin\varphi, \\ uw_r + \dfrac{v}{r}w_\varphi + ww_z + \dfrac{2}{\gamma-1}cc_z = bu\cos\varphi - bv\sin\varphi - g. \end{cases} \tag{2}$$

Здесь $a = 2\Omega\sin\psi$; $b = 2\Omega\cos\psi$; Ω — модуль угловой скорости вращения Земли; ψ — широта точки O $(z = 0, r = 0)$ на поверхности Земли, вращающейся вместе с Землей; $g = \mathrm{const} > 0$ — ускорение свободного падения. Далее для определенности полагается, что $0 < \psi < \pi/2$, т. е. течение рассматривается в Северном полушарии.

Для системы (2) ставится задача Коши с начальными данными на горизонтальной плоскости $z = 0$ [3, 4]:

$$\begin{cases} c(r,\varphi,z)|_{z=0} = c_0(r,\varphi), \\ u(r,\varphi,z)|_{z=0} = u_0(r,\varphi), \\ v(r,\varphi,z)|_{z=0} = v_0(r,\varphi), \\ w(r,\varphi,z)|_{z=0} = w_0(r,\varphi) \equiv 0. \end{cases} \tag{3}$$

Последнее из начальных условий (3) обеспечивает условие непротекания газа через плоскость $z = 0$. В этом случае поверхность $z = 0$ является контактной. Поскольку рассматриваются изэнтропические течения газа, контактная поверхность для системы уравнений газовой динамики является характеристикой кратности два [8]. Значения газодинамических параметров на плоскости $z = 0$: $c|_{z=0} = c_0$, $u|_{z=0} = u_0$, $v|_{z=0} = v_0$ — должны удовлетворять двум необходимым условиям разрешимости этой характеристической задачи Коши [8]. Эти условия вместе с дифференциальной формой закона сохранения массы у течения, расположенного в плоскости $z = 0$, образуют отдельную систему дифференциальных уравнений, при решении которой и определяются функции c_0, u_0, v_0. Система обыкновенных дифференциальных уравнений для этих функций следующая:

$$\begin{cases} c_0' = -\dfrac{\gamma-1}{2} c_0 \dfrac{u_0^2 + \dfrac{a^2(r_{in}^4 - r^4)}{4r^2}}{r(u_0^2 - c_0^2)}, \\ u_0' = u_0 \dfrac{c_0^2 + \dfrac{a^2(r_{in}^4 - r^4)}{4r^2}}{r(u_0^2 - c_0^2)}, \\ c_0(r)|_{r=r_{in}} = 1, \\ u_0(r)|_{r=r_{in}} = u_{in}, \end{cases} \tag{4}$$

а функция v_0 определяется в явном виде [1, 3, 4]:

$$v_0(r) = \frac{a(r_{in}^2 - r^2)}{2r}, \quad v_0(r_{in}) = 0, \quad a = 2\Omega \sin\psi.$$

Для получения единственного решения этой характеристической задачи Коши вместе с начальными условиями, заданными на плоскости $z = 0$, дополнительно задаются значения функций u, v на поверхности цилиндра $r = r_{in}$. Эти дополнительные условия, в частности, можно взять следующими:

$$u|_{r=r_{in}} = u_{in} = \text{const} < 0, \quad v|_{r=r_{in}} = 0. \tag{5}$$

Тогда решение характеристической задачи Коши (2)–(5) описывает заданный радиальный приток газа внутрь цилиндра радиуса $r = r_{in}$ и не имеющий закрутки на поверхности этого цилиндра. Поскольку в цилиндр радиуса $r = r_{in}$ направлен приток газа, на некотором радиусе r_0 $(0 < r_0 < r_{in})$ необходимо задавать сток газа.

Задача (2)–(5) является характеристической задачей Коши стандартного вида [8], которая имеет единственное локально аналитическое решение, представимое в виде бесконечного сходящегося ряда [3, 4]:

$$\mathbf{U} = \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{U}_k(r, \varphi) \frac{z^k}{k!},$$

где вектор $\mathbf{U}$ в качестве координат имеет функции c, u, v, w.

В данной работе исследуется только коэффициент $\mathbf{U}_0$ и фактически строится плоское течение при $z = 0$. Кинетическая энергия газа, движущегося в области (D), задается тройным интегралом

$$W = \frac{1}{2} \iiint\limits_{(D)} \rho_0 \left(u_0^2 + v_0^2\right) r\, dr\, d\varphi\, dz = \pi h \int\limits_{r_0}^{r_{in}} \left[c_0(r)\right]^{2/\gamma - 1} \left[u_0^2(r) + v_0^2(r)\right] r dr = W_u + W_v,$$

Т а б л и ц а 1. Шкала Фудзиты

Класс торнадо	r_0, м	$V(r_0)$, м/с	$\sqrt{u_0^2(r_0)+v_0^2(r_0)}$, м/с	r_{in}, м	W, Дж	W_v/W
F0	2.5	19.0	19.01	975	$5.099 \cdot 10^5$	0.497
F1	8.0	33.0	32.97	2618	$1.452 \cdot 10^7$	0.876
F2	25.5	51.0	51.02	5949	$3.248 \cdot 10^8$	0.973
F3	80.5	71.0	70.96	12522	$5.693 \cdot 10^9$	0.994
F4	273.5	93.0	93.01	26500	$1.000 \cdot 10^{11}$	0.9986
F5	804.5	117.0	116.98	50890	$1.212 \cdot 10^{12}$	0.9996

где полная кинетическая энергия потока W состоит из двух составляющих: радиальной W_u и окружной W_v, поскольку в рассматриваемом плоском течении $W_z = 0$. В представленных далее расчетах размерное значение высоты придонной части полагалось 30 м, h — ее безразмерный аналог.

Система обыкновенных дифференциальных уравнений (4) численно решалась известным методом Рунге — Кутты с автоматическим выбором шага для достижения заданной точности в пятом знаке после запятой. Вычисления определенных интегралов осуществлялись стандартной программой по методу Симпсона с $\Delta r = 0.001$.

Для того чтобы в рамках предложенной С.П. Баутиным схемы [1] (см. также [3, 4]) математически смоделировать течение газа, согласующееся с данными натурных наблюдений в придонной части торнадо, используется шкала Фудзиты [6], составленная по результатам анализа большого количества данных натурных наблюдений за различными торнадо. А именно, для каждого класса торнадо из шкалы Фудзиты берутся значения: r_0 — половина ширины полосы разрушения и $V(r_0)$ — максимальная скорость ветра (табл. 1).

Затем при заданном значении $u(r_{in}) = -0.0001$ определялось [6, 7] значение r_{in} — радиуса внешнего притока воздуха в придонную часть торнадо такое, чтобы у решения задачи (4) значение $\sqrt{u_0^2(r_0)+v_0^2(r_0)}$ совпало с соответствующим значением из таблицы Фудзиты (см. третий столбец). Для течения, построенного при найденном значении r_{in}, вычислялись значения W и W_v/W [7]. Значение W для торнадо F0 обозначается $W_{\min}$, поскольку именно при этом значении кинетической энергии потока и начинаются разрушения, приносимые торнадо. Таким образом, построены течения в придонных частях торнадо различной интенсивности, параметры которых соответствуют параметрам природных торнадо, зафиксированных в шкале Фудзиты.

2. Результаты расчетов различных течений

Расчеты геометрических, скоростных и энергетических характеристик придонных частей торнадо проводились по следующей схеме. Для каждого класса торнадо при заданном в таблице Фудзиты значении r_0 перебирались значения r_{in} так, чтобы определить, при каких значениях r_{in1} и r_{in2} для новых построенных течений выполняются неравенства (1).

Т а б л и ц а 2. Результаты расчетов для торнадо класса F0

r_{in}, м	500	750	975	1200	1500	2000
V, м/с	7.6	12.9	19.0	26.4	38.4	64.2
W, Дж	$7.5 \cdot 10^4$	$2.3 \cdot 10^5$	$5.1 \cdot 10^5$	$1.0 \cdot 10^6$	$2.2 \cdot 10^6$	$6.3 \cdot 10^6$
W_v/W	0.20	0.37	0.50	0.60	0.70	0.81
$W/W_{\min}$	0.15	0.45	1.00	1.98	4.30	12.41

Т а б л и ц а 3. Результаты расчетов для торнадо класса F4

r_{in}, м	1240	1251	1300	1528	1557	2000
V, м/с	0.2	0.3	0.3	0.4	0.4	0.6
W, Дж	$2.1 \cdot 10^5$	$2.1 \cdot 10^5$	$2.5 \cdot 10^5$	$4.7 \cdot 10^5$	$5.1 \cdot 10^5$	$1.4 \cdot 10^6$
W_v/W	0.49	0.50	0.52	0.62	0.63	0.75
$W/W_{\min}$	0.41	0.42	0.49	0.93	1.00	2.82
r_{in}, м	10 000	15 000	20 000	26 450	30 000	35 000
V, м/с	13.3	30.0	53.2	93.0	119.7	162.9
W, Дж	$1.5 \cdot 10^9$	$8.9 \cdot 10^9$	$3.0 \cdot 10^{10}$	$1.0 \cdot 10^{11}$	$1.7 \cdot 10^{11}$	$3.3 \cdot 10^{11}$
W_v/W	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
$W/W_{\min}$	$3.0 \cdot 10^3$	$1.7 \cdot 10^4$	$6.0 \cdot 10^4$	$2.0 \cdot 10^5$	$3.3 \cdot 10^5$	$6.4 \cdot 10^5$

Т а б л и ц а 4. Результаты расчетов для торнадо класса F0—F5

Класс торнадо	r_0, м	r_{in1}, м	r_{in2}, м	r_{in}, м	$V_1(r_0)$, м/с	$V_2(r_0)$, м/с	$V(r_0)$, м/с
F0	2.5	975	975	975	19.0	19.0	19.0
F1	8.0	1000	1050	2618	6.2	6.7	33.0
F2	25.5	1030	1150	5949	2.0	2.4	51.0
F3	80.5	1100	1295	12 522	0.7	0.9	71.0
F4	273.5	1251	1557	26 500	0.3	0.4	93.0
F5	804.5	1725	2070	50 890	0.1	0.2	117.0

Результаты расчетов для торнадо классов F0 и F4 по шкале Фудзиты при $r = r_0$ представлены в табл. 2, 3: в табл. 2 для торнадо класса F0 с $r_0 = 2.5$ м и скоростью ветра $V = 18.99$ м/с, а в табл. 3 для торнадо класса F4 с $r_0 = 273.5$ м и скоростью ветра $V = 93.06$ м/с.

В табл. 4 собраны соответствующие значения результатов расчетов для всех классов торнадо F0—F5.

Здесь r_{in1} и r_{in2} — значения радиуса внешнего притока воздуха, при которых для получающегося потока выполняются соответственно первое и второе неравенства из (1); r_{in} — радиус внешнего притока воздуха, при котором скорость ветра на стоке совпала с соответствующей скоростью ветра из шкалы Фудзиты; $V_1(r_0)$ — скорость ветра на радиусе стока для радиуса притока r_{in1}; $V_2(r_0)$ — скорость ветра на радиусе стока для радиуса притока r_{in2}.

Выводы

Результаты расчетов позволили установить следующее:

1. С увеличением r_{in} для всех значений r_0 растут величины W, W_v/W и $W/W_{\min}$.

2. Значения r_{in1} и r_{in2} не совпадают: $r_{in1} < r_{in2}$.

3. Оказалось, что в случае торнадо большой интенсивности неравенства (1) начинают выполняться для достаточно небольших размерных значений скорости ветра на стоке при $r = r_0$.

Благодарности. Выражаю благодарность проф. С.П. Баутину за поддержку и внимание к работе.

Список литературы / References

[1] **Баутин С.П.** Торнадо и сила Кориолиса. Новосибирск: Наука, 2008. 96 с.
Bautin, S.P. Tornado and Coriolis force. Novosibirsk: Nauka, 2008. 96 p. (In Russ.)

[2] **Баутин С.П., Обухов А.Г.** Математическое моделирование разрушительных атмосферных вихрей. Новосибирск: Наука, 2012. 152 с.
Bautin, S.P., Obuhov, A.G. Mathematical modeling of the destroying atmospheric vortexes. Novosibirsk: Nauka, 2012. 152 p. (In Russ.)

[3] Разрушительные атмосферные вихри: теоремы, расчеты, эксперименты / С.П. Баутин, И.Ю. Крутова, А.Г. Обухов, К.В. Баутин. Новосибирск: Наука, 2013. 216 с.
Destructive atmospheric vortices: theorems, calculations and experiments / S.P. Bautin, I.Yu. Krutova, A.G. Obuhov, K.V. Bautin. Novosibirsk: Nauka, 2013. 216 p. (In Russ.)

[4] Разрушительные атмосферные вихри и вращение Земли вокруг своей оси / С.П. Баутин, С.Л. Дерябин, И.Ю. Крутова, А.Г. Обухов. Екатеринбург: УрГУПС, 2017. 335 с.
Destructive atmospheric vortices and the Earth's rotation around its axis / S.P. Bautin, S.L. Deryabin, I.Yu. Krutova, A.G. Obuhov. Ekaterinburg: UrGUPS, 2017. 335 p. (In Russ.)

[5] **Tatom, F.B., Witton, S.J.** The transfer of energy from tornado into the ground // Seismological Res. Lett. 2001. Vol. 72, No. 1. P. 12–21.

[6] **Баутин С.П., Рощупкин А.В.** Аналитическое и численное построение решений системы уравнений газовой динамики, имеющих спиральный характер // Вычисл. технологии. 2011. Т. 16, № 1. С. 18–29.
Bautin, S.P., Roshchupkin, A.V. Analytical and numerical construction for solutions of gas dynamics equations with spiral nature // Comput. Technologies. 2011. T. 16, No. 1. P. 18–29. (In Russ.)

[7] **Крутова И.Ю.** Расчеты газодинамических параметров в придонной части торнадо // Вычисл. технологии. 2017. Т. 22, № 1. С. 17–24.
Krutova, I.Yu. Calculations of gas-dynamic parameters in the bottom part of tornado // Comput. Technologies. 2017. Vol. 22, No. 1. P. 17–24. (In Russ.)

[8] **Баутин С.П.** Характеристическая задача Коши и ее приложения в газовой динамике. Новосибирск: Наука, 2009. 368 с.
Bautin, S.P. The characteristic Cauchy problem and its application in gas dynamics. Novosibirsk: Nauka, 2009. 368 p. (In Russ.)

Поступила в редакцию 7 мая 2018 г.,
с доработки — 21 августа 2018 г.

Tables of geometric, high-speed and energy characteristics for the bottom parts of a tornado

Krutova, Irina Yu.

Snezhinsk Physical and Technical Institute of National Research Nuclear University MEPhI, Snezhinsk, 456776, Russia
Corresponding author: Krutova, Irina Yu., e-mail: IYKrutova@mephi.ru

The natural phenomenon of a tornado, known for its destructive power, is an object of study of many scientists. The available part of the data of field observations of this natural phenomenon is systematized and collected in the so-called Fujita scale. In particular, it indicates the width of the fracture band for tornadoes of different intensity, and only the values of the maximum wind speed are given from the gas dynamic parameters. Bautin S.P. proposed and justified the scheme of occurrence and functioning of natural ascending swirling flows of the tornado and tropical cyclones. Based on both this scheme and the data of the Fujita scale, the external radii of air inflow in the near-bottom parts of tornadoes of various intensities are established and the gas dynamic parameters of these flows are calculated. It turned out that in the case of the lowest intensity from the Fujita scale, the kinetic energy of the rotational motion of the air is half of the entire kinetic energy of the flow in the bottom part. As tornado intensity increases, the kinetic energy of rotational motion becomes the more prominent part of the total kinetic energy of the flow.

In this paper, given the Fujita value of the width of the destruction zone for all tornadoes along with the two external radii of air inflow into the bottom part of the tornado are established as r_{in1} and r_{in2}. The first of these radii, namely r_{in1}, denotes the radius at which the kinetic energy of the rotational motion of the constructed stream is half of all the kinetic energy of this stream. The second one denoted as r_{in2}, is the radius at which the kinetic energy of the entire stream becomes equal to the kinetic energy of the weakest destructive tornado. Knowing the values of these radii allows reliable predicting the origin of the tornado.

Keywords: system of equations of gas dynamics, Fujita scale, kinetic energy, inflow radius.

Cite: Krutova, I.Yu. Tables of geometric, high-speed and energy characteristics for the bottom parts of a tornado // Computational Technologies. 2018. Vol. 23, No. 5. P. 63–69. (In Russ.) DOI: 10.25743/ICT.2018.23.5.006.

Acknowledgements. Author expresses her gratitude to prof. S.P. Bautin for support and attention to work.

Received 7 May 2018
Received in revised form 21 August 2018