

Численный анализ температурных данных с пленочных терморезисторов электронных плат

А. А. КОРНЕЕВА¹, В. В. ШАЙДУРОВ^{2,*}

¹Институт космических и информационных технологий СФУ, Красноярск, Россия

²Институт вычислительного моделирования СО РАН, Красноярск, Россия

*Контактный e-mail: shaidurov04@mail.ru

Предложен алгоритм определения участков перегрева печатной платы с радиоэлектронными элементами и температуры перегрева. В основе алгоритма лежат физико-математическая модель процесса нагрева и дополнительные качественные характеристики исследуемых состояний печатной платы. Приводятся результаты вычислительных экспериментов, иллюстрирующих работоспособность алгоритма.

Ключевые слова: радиоэлектронная плата, пленочный терморезистор, физико-математическая модель, численный алгоритм.

Введение

Многолетний опыт тестирования электронного оборудования в космической промышленности показал, что 80 % отказов связаны с термическими воздействиями на оборудование и примерно 20 % с различными видами вибраций и ударных воздействий. Поэтому пристальное внимание уделяется контролю тепловых режимов бортовой радиоэлектронной аппаратуры, в том числе печатных плат и особенно обнаружению перегрева их отдельных элементов [1, 2]. Невозможность прямого визуального наблюдения (например, тепловизионными устройствами) приводит к использованию меньшего объема данных, часто косвенных, с последующей алгоритмической обработкой.

Наиболее разработан контроль температуры с помощью трех типов контактных датчиков, размещаемых на печатной плате [3–5]. В терморезисторах (термисторах) используется зависимость сопротивления проводника от температуры [6]. Разработаны термисторы как с повышением сопротивления при возрастании температуры (типа ПТК — с положительным температурным коэффициентом, или Positive Temperature Coefficient — PTC), так и с его понижением (типа ОТК — с отрицательным температурным коэффициентом, или Negative Temperature Coefficient — NTC). К этому классу относятся также детекторы температурного сопротивления (Resistance Temperature Detector — RTD), в западной литературе выделяемые в отдельный класс ввиду высокой точности измерений и специального научного назначения (особенно платиновые детекторы PRTD) [7]. Второй тип датчиков — термопары, выполненные из двух металлов с разной эмиссией электронов и вырабатывающие электродвижущую силу тем больше, чем выше температура [8]. И, наконец, резистивно-диодные и другие встроенные структуры, которые меняют свои (вольт-амперные) характеристики при изменении температуры [5]. В принципе, каждый из трех типов датчиков может послужить основой

для создания их сети, распределенной по поверхности печатной платы. Но исходя из требований к длительности и надежности функционирования на борту на протяжении пятнадцати лет в условиях экстремальных температур наиболее простым и надежным подходом является использование детекторов температурного сопротивления, особенно платиновых ввиду их химической инертности и линейной зависимости сопротивления от температуры [5, 9, 10].

Одно из направлений использования терморезисторов связано с применением тонких протяженных проводников из металлов или специальных сплавов с локальным сопротивлением, зависящим от локальной температуры [5]. То, что эта зависимость может быть отслежена с точностью до сотых долей градуса [9, 10], определило выбор платиновых детекторов как эталонных датчиков температуры для физических экспериментов в широком интервале температур, существенно перекрывающем требуемый нам диапазон ± 150 °С. Несмотря на перспективность таких датчиков, по разным причинам они пока не применяются в виде сети для бортовых систем электронной аппаратуры. Например, конструкция, описанная в монографии [3], отличается сложностью технической реализации, а патент [11] основан на довольно сложной математической модели, к тому же не обеспечивающей приемлемой точности.

В настоящей работе печатная плата с электронными элементами рассматривается как геометрическая структура из прямоугольных ячеек с нанесенными на нее тонкими протяженными пленками, локальное сопротивление которых строго монотонно зависит от локальной температуры ячейки. Однако измерение сопротивления протяженных проводников-термосопротивлений осуществляется не локальным образом, а по горизонтальным и вертикальным отрезкам на границе платы, что на порядок уменьшает количество проводов. Но и количество таких данных о сопротивлениях проводников существенно меньше числа локальных сопротивлений всех контролируемых ячеек. Вместе с тем, используя физические и “качественные” соображения, в ряде случаев удается получить численное решение с приемлемой точностью.

В частности, в режиме функционирования платы на борту может происходить перегрев ее отдельных элементов, приводящий к повышению температуры соответствующих ячеек и изменению сопротивления нанесенных на них сегментов сети термосопротивлений. В работе поставлена задача определения таких ячеек перегрева, а также их температуры с использованием двух дополнительных физических соображений. Во-первых, при перегреве любого элемента температура в остальных элементах не понижается. Во-вторых, градиент температуры сглаживается за счет теплопередачи между элементами. Математическая формулировка этих соображений приводит к невырожденной системе линейных уравнений, позволяющих определить ячейки перегрева и их примерную температуру. Представленные алгоритмы и вычислительные эксперименты демонстрируют применимость этого подхода.

Некоторое представление об использовании аналогичной сети датчиков на основе термопар и способов обработки их данных можно получить из работы [12]. Для наших целей они не подходят ввиду постоянной взаимной диффузии металлов, приводящей к смещению показаний [5]. Математические методы обработки таких активных цепей с многими внутренними источниками электродвижущей силы также существенно отличаются от обработки измерений в пассивных цепях с одним внешним источником питания.

Наиболее интенсивно (ввиду распространенного применения в телефонах и мониторах) развиваются математические методы определения точки касания (специальным

карандашом или пальцем) на экранах с тонкими проводящими внутренними слоями [13]. Но они используют другой принцип — перезамыкание электрической цепи с непрерывным двумерным распределением сопротивлений и не подходят для задач измерения температуры.

1. Физико-математическая модель

Рассмотрим прямоугольную плату размером $s \times t$ (мм) с началом координат в левом верхнем углу и направлением исходящих из него границ платы вдоль прямоугольных осей координат (рис. 1). Условно разобьем ее на st равных прямоугольных ячеек $\omega_{i,j} = [x_i, x_{i+1}] \times [y_j, y_{j+1}]$ размером $s/n \times r/m$ путем проведения вертикальных и горизонтальных линий $x_i = is/n$ и $y_j = jr/m, i = 0, \dots, n, j = 0, \dots, m$.

Для теплового контроля на плату нанесены горизонтальные и вертикальные тонкие металлические полоски из специального сплава, проходящие через центры ячеек $\tilde{x}_i = (i - 1/2)s/n, i = 1, \dots, n, \tilde{y}_j = (j - 1/2)r/m, j = 1, \dots, m$. Свойства сплава таковы, что удельное локальное сопротивление полоски R_{loc} (Ом/мм) существенно зависит от локальной температуры T_{loc} :

$$R_{loc} = F(T_{loc}),$$

где $F(T)$ — строго монотонная функция. Имея обратную к ней, получаем

$$T_{loc} = F^{-1}(R_{loc}). \quad (1)$$

Поэтому предлагаемые алгоритмы будут сосредоточены на определении сопротивления каждого участка R_{loc} , которое на основании (1) даст локальную температуру.

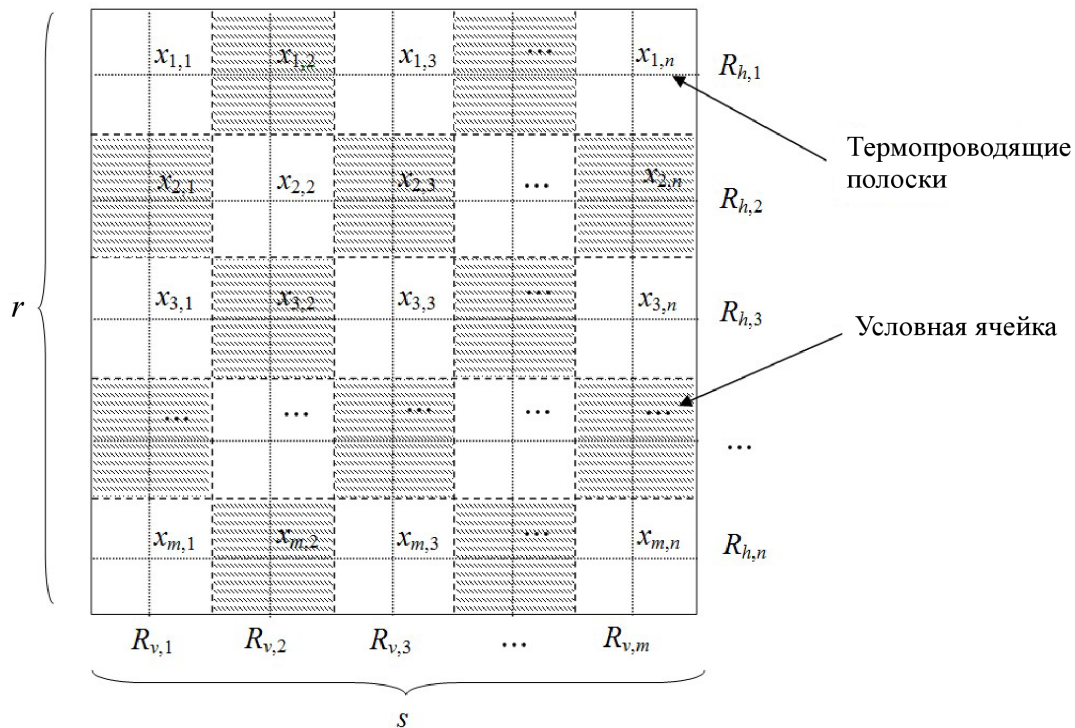


Рис. 1. Прямоугольная плата размером $r \times s$ мм

С помощью кронекерова произведения ее можно представить в виде

$$f(x) = \begin{bmatrix} I_n \otimes E_m \\ E_n \otimes I_m \end{bmatrix},$$

где блочными элементами являются кронекеровы произведения [5] матриц-строк $I_k = [1 \ 1 \ \dots \ 1]$ размерности $k = n$ или $k = m$ и единичных матриц E_k размерностью $k \times k$.

Для обеспечения совместности системы левую и правую части (4) умножим на транспонированную матрицу M^T :

$$M^T M \mathbf{x} = M^T \mathbf{f},$$

где $M_T = [I_n^T \otimes E_m \quad E_n \otimes I_m^T]$. Положим $D_k = I_k^T I_k$, тогда

$$M^T T = D_n \otimes E_m + E_m \otimes D_m = \begin{pmatrix} E_m + D_m & E_m & \dots & E_m \\ E_m + D_m & E_m & \dots & E_m \\ E_m & E_m & \dots & E_m + D_m \end{pmatrix}. \quad (5)$$

В принципе, применение метода Гаусса к системе (5) с учетом ее вырожденности может дать одно из допустимых решений. Но это лишь частное решение из бесконечного числа возможных. Например, к полученному решению можно добавить вектор $A_{i+1/2, j+1/2}$ с четырьмя ненулевыми компонентами $x_{i,j} = 1$, $x_{i+1,j} = -1$, $x_{i,j+1} = -1$, $x_{i+1,j+1} = 1$ и остальными $(mn - 4)$ нулевыми компонентами. Его добавление не изменяет правые части систем (2), (3), (5), т. е. вектор $A_{i+1/2, j+1/2}$ входит в ядро оператора M . Таких линейно независимых векторов $A_{i+1/2, j+1/2}$ будет $(m-1)(n-1)$ для $i = 1, \dots, n-1$ и $j = 1, \dots, m-1$. Это означает, что размерность ядра матрицы M не меньше $(m-1)(n-1)$.

Теперь оценим снизу размерность ранга матрицы M . Для этого в прямоугольной матрице M вычеркнем только одну строку с номером $n+1$ и почти все столбцы с номерами больше n , оставив лишь $m-1$ -й столбец с номерами $n+1, 2n+1, \dots, (m-1)n+1$. В результате получается квадратный минор M' размером $(n+m-1) \times (n+m-1)$ следующего вида:

$$M' = \begin{bmatrix} E_n & S \\ O & E_{m-1} \end{bmatrix}.$$

В нем матрица O размерности $(m-1) \times n$ состоит из одних нулей. В матрице S размером $n \times (m-1)$ первая строка состоит из единиц, а остальные из нулей. Полученный минор является верхней треугольной матрицей с определителем, равным единице. Это означает, что ранг матрицы M не меньше $n+m-1$. Напомним, что суммы размерности ядра и ранга матрицы равны размерности nm . Поэтому ни размерность ядра, ни ранг матрицы не могут превышать найденные оценки, поскольку сумма этих оценок уже равна nm .

Это означает, что в ядре матрицы M нет других векторов, кроме $A_{i+1/2, j+1/2}$. Таким образом, любое решение системы (2) представляет собой сумму частного решения с линейной комбинацией векторов ядра. Обозначим компоненты этого решения через $u_{i,j}$. Тогда для всех ячеек внутри области имеем равенство

$$u_{i,j} = x_{i,j} + \alpha_{i+1/2, j+1/2} - \alpha_{i-1/2, j-1/2} - \alpha_{i+1/2, j-1/2} + \alpha_{i+1/2, j+1/2},$$

где $\alpha_{i\pm 1/2, j\pm 1/2}$ — коэффициент перед вектором $A_{i\pm 1/2, j\pm 1/2}$. Для граничных ячеек часть соответствующих слагаемых в правой части отсутствует. Возникает вопрос о вычислении коэффициентов $\alpha_{i\pm 1/2, j\pm 1/2}$.

Нас будет интересовать установление координаты перегрева платы с точностью до ячейки для определения возможного источника этого перегрева и примерной температуры перегрева. Для определенности будем рассматривать терморезисторную пленку типа ПТК с повышением сопротивления при возрастании температуры. В основу алгоритма вычисления положим две основных идеи. Во-первых, за счет теплового потока между ячейками температура (и соответственно локальное сопротивление) разглаживается, так что большие перепады сопротивлений в соседних ячейках считаются недопустимыми. Во-вторых, поскольку мы изучаем режимы перегрева, отрицательные компоненты $u_{i,j}$ также считаются недопустимыми при условии, что мы исследуем приращения температур ячеек к штатной стационарной ситуации.

С учетом этих предпосылок сначала выпишем сумму квадратов разности между $u_{i,j}$ и $u_{i+1,j}$ для горизонтальных участков и между $u_{i,j}$ и $u_{i,j+1}$ для вертикальных участков:

$$F(\alpha) = \sum_{i,j=1}^{n-1} (u_{i+1,j} - u_{i,j})^2 + \sum_{i,j=1}^{n-1} (u_{i,j+1} - u_{i,j})^2.$$

Для минимизации этого выражения найдем частные производные $\partial F(\alpha)/\partial(\alpha_{i,j})$ и приравняем их к нулю. В итоге получается система линейных алгебраических уравнений размерностью $(n-1)(m-1)$. Решая эту систему с невырожденной матрицей, получаем коэффициенты $\alpha_{i\pm 1/2, j\pm 1/2}$. Отметим, что этот подход напоминает дискретную аппроксимацию уравнения Лапласа с точностью до постоянного множителя.

Выражение $\partial F(\alpha)/\partial\alpha_{i,j}$ в зависимости от геометрического расположения неизвестного $x_{i,j}$ может принимать одну из девяти форм. Наиболее сложное выражение получается, когда $x_{i,j}$ строго соответствует внутреннему узлу:

$$\begin{aligned} F(\alpha)/\partial(\alpha_{i+1/2, j+1/2}) = & \\ & -2\alpha_{i-3/2, j-1/2} + 4\alpha_{i-3/2, j+1/2} - 2\alpha_{i-3/2, j+3/2} - 2\alpha_{i-1/2, j-3/2} + \\ & + 16\alpha_{i-1/2, j-1/2} - 28\alpha_{i-1/2, j+1/2} + 16\alpha_{i-1/2, j+3/2} - 2\alpha_{i-1/2, j+5/2} - \\ & - 28\alpha_{i+1/2, j-1/2} + 48\alpha_{i+1/2, j+1/2} + 4\alpha_{i+1/2, j-3/2} - 28\alpha_{i+1/2, j+3/2} + \\ & + 4\alpha_{i+1/2, j+5/2} - 2\alpha_{i+3/2, j-3/2} + 16\alpha_{i+3/2, j-1/2} - 28\alpha_{i+3/2, j+1/2} + \\ & + 16\alpha_{i+3/2, j+3/2} - 2\alpha_{i+3/2, j+5/2} - 2\alpha_{i+5/2, j-1/2} + 4\alpha_{i+5/2, j+1/2} - \\ & - 2\alpha_{i+5/2, j+3/2} - 2x_{i-1, j} + 2x_{i-1, j+1} - 2x_{i, j-1} + 12x_{i, j} - 12x_{i, j+1} + \\ & + 2x_{i, j+2} + 2x_{i+1, j-1} - 12x_{i+1, j+2} + 12x_{i+1, j+1} - 2x_{i+1, j+2} + \\ & + 2x_{i+2, j} - 2x_{i+2, j+1}. \end{aligned} \quad (6)$$

При расположении узла в боковых полосках платы, а особенно в ее углах, выражение (6) соответственно упрощается ввиду отсутствия выражений $\alpha_{i\pm 1/2, j\pm 1/2}$ с индексами, выходящими за пределы индексов платы. Например, для верхнего левого углового узла выражение (6) принимает вид

$$\begin{aligned} F(\alpha)/\partial(\alpha_{1/2, 1/2}) = & \\ & = 40\alpha_{1/2, 1/2} - 26\alpha_{1/2, 3/2} + 4\alpha_{1/2, 5/2} - 26\alpha_{3/2, 1/2} - 2\alpha_{3/2, 5/2} - \\ & - 2\alpha_{5/2, 3/2} + 16\alpha_{3/2, 3/2} + 8x_{0,0} - 10x_{0,1} + 10x_{1,0} + 2x_{0,2} + \\ & + 12x_{1,1} + 2x_{2,0} - 2x_{1,2} - 2x_{2,1}. \end{aligned}$$

A_{11}	A_{12}	x_1
A_{21}	A_{22}	x_2

Рис. 2. Рассматриваемая система

Остальные семь вариантов ввиду их суммарной громоздкости здесь не приводятся.

Как уже говорилось, найденное решение \mathbf{u} может содержать отрицательные компоненты, что не отвечает физическому смыслу перегрева. В этом случае мы применяем метод множителей Лагранжа. Для этого дополним функцию $F(\alpha)$ несколькими слагаемыми, соответствующими отрицательным компонентам:

$$F^*(\alpha, \lambda) = F(\alpha) - \sum_{i=1}^s \lambda_i \gamma_i(\alpha),$$

где s — количество компонент с отрицательным значением; λ_i — множители Лагранжа; $g_i(\alpha)$ — функции, описывающие ограничения, в данном случае равенство нулю соответствующей компоненты. После этого находим новые значения коэффициентов $\alpha_{i,j}$ и сопротивлений \mathbf{u} уже с использованием функции $F^*(\alpha, \lambda)$.

На рис. 2 приняты следующие обозначения: A_{11} — исходная матрица коэффициентов (4) размерностью $(n-1)(m-1) \times (n-1)(m-1)$; A_{21} — дополнительная матрица коэффициентов, полученная с помощью метода множителей Лагранжа, размерностью $s \times (n-1)(m-1)$; A_{12} — транспонированная A_{21} размерностью $(n-1)(m-1) \times s$; A_{22} — нулевая матрица размерностью $s \times s$; x_1 — вектор-столбец решения, соответствующий значениям \mathbf{u} ; $x_2 = (\lambda_1, \dots, \lambda_s)^T$ — вектор-столбец, соответствующий множителям Лагранжа.

Полученное решение проверяется на отрицательность $u_{i,j}$. Если в решении присутствует отрицательный элемент, то рабочая матрица дополняется соответствующими строкой и столбцом в A_{21} и A_{12} (при наличии нескольких отрицательных $u_{i,j}$ выбираем одно наименьшее), а вектор-столбец x_2 расширяется на соответствующий элемент.

3. Вычислительные эксперименты

Пусть исходные сопротивления модельной задачи при $m = n$ имеют следующий вид:

$$r_{i,j} = 100 \sin \left(\frac{\pi(i-1)^2}{(n-1)^2} \right) \sin^2 \left(\frac{\pi(j-1)^2}{(n-1)^2} \right), \quad (7)$$

где $i = 1, \dots, n$, $j = 1, \dots, n$, а $r_{i,j}$ — локальное удельное сопротивление в центре ячейки $\omega_{i-1,j-1}$. Они представлены в табл. 1. Для построенных алгоритмов компоненты (7) в отдельности неизвестны. Входными данными для них являются суммы

$$R_{v,i} = \sum_{j=1}^n r_{i,j}, \quad R_{h,i} = \sum_{i=1}^n r_{i,j}.$$

Для тестирования рассмотрим работу алгоритма при $m = n = 13$. Для определения 169 значений $r_{i,j}$ имеем 26 уравнений (4).

Ячейка с максимальным значением сопротивления имеет номер (8, 8). Результат работы первого этапа алгоритма без использования метода множителей Лагранжа представлен в табл. 2.

Координаты ячейки, содержащей значение максимального сопротивления, установлены точно! Но полученный результат содержит отрицательные (нефизичные) значения сопротивлений. Применим к полученному решению метод множителей Лагранжа (табл. 3). После этого отрицательные значения устранены. Отметим, что позиция максимального значения (позиция перегрева) снова установлена точно. Что касается относительной ошибки ϵ определения локального сопротивления в этих узлах, то она оказалась равной $\epsilon = (95.5 - 88.6)/95.5 = 0.072$, т. е. 7.2 %.

Т а б л и ц а 1. Тестируемое распределение (7)

i	j												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0.0	0.0	0.1	0.3	0.6	1.1	1.7	2.1	2.1	1.5	0.5	0
3	0	0.0	0.1	0.3	1.0	2.3	4.4	6.7	8.5	8.4	5.8	2.0	0
4	0	0.0	0.1	0.7	2.3	5.3	9.8	15.0	18.9	18.8	13.1	4.5	0
5	0	0.0	0.3	1.3	4.0	9.2	17.1	26.3	33.2	32.9	22.9	7.9	0
6	0	0.0	0.4	2.0	6.1	14.0	25.9	39.9	50.3	49.9	34.8	12.0	0
7	0	0.0	0.5	2.7	8.3	19.0	35.4	54.4	68.6	68.0	47.4	16.4	0
8	0	0.0	0.7	3.3	10.3	23.6	43.8	67.4	85.0	84.3	58.8	20.3	0
9	0	0.0	0.7	3.7	11.5	26.5	49.2	75.7	95.5	94.7	66.1	22.8	0
10	0	0.0	0.7	3.7	11.5	26.4	49.0	75.4	95.1	94.3	65.8	22.7	0
11	0	0.0	0.6	3.1	9.6	22.0	41.0	63.0	79.4	78.8	55.0	19.0	0
12	0	0.0	0.4	1.8	5.6	12.9	24.0	37.0	46.6	46.3	32.3	11.1	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Т а б л и ц а 2. Результаты работы первого этапа алгоритма при распределении (7)

i	j												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	-16.1	-16.1	-15.8	-14.4	-10.7	-3.7	7.0	19.4	28.7	28.4	14.9	-5.4	-16.1
2	-15.4	-15.4	-15.0	-13.6	-10.0	-2.9	7.8	20.2	29.5	29.1	15.7	-4.7	-15.4
3	-13.1	-13.1	-12.7	-11.3	-7.7	-0.6	10.0	22.5	31.8	31.4	17.9	-2.4	-13.1
4	-9.3	-9.3	-9.0	-7.6	-3.9	3.1	13.8	26.2	35.5	35.2	21.7	1.4	-9.3
5	-4.2	-4.2	-3.9	-2.4	1.2	8.2	18.9	31.4	40.7	40.3	26.8	6.5	-4.2
6	2.0	2.0	2.3	3.7	7.4	14.4	25.1	37.5	46.8	46.5	33.0	12.7	2.0
7	8.5	8.5	8.9	10.3	13.9	21.0	31.7	44.1	53.4	53.0	39.6	19.2	8.5
8	14.4	14.5	14.8	16.2	19.9	26.9	37.6	50.0	59.3	58.9	45.5	25.1	14.4
9	18.2	18.2	18.6	20.0	23.6	30.7	41.3	53.8	63.1	62.7	49.3	28.9	18.2
10	18.1	18.1	18.4	19.8	23.5	30.5	41.2	53.6	62.9	62.6	49.1	28.8	18.1
11	12.4	12.5	12.8	14.2	17.8	24.9	35.6	48.0	57.3	56.9	43.5	23.1	12.4
12	0.6	0.7	1.0	2.4	6.1	13.1	23.8	36.2	45.5	45.1	31.7	11.3	0.6
13	-16.1	-16.1	-15.8	-14.4	-10.7	-3.7	7.0	19.4	28.7	28.4	14.9	-5.4	-16.1

Т а б л и ц а 5. Результаты работы первого этапа алгоритма при распределении (8)

i	j												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	-17.6	15.3	23.2	-10.8	-12.2	15.3	28.7	18.8	1.5	-10.8	-16.2	-17.5	-17.6
2	-16.8	16.1	24.1	-10.0	-11.4	16.1	29.5	19.6	2.3	-10.0	-15.4	-16.7	-16.8
3	-14.3	18.6	26.6	-7.5	-8.9	18.6	32.0	22.1	4.8	-7.5	-12.9	-14.2	-14.3
4	-10.2	22.7	30.7	-3.4	-4.8	22.7	36.1	26.2	8.9	-3.4	-8.8	-10.1	-10.2
5	-4.6	28.3	36.3	2.2	0.8	28.3	41.7	31.8	14.5	2.2	-3.2	-4.5	-4.6
6	2.1	35.0	43.0	8.9	7.5	35.0	48.4	38.5	21.3	8.9	3.5	2.2	2.1
7	9.3	42.2	50.2	16.1	14.7	42.2	55.6	45.7	28.4	16.1	10.7	9.4	9.3
8	15.8	48.7	56.6	22.5	21.2	48.7	62.0	52.2	34.9	22.5	17.2	15.8	15.8
9	19.9	52.8	60.7	26.6	25.3	52.8	66.1	56.3	39.0	26.6	21.3	20.0	19.9
10	19.7	52.6	60.6	26.5	25.1	52.6	66.0	56.1	38.8	26.5	21.1	19.8	19.7
11	13.6	46.5	54.4	20.3	19.0	46.5	59.8	50.0	32.7	20.3	15.0	13.7	13.6
12	0.7	33.6	41.6	7.5	6.1	33.6	47.0	37.1	19.8	7.5	2.1	0.8	0.7
13	-17.6	15.3	23.2	-10.8	-12.2	15.3	28.7	18.8	1.5	-10.8	-16.2	-17.5	-17.6

Т а б л и ц а 6. Результаты работы второго этапа алгоритма при распределении (8)

i	j												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	0.0	2.6	8.2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
3	0.0	13.1	20.0	0.0	0.0	2.8	7.2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
4	0.0	23.3	30.4	0.0	0.0	12.5	20.7	9.6	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
5	0.0	33.5	40.7	0.0	0.0	25.6	38.7	25.1	5.6	0.0	0.0	0.0	0.0
6	0.0	43.2	51.1	1.2	0.0	39.7	58.2	43.8	17.9	1.6	0.0	0.0	0.0
7	0.0	50.4	60.4	8.4	5.3	52.5	74.6	59.9	30.3	7.9	0.0	0.0	0.0
8	0.0	55.8	68.1	16.3	13.6	63.3	87.0	72.1	40.6	14.7	2.1	0.0	0.0
9	0.0	59.1	72.9	21.8	19.4	69.7	93.8	78.9	46.9	19.8	5.0	0.0	0.0
10	0.0	58.7	72.4	21.8	19.3	68.7	92.1	77.7	46.9	20.7	6.2	0.7	0.0
11	0.0	52.4	63.8	15.1	12.1	57.7	78.9	65.8	38.6	16.2	4.4	0.4	0.0
12	0.0	35.7	43.0	3.5	0.7	35.2	50.1	40.3	21.6	7.2	0.5	0.0	0.0
13	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

ны. Относительная ошибка ϵ определения локального сопротивления в узлах для глобального максимума оказалась равной $\epsilon = (98.5 - 93.8)/98.5 = 0.047$, т. е. 4.7%, относительная ошибка определения локального максимума равна $\epsilon = (87.0 - 72.9)/87.0 = 0.16$, т. е. 16%.

Заключение

Итак, печатная плата с электронными элементами представлена как геометрическая структура из прямоугольных ячеек с нанесенными на нее тонкими протяженными пленочными термисторами, локальное сопротивление которых существенно зависит от локальной температуры ячейки. Но измерение электрического потенциала и соответственно сопротивления протяженных проводников осуществляется не локальным образом, а по горизонтальным и вертикальным отрезкам ввиду ограничения на число

проводов и небольшой набор снимаемой информации. Поэтому количество снимаемых данных о сопротивлениях протяженных проводников существенно меньше числа локальных сопротивлений всех ячеек. В результате построенная математическая модель, представляющая собой систему линейных алгебраических уравнений, является сильно недоопределенной. Но ядро матрицы определяется в явном виде. Если дополнительно использовать физические и качественные соображения, то в некоторых случаях удастся получить численное решение расширенной системы уравнений.

Особенно важным является определение ячеек повышенных температур, указывающих на нештатную ситуацию, которая может привести к выходу из строя элементов платы. В этом случае использованы два дополнительных физических соображения. Во-первых, при перегреве любого элемента температура в других ячейках не понижается. Во-вторых, градиент температуры сглаживается за счет теплопередачи между элементами. Математическая формулировка этих соображений приводит к расширенной невырожденной системе линейных уравнений, позволяющей определить локальное сопротивление проводников на каждой ячейке. В итоге построенные алгоритмы позволяют надежно определять ячейки перегрева печатной платы, а также их температуру с приемлемой точностью.

Замечание 1. Отметим, что сформулированные алгоритмы работают с приращениями сопротивлений, линейно зависящими от измеряемых приращений падения напряжения на сегментах цепи. Это позволяет оценивать как положительные приращения всех сопротивлений, так и отрицательные, что дает возможность решать другую задачу обнаружения дефектов: определение неработающего элемента платы. В этом случае отсутствие рассеяния мощности на неработающем элементе приводит к отрицательному приращению температур по сравнению со штатной ситуацией и соответственно к отрицательному приращению сопротивлений сети с ПТК-проводниками. Умножая приращения правой части на -1 , вновь приходим к сформулированному ранее алгоритму с неотрицательными решениями, но уже для локализации неработающих узлов и потери температуры на соответствующих ячейках.

Замечание 2. В отличие от линейной связи сопротивлений и измеряемых на них падений напряжения температура терморезисторной пленки может нелинейно зависеть от сопротивления. Это делает невозможным прямой пересчет приращения сопротивления в приращение температуры без анализа точки отсчета абсолютной температуры в каждом случае. В принципе, состояние исходного отсчета может быть задано штатным режимом функционирования, но и оно может варьироваться при изменении оперативных задач. Дополнение системы другими датчиками, предоставляющими абсолютную температуру в некоторых ячейках, значительно усложняет бортовую аппаратную и программную реализацию. Более простым решением является использование детекторов температурного сопротивления с линейной зависимостью сопротивления от температуры. Они пригодны для измерения абсолютной температуры как текущего штатного состояния, так и отклонений от него. Напомним, что толщина используемых протяженных платиновых пленок или проволок составляет доли микрона для повышения сопротивления и уменьшения тепловой инерционности [7, 9, 10], так что использование этого драгоценного металла не является дорогостоящим.

Благодарности. Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ, Правительства Красноярского края, Красноярского краевого фонда поддержки научной и научно-технической деятельности в рамках научного проекта № 16-41-242104.

Список литературы / References

- [1] Шайдуров В.В., Деревянко В.А., Васильев Е.Н., Косенко В.Е., Звонарь В.Д., Чеботарев В.Е. Итоги и перспективы совместных теплофизических исследований ИВМ СО РАН и ОАО “ИСС им. акад. М.Ф. Решетнева” // Вестн. СибГАУ. 2013. Т. 6, № 52. С. 107–110.
Shaidurov, V.V., Derevyanko, V.A., Vasilyev, E.N., Kosenko, V.E., Zvonar, V.D., Chebotarev, V.E. Results and prospects of joint thermal researches ICM SB RAS and JSC “Acad. M.F. Reshetnev ISS” // Vestnik SibGAU. 2013. Vol. 6, No. 52. P. 107–110. (In Russ.)
- [2] Steinberg, D.S. Vibration analysis for electronic equipment. New York: Wiley, 2000. 406 p.
- [3] Линебер Ф. Измерение температуры в технике. М.: Metallургия, 1980. 544 с.
Lineber, F. Measurement of temperature in equipment. Moscow: Metallurgiya, 1980. 544 p. (In Russ.)
- [4] Omega temperature measurement handbook. Pt Z. Stamford: Omega Engineering, 2009. 259 p.
- [5] Practical TEMPERATURE Measurements. Application note 290. Santa Clara: Agilent Technologies, 2012. 36 p.
- [6] Wood, S.D., Mangum, B.W., Filliben, J.J., Tillett, S.B. An investigation of the stability of thermistors // J. Res. of the National Bureau of Standards. 1978. Vol. 83, No 3. P. 247–263.
- [7] Riddle, J.L., Furikava, G.T., Plumb, H.H. Platinum resistance thermometry. National Bureau of Standards, Monograph 126. Washington: U.S. Government Printing Office, 1972. 126 p.
- [8] Standard specification and temperature-electromotive force (EMF) tables for standardized thermocouples. Vol. ASTM E230-98. West Conshohocken: American Society for Testing and Material, 1998. 176 p.
- [9] Strouse, G.F. Standard platinum resistance thermometer calibrations from the Ar TP to the Ag FP. Special Publication 250-81. Gaithersburg: National Institute of Standard and Technology, 2008. 79 p.
- [10] Mangum, B.W. Platinum resistance thermometer calibrations. National Bureau of Standards: Special Publication SP 250-22. Washington: U.S. Government printing office, 1987. 364 p.
- [11] Caltagirone, J.P. Reseau maille de conducteurs electriques, notamment pour mesure de temperatures. France: Demande de brevet d’invention No. 2315689, Intern. Classification G01K7/04, 1977. 5 p.
- [12] Патент РФ № 2165695. A01K 47/00. Способ контроля распределения теплового поля в улье / А.Ф. Рыбочкин, И.С. Захаров. Бюл. № 12. 27.04.2001.
Patent RF No. 2165695. A01K 47/00. Method for controlling the distribution of the thermal field in a hive / A.F. Rybochkin, I.S. Zakharov. Bulletin No. 12. 27.04.2001. (In Russ.)
- [13] Osgood, S., Ong, C.K., Downs, R. Touch screen control tips. Burr-Brown, Application Bulletin. USA: Texas Instruments, 2000. 9 p.
- [14] Wilkinson, J.H. The algebraic eigenvalue problem. Oxford: A Clarendon Press Publication, 1988. 680 p.

*Поступила в редакцию 24 ноября 2016 г.,
с доработки — 16 февраля 2017 г.*

Numerical analysis of temperature data from film thermistors of electronic boards

KORNEEVA, ANNA A.¹, SHAYDUROV, VLADIMIR V.^{2,*}

¹Siberian Federal University, Krasnoyarsk, 660041, Russia

²Institute of Computational Modeling SB RAS, Krasnoyarsk, 660036, Russia

*Corresponding author: Shaydurov, Vladimir V., e-mail: shaidurov04@mail.ru

In this paper, the printed circuit board with electronic components is considered as a geometric structure consisted of rectangular cells coated by thin film thermistors whose local resistance essentially depends on the local temperature of the cell. Resistance measurement of long conductors is not carried out locally but rather on the horizontal and vertical segments. Therefore, the amount of these data on the resistance of the conductors is considerably less than the number of local resistances of all cells.

However, using physical and qualitative considerations in some cases, it is possible to obtain the numerical solution. In particular, during functioning of the board, an overheating of individual elements may occur, resulting in temperature rise of the respective cells with corresponding increase of resistance of some circuit segments. In the paper, the problem for identifying such cells with overheating as well as their temperature using two additional physical considerations is set. Firstly, while overheating an element, the temperature of any cell cannot reduce. Secondly, the temperature gradient is mitigated by the heat transfer between the elements and cells. The mathematical formulation of these considerations leads to a non-singular system of linear equations for the determining of the overheating cells and their approximate temperature. The presented algorithms and computational experiments demonstrate the applicability of this approach.

Keywords: electronic boards, film thermistors, physical-mathematical model, numerical algorithms.

Acknowledgements. This work is partially supported by RFBR, Project 16-41-242104 and Government of Krasnoyarsk Territory, Krasnoyarsk Region Science and Technology Support Fund.

Received 24 November 2016

Received in revised form 16 February 2017