

## Теоретические положения автоматизации проектирования селективных водозаборных устройств

И. Д. МУЗАЕВ<sup>1,2,\*</sup>, К. С. ХАРЕБОВ<sup>1</sup>, Н. И. МУЗАЕВ<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Геофизический институт Владикавказского научного центра РАН, Россия

<sup>2</sup>Владикавказский филиал Финансового университета при Правительстве РФ, Россия

\*Контактный e-mail: illarion.muzaev@yandex.ru

Разработаны теоретические положения автоматизации проектирования селективных водозаборных устройств, когда вода забирается из промежуточного холодного и чистого слоя стратифицированного водоема. В основу разработки положена теория поверхностных и внутренних гравитационных волн в идеальной несжимаемой жидкости. Получена совокупность формул, которые с привлечением компьютера позволяют вычислить отметку глубинного расположения центра водозаборного окна, а также габаритные размеры окна, обеспечивающие селективный водозабор из стратифицированного водоема.

*Ключевые слова:* стратифицированный водоем, селективный водозабор, критическое положение поверхности раздела слоев, осветленный слой, интегральные преобразования Лапласа и Фурье.

### Введение

При водоснабжении промышленных предприятий, тепловых и атомных электростанций необходимо забирать воду строго из определенного слоя источника водоснабжения. Например, для охлаждения конденсаторов турбин тепловых и атомных электростанций в летнее время требуется отбирать воду из глубинных слоев, где она холоднее и одновременно чище. При этом необходимо предотвратить попадание воды из других слоев в водозаборное окно. Такой способ забора воды называется селективным [1, 2].

В литературных источниках в зависимости от схемы водозабора для гидравлического расчета и проектирования селективных водозаборных устройств рекомендуются эмпирические формулы. Для схемы водозабора из верхнего слоя двухслойного стратифицированного водоема рекомендуются две формулы А. Края, имеющие следующий вид (рис. 1, а) [1–3]:

1) для двумерной задачи, т. е. когда ширина водозаборного окна равна ширине водоема, схематизированного в виде прямоугольного параллелепипеда,

$$\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} g z_0^3 = 0.438q^2; \quad (1)$$

2) для пространственной задачи, когда ширина схематизированного водоема значительно больше ширины окна,

$$\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} g z_0^5 = 0.154Q^2, \quad (2)$$

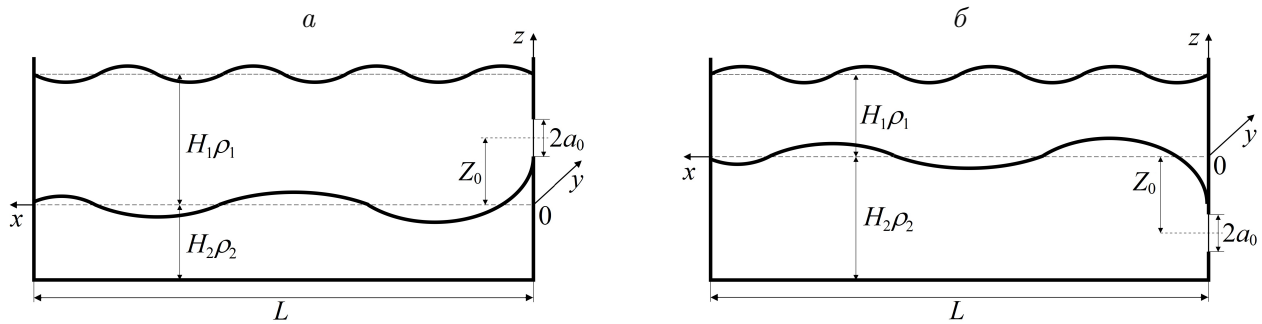


Рис. 1. Схемы водозаборных процессов в двухслойном стратифицированном водоеме: при заборе воды из верхнего (а) и нижнего (б) слоев

где  $\rho_1$  и  $\rho_2$  — плотность верхнего и нижнего слоев воды соответственно;  $z_0$  — расстояние (отметка) центра водозаборного окна от невозмущенной поверхности раздела слоев воды;  $g$  — ускорение силы тяжести;  $q$  — удельный расход забираемой воды (расход, приходящийся на единицу ширины окна, м<sup>2</sup>/с);  $Q$  — полный расход, м<sup>3</sup>/с.

Для схемы, в которой вода забирается из нижнего слоя, расчет и проектирование водозаборных устройств рекомендуется проводить с использованием формулы И. Кулеша, имеющей следующий вид (рис. 1, б) [1, 2]:

$$H_2 = 1.7 \sqrt[3]{\frac{\alpha \rho_1 q^2}{g(\rho_2 - \rho_1)}}, \quad (3)$$

где  $H_2$  — толщина нижнего слоя,  $\alpha$  — поправочный коэффициент.

Указанная формула имеет существенные недостатки: в ней не содержатся габаритные размеры водозаборного окна, толщина слоев  $H_1$  и  $H_2$  и ширина водоема и окна. В формуле И. Кулеша не учитываются толщина верхнего слоя и расстояние центра водозаборного окна от невозмущенной поверхности раздела слоев. Ниже будет доказано, что перечисленные входные параметры системы существенно влияют на селективный водозаборный процесс. В связи с этим расчет и проектирование водозаборных устройств на основе указанной эмпирической формулы не могут гарантировать селективный водоотбор из определенного слоя плотностно-стратифицированного водоема.

Для решения указанных проблем необходима разработка строгих и адекватных математических моделей с привлечением современных вычислительных средств.

## 1. Математическая модель селективного водозаборного процесса

Предположим, что в прямоугольной системе координат  $Oxyz$  часть пространства, ограниченная условиями  $0 < x < L$ ,  $0 < y < B$ ,  $-H_3 < z < H_1 + H_2$ , представляет собой схематизированный трехслойный стратифицированный водоем — источник водоснабжения промышленных предприятий, где  $L$  — длина,  $B$  — ширина,  $H_1$ ,  $H_2$ ,  $H_3$  — толщина верхнего, промежуточного и нижнего слоев воды соответственно. На рис. 2 представлена расчетная схема водоема.

Математическую модель обеспечения селективного водозаборного процесса на базе идеальной несжимаемой жидкости представляет следующая контактная начально-краевая задача гидродинамики поверхностных и внутренних гравитационных волн [4–6].

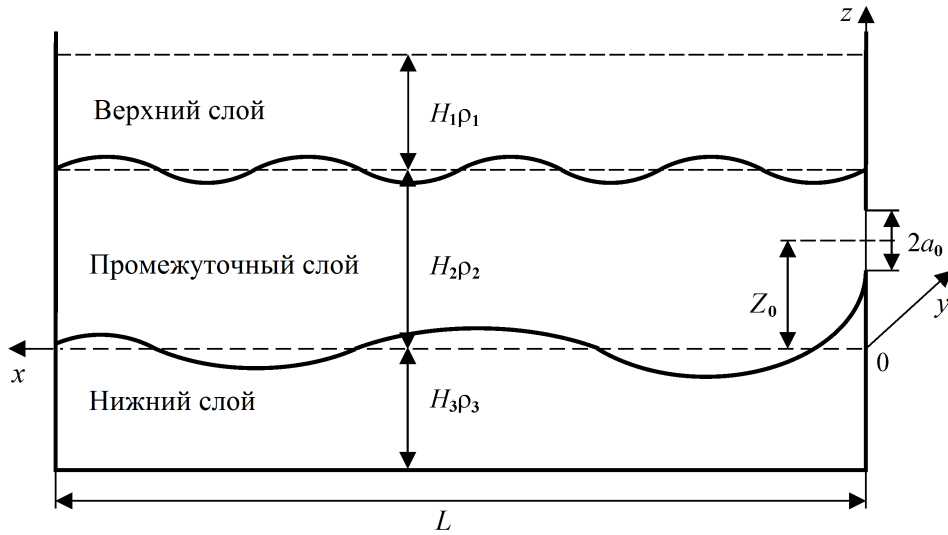


Рис. 2. Расчетная схема водозабора из промежуточного слоя стратифицированного водоема

$$\Delta\varphi_1(x, y, z, t) = 0, \quad H_2 < z < H_1 + H_2, \quad (4)$$

$$\Delta\varphi_2(x, y, z, t) = 0, \quad 0 < z < H_2, \quad (5)$$

$$\Delta\varphi_3(x, y, z, t) = 0, \quad -H_3 < z < 0, \quad (6)$$

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \frac{\partial\varphi_1}{\partial t} = \frac{\partial\varphi_2}{\partial t} = \frac{\partial\varphi_3}{\partial t} = 0 \quad \text{при} \quad t = 0, \quad (7)$$

$$\frac{\partial\varphi_1}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \quad \frac{\partial\varphi_1}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial\varphi_1}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0, \quad \frac{\partial\varphi_1}{\partial y} \Big|_{y=B} = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial\varphi_2}{\partial x} \Big|_{x=0} = -V_0(t)Y(y)Z(z), \quad \frac{\partial\varphi_2}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0, \quad (10)$$

$$\frac{\partial\varphi_2}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0, \quad \frac{\partial\varphi_2}{\partial y} \Big|_{y=B} = 0, \quad (11)$$

$$\frac{\partial\varphi_3}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \quad \frac{\partial\varphi_3}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0, \quad (12)$$

$$\frac{\partial\varphi_3}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0, \quad \frac{\partial\varphi_3}{\partial y} \Big|_{y=B} = 0, \quad (13)$$

$$\frac{\partial\varphi_1}{\partial t} \Big|_{z=H_1+H_2} = 0, \quad \frac{\partial\varphi_1}{\partial z} \Big|_{z=H_2} = \frac{\partial\varphi_2}{\partial z} \Big|_{z=H_2}, \quad (14)$$

$$\rho_1 \left( \frac{\partial^2\varphi_1}{\partial t^2} + g \frac{\partial\varphi_1}{\partial z} \right) \Big|_{z=H_2} = \rho_2 \left( \frac{\partial^2\varphi_2}{\partial t^2} + g \frac{\partial\varphi_2}{\partial z} \right) \Big|_{z=H_2}, \quad (15)$$

$$\frac{\partial \varphi_2}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{\partial \varphi_3}{\partial z} \Big|_{z=0}, \quad \rho_2 \left( \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial t^2} + g \frac{\partial \varphi_2}{\partial z} \right) \Big|_{z=0} = \rho_3 \left( \frac{\partial^2 \varphi_3}{\partial t^2} + g \frac{\partial \varphi_3}{\partial z} \right) \Big|_{z=0}, \quad (16)$$

$$\frac{\partial \varphi_3}{\partial z} \Big|_{z=-H_3} = 0. \quad (17)$$

Здесь  $\varphi_i(x, y, z, t)$ ,  $i = 1, 2, 3$ , — потенциалы скоростей в верхнем, промежуточном и нижнем слоях воды соответственно;  $x, y, z$  — пространственные координаты точки;  $t$  — время;  $g$  — ускорение силы тяжести;  $\Delta$  — дифференциальный оператор Лапласа по пространственным координатам.

Начальные условия (7) выражают неподвижность воды и горизонтальное положение поверхностей раздела слоев до момента включения водозаборного окна. Первое из граничных условий (10) выражает процесс водозабора через окно из промежуточного слоя со скоростью  $V(t)$ , которая задается формулой

$$V(t) = \begin{cases} V_0 \frac{t}{T_0} & \text{при } 0 \leq t \leq T_0, \\ V_0 & \text{при } t \geq T_0, \end{cases} \quad (18)$$

где  $V_0$  — средняя скорость забора воды через водозаборное окно;  $T_0$  — промежуток времени полного открытия окна. Вспомогательные функции  $Z(z)$  и  $Y(y)$  имеют вид

$$Z(z) = \begin{cases} 1 & \text{при } z_0 - a_0 < z < z_0 + a_0, \\ 0 & \text{при } z < z_0 - a_0 \text{ или } z > z_0 + a_0, \end{cases} \quad (19)$$

$$Y(y) = \begin{cases} 1 & \text{при } y_0 - b_0 < y < y_0 + b_0, \\ 0 & \text{при } y < y_0 - b_0 \text{ или } y > y_0 + b_0. \end{cases} \quad (20)$$

Величины  $2a_0$  и  $2b_0$  — высота и ширина водозаборного окна соответственно. Остальные граничные условия выражают неподвижность и непроницаемость боковых граней и дна водоема, а также равенство вертикальных составляющих скоростей и гидродинамических давлений на контактных плоскостях слоев воды. На свободной поверхности водоема при  $z = H_1 + H_2$  пренебрегается волнообразованием.

При известных потенциалах  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  уравнения волновых поверхностей определяются выражениями [4–6]

$$z_1 = \eta_1(x, y, t) = \frac{\rho_1}{(\rho_2 - \rho_1)g} \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} \Big|_{z=H_2} - \frac{\rho_2}{(\rho_2 - \rho_1)g} \frac{\partial \varphi_2}{\partial t} \Big|_{z=H_2}, \quad (21)$$

$$z_2 = \eta_2(x, y, t) = \frac{\rho_2}{(\rho_3 - \rho_2)g} \frac{\partial \varphi_2}{\partial t} \Big|_{z=0} - \frac{\rho_3}{(\rho_3 - \rho_2)g} \frac{\partial \varphi_3}{\partial t} \Big|_{z=0}, \quad (22)$$

где  $z_1 = \eta_1(x, y, t)$  — уравнение волновой поверхности раздела верхнего и промежуточного слоев воды;  $z_2 = \eta_2(x, y, t)$  — уравнение волновой поверхности раздела промежуточного и нижнего слоев воды.

## 2. Решение начально-краевой задачи

Поставленная контактная начально-краевая задача решена классическими методами математической физики [7, 8]. В частности, применены интегральное преобразование Лапласа по времени  $t$  и конечное косинус-интегральное преобразование Фурье по продольной  $x$  и поперечной  $y$  координатам. В результате таких преобразований поставленная начально-краевая задача сводится к контактной краевой задаче для следующих трех обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка:

$$\frac{d^2 \tilde{\varphi}_{1,n,m}}{dz^2} - \lambda_{n,m}^2 \tilde{\varphi}_{1,n,m} = 0, \quad H_2 < z < H_1 + H_2, \quad (23)$$

$$\frac{d^2 \tilde{\varphi}_{2,n,m}}{dz^2} - \lambda_{n,m}^2 \tilde{\varphi}_{2,n,m} = -\tilde{V}(P) \alpha_m Z(z), \quad 0 < z < H_2, \quad (24)$$

$$\frac{d^2 \tilde{\varphi}_{3,n,m}}{dz^2} - \lambda_{n,m}^2 \tilde{\varphi}_{3,n,m} = 0, \quad -H_3 < z < 0, \quad (25)$$

$$\tilde{\varphi}_{1,n,m}(z) \Big|_{z=H_1+H_2} = 0, \quad \frac{d\tilde{\varphi}_{1,n,m}}{dz} \Big|_{z=H_2} = \frac{d\tilde{\varphi}_{2,n,m}}{dz} \Big|_{z=H_2}, \quad (26)$$

$$\rho_1 \left( P^2 \tilde{\varphi}_{1,n,m} + g \frac{d\tilde{\varphi}_{1,n,m}}{dz} \right) \Big|_{z=H_2} = \rho_2 \left( P^2 \tilde{\varphi}_{2,n,m} + g \frac{d\tilde{\varphi}_{2,n,m}}{dz} \right) \Big|_{z=H_2}, \quad (27)$$

$$\frac{d\tilde{\varphi}_{2,n,m}}{dz} \Big|_{z=0} = \frac{d\tilde{\varphi}_{3,n,m}}{dz} \Big|_{z=0}, \quad (28)$$

$$\rho_2 \left( P^2 \tilde{\varphi}_{2,n,m} + g \frac{d\tilde{\varphi}_{2,n,m}}{dz} \right) \Big|_{z=0} = \rho_3 \left( P^2 \tilde{\varphi}_{3,n,m} + g \frac{d\tilde{\varphi}_{3,n,m}}{dz} \right) \Big|_{z=0},$$

$$\frac{d\tilde{\varphi}_{3,n,m}}{dz} \Big|_{z=-H_3} = 0, \quad (29)$$

$$\tilde{\varphi}_{i,n,m}(z) = \int_0^{+\infty} e^{-pt} dt \int_0^L \cos a_n x dx \int_0^B \varphi_i(x, y, z, t) \cos a_m y dy, \quad i = 1, 2, 3, \quad (30)$$

$$\tilde{V}(P) = \int_0^{+\infty} V(t) e^{-pt} dt, \quad (31)$$

$$\begin{cases} \alpha_m = \frac{2}{B} \frac{\cos a_m y_0 \sin a_m b_0}{a_m}, & m = 1, 2, 3, \dots, \\ \alpha_0 = \frac{2b_0}{B} & \text{при } m = 0, \end{cases} \quad (32)$$

где  $\lambda_{n,m} = \sqrt{a_n^2 + a_m^2}$ ;  $a_n = \frac{n\pi}{L}$ ,  $a_m = \frac{m\pi}{B}$ ;  $P$  — параметр в преобразовании Лапласа.

Решения дифференциальных уравнений (23)–(25) при граничных условиях (26)–(29) имеют следующий вид:

$$\tilde{\varphi}_{1,n,m}(z) = C_1 \operatorname{sh} \lambda_{n,m} z + C_2 \operatorname{ch} \lambda_{n,m} z, \quad (33)$$

$$\tilde{\varphi}_{2,n,m}(z) = C_3 \operatorname{sh} \lambda_{n,m} z + C_4 \operatorname{ch} \lambda_{n,m} z - \frac{\alpha_m \tilde{V}_0}{\lambda_{n,m}} \int_0^z Z(s) \operatorname{sh} \lambda_{n,m}(z-s) ds, \quad (34)$$

$$\tilde{\varphi}_{3,n,m}(z) = C_3 \frac{\operatorname{ch} \lambda_{n,m}(H_3 + z)}{\operatorname{sh} \lambda_{n,m} H_3}, \quad (35)$$

где постоянные  $C_1, C_2, C_3, C_4$  являются решением следующей системы алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} \operatorname{sh} \lambda_{n,m}(H_1 + H_2)C_1 + \operatorname{ch} \lambda_{n,m}(H_1 + H_2)C_2 &= 0, \\ \operatorname{ch} \lambda_{n,m}H_2(C_1 - C_3) + \operatorname{sh} \lambda_{n,m}H_2(C_2 - C_4) &= -\tilde{V}_0\alpha_m I_2, \\ (\operatorname{sh} \lambda_{n,m}H_2P^2 + g\lambda_{n,m} \operatorname{ch} \lambda_{n,m}H_2)(\rho_1C_1 - \rho_2C_3) + \\ + (\operatorname{ch} \lambda_{n,m}H_2P^2 + g\lambda_{n,m} \operatorname{sh} \lambda_{n,m}H_2)(\rho_1C_2 - \rho_2C_4) &= \\ = -\rho_2\alpha_m \tilde{V}_0(I_1P^2 + g\lambda_{n,m}I_2), \\ (\rho_3 \operatorname{ch} \lambda_{n,m}H_3P^2 + (\rho_3 - \rho_2)g\lambda_{n,m} \operatorname{sh} \lambda_{n,m}H_3)C_3 - \rho_2 \operatorname{sh} \lambda_{n,m}H_3C_4 &= 0. \end{aligned} \quad (36)$$

После интегральных преобразований Лапласа и Фурье формулы (21) и (22) с учетом (33)–(35) преобразуются к следующему виду:

$$\begin{aligned} \tilde{\eta}_{1,n,m} &= \frac{P}{(\rho_2 - \rho_1)g} \left[ \rho_1 (C_1 \operatorname{sh} \lambda_{n,m}H_2 + C_2 \operatorname{ch} \lambda_{n,m}H_2) - \right. \\ &\quad \left. - \rho_2 (C_3 \operatorname{sh} \lambda_{n,m}H_2 + C_4 \operatorname{ch} \lambda_{n,m}H_2 - \alpha_m \tilde{V}_0 I_1) \right], \end{aligned} \quad (37)$$

$$\tilde{\eta}_{2,n,m} = \frac{P}{(\rho_3 - \rho_2)g} (\rho_2 C_4 - \rho_3 C_3 \operatorname{cth} \lambda_{n,m}H_3). \quad (38)$$

В результате решения системы линейных алгебраических уравнений (36) и подстановки полученных значений  $c_i$  ( $i = \overline{1, 4}$ ) в (37) и (38) величины  $\tilde{\eta}_{1,n,m}$  и  $\tilde{\eta}_{2,n,m}$  получены в виде рациональных функций относительно параметра  $P$  в преобразовании Лапласа. В связи с этим для вычисления оригиналов  $\tilde{\eta}_{1,n,m}$  и  $\tilde{\eta}_{2,n,m}$  достаточно использовать теорему о свертке и таблицу операционного исчисления [7, 8].

После выполнения обратных интегральных преобразований Лапласа и Фурье для уравнений колебаний двух поверхностей раздела слоев окончательно получена следующая совокупность формул, удобных с точки зрения программирования и выполнения вычислительных экспериментов на компьютере:

$$\eta_1(x, y, t) = \frac{V_0}{L} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \delta_{n,m} \eta_{1,n,m}(t) \cos a_n x \cos a_m y, \quad (39)$$

$$\eta_2(x, y, t) = \frac{V_0}{L} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \delta_{n,m} \eta_{2,n,m}(t) \cos a_n x \cos a_m y, \quad (40)$$

$$\delta_{n,m} = \begin{cases} 0 & \text{при } n = m = 0, \\ 1 & \text{при } n = 0, m = 1, 2, 3, \dots, \\ 2 & \text{при } n = 1, 2, \dots, \end{cases} \quad (41)$$

$$\alpha_0 = \frac{2b_0}{B}, \quad \alpha_m = \frac{4}{B} \frac{\cos a_m y_0 \sin a_m b_0}{a_m}, \quad m = 1, 2, \dots, \quad (42)$$

$$\alpha_{n,m} = 1 + \frac{\rho_2}{\rho_3} \operatorname{th} \lambda_{n,m} H_2 \operatorname{th} \lambda_{n,m} H_3 + \frac{\rho_1}{\rho_3} \operatorname{th} \lambda_{n,m} H_1 \operatorname{th} \lambda_{n,m} H_3 + \frac{\rho_1}{\rho_2} \operatorname{th} \lambda_{n,m} H_2 \operatorname{th} \lambda_{n,m} H_1, \quad (43)$$

$$\beta_{n,m} = \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_3}\right) \operatorname{th} \lambda_{n,m} H_3 + \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_2}\right) \operatorname{th} \lambda_{n,m} H_2 + \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} - \frac{\rho_1}{\rho_3}\right) \operatorname{th} \lambda_{n,m} H_1 \operatorname{th} \lambda_{n,m} H_2 \operatorname{th} \lambda_{n,m} H_3, \quad (44)$$

$$\gamma_{n,m} = \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_3}\right) \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_2}\right) \operatorname{th} \lambda_{n,m} H_2 \operatorname{th} \lambda_{n,m} H_3, \quad (45)$$

$$\eta_{1,n,m} = \alpha_m \left[ \frac{(d_{2,n,m} I_{2,n,m} - d_{1,n,m} I_{1,n,m}) \Phi_{1,n,m}(t) + d_{3,n,m} \Phi_{2,n,m}(t)}{\alpha_{n,m} (\omega_{2,n,m}^2 - \omega_{1,n,m}^2)} \right], \quad (46)$$

$$d_{1,n,m} = \operatorname{th} \lambda_{n,m} H_2 + \frac{\rho_2}{\rho_3} \operatorname{th} \lambda_{n,m} H_3, \quad (47)$$

$$d_{2,n,m} = 1 + \frac{\rho_2}{\rho_3} \operatorname{th} \lambda_{n,m} H_2 \operatorname{th} \lambda_{n,m} H_3, \quad (48)$$

$$d_{3,n,m} = \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_3}\right) g \lambda_{n,m} \operatorname{th} \lambda_{n,m} H_3 (I_{2,n,m} - \operatorname{th} \lambda_{n,m} H_2 I_{1,n,m}), \quad (49)$$

$$I_{1,n,m} = \frac{\operatorname{ch} \lambda_{n,m} (H_2 - z_0 + a_0) - \operatorname{ch} \lambda_{n,m} (H_2 - z_0 - a_0)}{\lambda_{n,m}}, \quad (50)$$

$$I_{2,n,m} = \frac{\operatorname{sh} \lambda_{n,m} (H_2 - z_0 + a_0) - \operatorname{sh} \lambda_{n,m} (H_2 - z_0 - a_0)}{\lambda_{n,m}}, \quad (51)$$

$$\Phi_{1,n,m} = \begin{cases} \frac{1}{T_0} (\cos \omega_{1,n,m} t - \cos \omega_{2,n,m} t) & \text{при } 0 \leq t \leq T_0, \\ \frac{1}{T_0} [\cos \omega_{1,n,m} t - \cos \omega_{1,n,m} (t - T_0) - \cos \omega_{2,n,m} t + \cos \omega_{2,n,m} (t - T_0)] & \text{при } t > T_0, \end{cases} \quad (52)$$

$$\Phi_{2,n,m} = \begin{cases} \frac{1}{T_0} \left( \frac{1 - \cos \omega_{1,n,m} t}{\omega_{1,n,m}^2} - \frac{1 - \cos \omega_{2,n,m} t}{\omega_{2,n,m}^2} \right) & \text{при } 0 \leq t \leq T_0, \\ \frac{1}{T_0} \left[ \frac{\cos \omega_{1,n,m} (t - T_0) - \cos \omega_{1,n,m} t}{\omega_{1,n,m}^2} - \frac{\cos \omega_{2,n,m} (t - T_0) - \cos \omega_{2,n,m} t}{\omega_{2,n,m}^2} \right] & \text{при } t > T_0, \end{cases} \quad (53)$$

$$\omega_{1,n,m} = \sqrt{g \lambda_{n,m} \frac{\beta_{n,m} - \sqrt{\beta_{n,m}^2 - 4\alpha_{n,m} \gamma_{n,m}}}{2\alpha_{n,m}}}, \quad (54)$$

$$\omega_{2,n,m} = \sqrt{g \lambda_{n,m} \frac{\beta_{n,m} + \sqrt{\beta_{n,m}^2 - 4\alpha_{n,m} \gamma_{n,m}}}{2\alpha_{n,m}}}, \quad (55)$$

$$\begin{aligned} \eta_{2,n,m} = & \alpha_m \operatorname{th} \lambda_{n,m} H_3 \frac{\left( \frac{\rho_2}{\rho_3} I_{1,n,m} + \frac{\rho_1}{\rho_3} \operatorname{th} \lambda_{n,m} H_1 I_{2,n,m} \right) \Phi_{1,n,m}(t)}{\operatorname{ch} \lambda_{n,m} H_2 \alpha_{n,m} (\omega_{2,n,m}^2 - \omega_{1,n,m}^2)} + \\ & + \alpha_m \operatorname{th} \lambda_{n,m} H_3 \frac{\left( \frac{\rho_2}{\rho_3} - \frac{\rho_1}{\rho_3} \right) g \lambda_{n,m} I_{2,n,m} \Phi_{2,n,m}(t)}{\operatorname{ch} \lambda_{n,m} H_2 \alpha_{n,m} (\omega_{2,n,m}^2 - \omega_{1,n,m}^2)}. \end{aligned} \quad (56)$$

Представленная совокупность формул (39)–(56) позволяет автоматизировать вычислительные эксперименты на компьютере для подбора проектных габаритов  $a_0$  и  $b_0$  и определения отметки глубинного расположения водозаборного окна  $z_0$ , а также расхода и скорости забираемой воды, обеспечивающих селективный водозабор из промежуточного холодного и технически чистого слоя стратифицированного водоема. А полученные значения параметров  $z_0$ ,  $a_0$  и  $b_0$ , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} \eta_1(0, y_0, t) > -(H_2 - z_0 - a_0), \\ \eta_2(0, y_0, t) < z_0 - a, \end{cases} \quad (57)$$

можно считать проектными значениями параметров селективного водозаборного устройства.

В полученных формулах содержатся гиперболические функции, у которых в показателях степеней имеется множитель

$$\lambda_{n,m} = \sqrt{\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{B}\right)^2}.$$

По мере увеличения индексов суммирования  $n$  и  $m$  значение  $\lambda_{n,m}$  бесконечно растет. В гиперболических тангенсах увеличение  $\lambda_{n,m}$  не создает никаких проблем с точки зрения накопления погрешностей вычислений. Он вычисляется по следующей формуле:

$$\operatorname{th} \lambda_{n,m} H_i = \frac{1 - e^{-2\lambda_{n,m} H_i}}{1 + e^{-2\lambda_{n,m} H_i}}, \quad i = 1, 2, 3.$$

Что касается слагаемых, содержащих гиперболические синусы и косинусы, то в них имеются неопределенности типа  $(\infty - \infty)$  при  $\lambda_{n,m} \rightarrow \infty$ , которые раскрываются в процессе компьютерных вычислительных процедур условным переходом и путем замены бесконечно больших функций на эквивалентные бесконечно большие функции.

Следует заметить, что хотя совокупность формул (39)–(57) получена для схемы трехслойного водоема, она как частный случай может быть применена для схемы двухслойного водоема.

При равенстве нулю толщины верхнего слоя и переобозначении входных параметров  $H_2 \rightarrow H_1$ ,  $\rho_2 \rightarrow \rho_1$ ,  $H_3 \rightarrow H_2$ ,  $\rho_3 \rightarrow \rho_2$  трехслойная схема превращается в двухслойную и формула  $z = \eta_2(0, y_0, t)$  вырождается в уравнение колебания поверхности раздела верхнего и нижнего слоев воды, когда вода забирается из верхнего слоя.

При равенстве нулю толщины нижнего, третьего, слоя ( $H_3 = 0$ ) трехслойная схема превращается в двухслойную и вода забирается из нижнего (первоначально промежуточного) слоя. Как было отмечено, в случае таких двухслойных схем стратификации водоема в литературных источниках [1–3] рекомендуются эмпирические формулы для расчета селективного водозаборного процесса.



### 3. Алгоритм выполнения вычислительных процедур

Полученные расчетные формулы реализованы в компьютерной программе проектирования селективного водозаборного устройства на алгоритмическом языке FORTRAN FTN77. Вычислительные процедуры в программе проводятся в такой последовательности:

1. Вводятся входные параметры водоема и водозаборного окна (см. рис. 1).
2. Открывается цикл по времени с выбираемым шагом (обычно 1 с).

3. После ввода исходных данных в соответствии с рис. 1 проводятся вычисления по формулам (39)–(56) для определения критических положений поверхностей раздела слоев, что моделируется в виде двойного ряда по  $n$  и  $m$ . Количество членов в ряду для достижения достаточной сходимости ряда определено в результате компьютерных экспериментов, в нашем случае оно оказалось равным 2000, в результате получаем значения  $\eta_1$  и  $\eta_2$  (уравнения волновой поверхности раздела слоев) на данном временном шаге.

4. Текущее время  $t$  и величины  $\eta_1$  и  $\eta_2$  выводятся на экран монитора и в файл.

Значения входных параметров системы проверяются на удовлетворение условия селективного водоотбора (57), и при удовлетворении этих неравенств значения входных параметров можно принять в качестве проектных.

Численные расчеты по разработанному строгому гидродинамическому методу выполнены на примере двухслойной схемы, когда вода забирается из верхнего слоя. Для этой схемы в литературных источниках рекомендуются формулы А. Края (1) и (2).

При числовых значениях входных параметров  $z_0 = 2.5$  м,  $\rho_1 = 1000$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho_2 = 1005$  кг/м<sup>3</sup>, согласно формуле (1), для удельного расхода воды получено значение  $q = 1.32$  м<sup>2</sup>/с, причем этот расход не зависит от толщины слоев воды. Однако из рис. 3 следует, что при толщинах  $H_1 = 5$  м и  $H_2 = 1$  м  $\eta_{\max} = 0.46V_0$ . Отметка уровня нижнего критического положения поверхности раздела слоев  $\eta = 2.25$  м. Критическая скорость водоотбора  $V = 2.25/0.46 \approx 4.89$  м/с. Критическое значение удельного расхода  $q = 2a_0V = 2.44$  м<sup>2</sup>/с. Следовательно, расчет по рекомендованной эмпирической формуле (1) дает почти в два раза меньшее значение расхода воды, чем по разработанному в данной работе строгому гидродинамическому методу расчета селективного водозаборного процесса. При толщине слоев  $H_1 = 3$  м и  $H_2 = 5$  м согласно рис. 4  $\eta_{\max} = 1.2V_0$ ,  $q = 0.94$  м<sup>2</sup>/с, а по формуле (1)  $q = 1.32$  м<sup>2</sup>/с.

Итак, при расчете по рекомендуемой формуле (1) и данных значениях глубин слоев величина критического расхода выше на 41% по сравнению с величиной, полученной по разработанному гидродинамическому методу. Сопоставительные расчеты также показывают существенное расхождение результатов вычислительных экспериментов на компьютере по гидродинамическому методу с результатами, полученными по формуле (3). Вычислительные эксперименты также показали наличие зависимости уровня поверхности раздела слоев от ширины  $B$  и промежутка времени открытия водозаборного окна  $T_0$ .

На рис. 4 представлены графики колебаний поверхностей разделов слоев во времени у водозаборного окна при следующих значениях входных параметров:  $y_0 = B/2$  м,  $x = 0$  м,  $y = B/2$ ,  $T_0 = 0$  с,  $L = 1000$  м,  $z_0 = 2.5$  м,  $a_0 = 0.25$  м,  $H_2 = 5$  м,  $\rho_1 = 1000$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho_2 = 1005$  кг/м<sup>3</sup>,  $V_0 = 1$  м/с,  $B = 2$  м,  $b_0 = 1$  м,  $H_1 = 3, 5, 7, 9, 11$  м.

На рис. 5 и 6 приведены графики колебания поверхности раздела слоев во времени при различных значениях ширины водоема  $B$  и промежутка времени  $T_0$  полного открытия водозаборного окна.

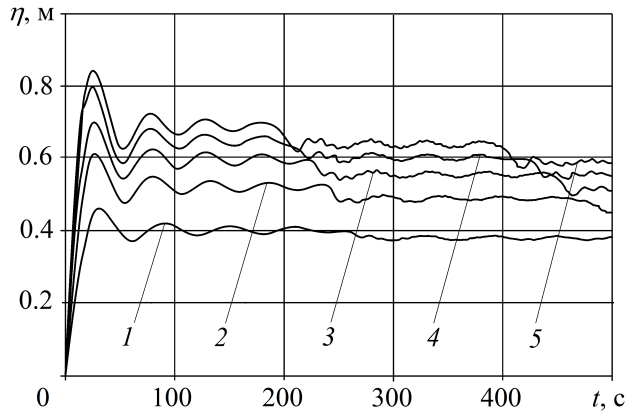


Рис. 3. График зависимости уровня поверхности раздела слоев у водозаборного окна от времени (плоская задача):  $L = 1000$  м;  $z_0 = 2.5$  м;  $a_0 = 0.25$  м;  $H_1 = 5$  м;  $\rho_1 = 1000$  кг/м<sup>3</sup>;  $\rho_2 = 1005$  кг/м<sup>3</sup>;  $V_0 = 1$  м/с;  $B = 2$  м;  $b_0 = 1$  м;  $y_0 = B/2$ ;  $x = 0$ ;  $y = B/2$ ;  $T_0 = 0$ ;  $H_2$  принимает значения 1, 2, 3, 4, 5 м (кривые 1–5 соответственно)

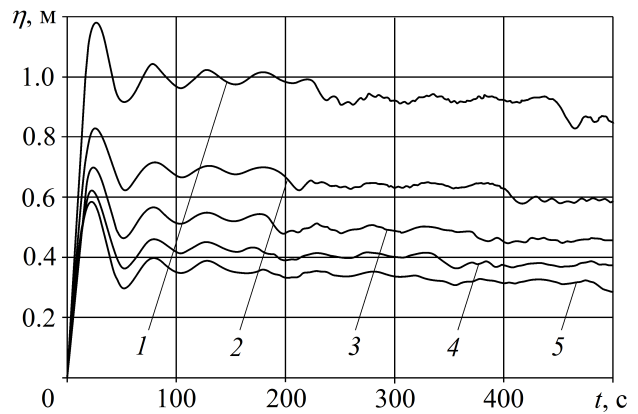


Рис. 4. График зависимости уровня поверхности раздела слоев у водозаборного окна от времени (плоская задача):  $L = 1000$  м;  $z_0 = 2.5$  м;  $a_0 = 0.25$  м;  $H_2 = 5$  м;  $\rho_1 = 1000$  кг/м<sup>3</sup>;  $\rho_2 = 1005$  кг/м<sup>3</sup>;  $V_0 = 1$  м/с;  $B = 2$  м;  $b_0 = 1$  м;  $y_0 = B/2$ ;  $x = 0$ ;  $y = B/2$ ;  $T_0 = 0$ ;  $H_1$  принимает значения 3, 5, 7, 9, 11 м (кривые 1–5 соответственно)

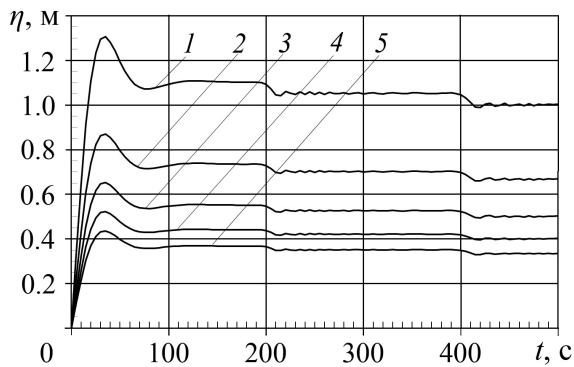


Рис. 5. График зависимости уровня поверхности раздела слоев у водозаборного окна от времени (пространственная задача):  $L = 1000$  м;  $z_0 = 2.5$  м;  $a_0 = 0.25$  м;  $H_1 = 5$  м;  $H_2 = 5$  м;  $\rho_1 = 1000$  кг/м<sup>3</sup>;  $\rho_2 = 1002$  кг/м<sup>3</sup>;  $V_0 = 1$  м/с;  $b_0 = 1$  м;  $y_0 = B/2$ ;  $x = 0$ ;  $y = B/2$ ;  $T_0 = 0$ ;  $B$  принимает значения 2, 3, 4, 5, 6 м (кривые 1–5 соответственно)

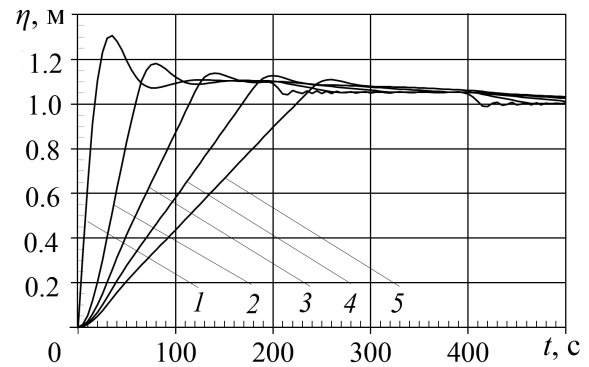


Рис. 6. График зависимости уровня поверхности раздела слоев у водозаборного окна при разных промежутках полного открытия водозаборного окна от времени (плоская задача):  $L = 1000$  м;  $z_0 = 2.5$  м;  $a_0 = 0.25$  м;  $H_1 = 5$  м;  $H_2 = 5$  м;  $\rho_1 = 1000$  кг/м<sup>3</sup>;  $\rho_2 = 1002$  кг/м<sup>3</sup>;  $V_0 = 1$  м/с;  $B = 1$  м;  $b_0 = 0.5$  м;  $y_0 = B/2$ ;  $x = 0$ ;  $y = B/2$ ;  $T_0$  принимает значения 0, 60, 120, 180, 240 с (кривые 1–5 соответственно)

## Заключение

1. Эмпирические формулы (1)–(3), предназначенные для гидравлического расчета селективного водозабора из стратифицированного водоема, не учитывают габаритные размеры водозаборного окна, толщину слоев воды, а также промежутки времени медленного открытия окна. Эти входные параметры наряду с другими параметрами системы существенно влияют на отметки критического положения поверхности раздела слоев. В связи с этим проектирование водозаборных устройств на основе этих формул не может гарантировать селективный водоотбор из определенного слоя стратифицированного водоема источника водоснабжения.

2. В рамках гидродинамической теории поверхностных и внутренних гравитационных волн получена совокупность расчетных формул, в которых содержатся габаритные размеры окна, учитываются плотность и толщина (мощность) слоев воды, а также отметки глубинной компоновки водозаборного окна.

3. Полученная совокупность формул позволяет автоматизировать вычислительные эксперименты на компьютере для подбора проектных габаритов водозаборного окна, определения отметки его глубинного расположения, а также расхода и скорости забираемой воды, обеспечивающих селективный водоотбор из определенного слоя стратифицированного водоема.

## Список литературы / References

- [1] **Аверкиев А.Г., Макаров И.И., Синотин В.И.** Бесплотинные водозаборные сооружения. М.–Л.: Энергия, 1969. 164 с.  
**Averkiev, A.G., Makarov, I.I., Sinotin, V.I.** Damless water intake structures. M.–L.: Energiya, 1969. 164 p. (In Russ.)
- [2] Справочник по гидравлике / Под ред. В.А. Большакова. Киев: Вища школа, 1977. С. 223–225.  
Reference book on hydraulics / V.A. Bolshakov. (Ed.) Kiev: Vyshcha Shkola, 1977. P. 223–225. (In Russ.)
- [3] **Craya, A.** Recherchestheorigines sur l'ecoulement de couches superposees de fluides de densites defferents // La Houille Blanche. 1949. No. 4. P. 44–55.
- [4] **Ламб Г.** Гидродинамика. М.–Л.: Гос. изд-во техн.-теор. лит., 1947. 929 с.  
**Lamb, H.** Hydrodynamics. M.–L.: Gos. Izd-vo Tekhn.-Teor. Lit., 1947. 929 p. (In Russ.)
- [5] **Музаев И.Д., Музаев Н.И.** Математическое моделирование для системы автоматизации проектирования (САПР) селективных водозаборных устройств // Матем. форум. Т. 8, ч. 2: Исследование по дифференциальным уравнениям, математическому моделированию и проблемам математического образования. Владикавказ: ЮМИ ВНЦ РАН и РСО-А, 2014. С. 202–211.  
**Muzaev, I.D., Muzaev, N.I.** Mathematical simulation for automation of system design (CAD) for selective water-intake devices // Mathematical Forum. Vol. 8, pt 2: Study on the Differential Equations, the Mathematical Simulation and the Problems of the Mathematical Education. Vladikavkaz: SMI VSC RAS & RNO-A, 2014. P. 202–211. (In Russ.)
- [6] **Сретенский Л.Н.** Теория волновых движений жидкости. М.: Наука, 1977. 815 с.  
**Sretenskiy, L.N.** Theory of wave motions of a fluid. Moscow: Nauka, 1977. 815 p. (In Russ.)
- [7] **Корн Г., Корн Т.** Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1977. 830 с.

**Korn, G., Korn, T.** Mathematical handbook for scientists and engineers. McGraw-Hill Book Company, 1968. 818 p.

[8] **Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М.** Уравнения в частных производных математической физики. М.: Высшая школа, 1970. 710 с.

**Koshlyakov, N.S., Gliner, E.B., Smirnov, M.M.** Partial differential equation in mathematical physics. Moscow: Vysshaya Shkola, 1970. 710 p. (In Russ.)

*Поступила в редакцию 12 января 2016 г.*

### **Automation of theoretical design for selective water intake devices**

MUZAEV, ILLARION D.<sup>1,2\*</sup>, KHAREBOV, KONSTANTIN S.<sup>1</sup>, MUZAEV, NOUGZAR I.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Geophysical Institute of Vladikavkaz Scientific Center RAS, Vladikavkaz, 262002, Russia

<sup>2</sup>Vladikavkaz Branch of the Financial University under the Government of the Russian Federation, Vladikavkaz, 362002, Russia

\*Corresponding author: Muzaev, Illarion D., e-mail: [illarion.muzaev@yandex.ru](mailto:illarion.muzaev@yandex.ru)

It is necessary to take water from the specific layer of the water source when supplying water from the industrial enterprises including atomic and thermal power stations. With such selective water intake from the stratified reservoir it is necessary to prevent the flowing in of water from other layers into the water-intake window. The purpose of the work is a development of automation for the theoretical design of selective water-intake devices and obtaining the calculation formulas, which include all parameters of water-intake process.

Hydrodynamic theory of surface and internal gravity waves in ideal incompressible liquid is the foundation of this study. Contact initial-boundary value problem is solved analytically using the methods of operational calculus and integral Fourier transforms in the space coordinates.

Calculation formulas are obtained, which make it possible to automate all the computational procedures, and to calculate overall dimensions and marks of the water-intake window deep layout and expenditure or the rate of water withdrawal through the window in order to ensure the selective water-intake strictly from the specific layer. The results of the computational experiments, which use these formulas have showed the advantage of the authors approach compared to the empirical formulas mentioned above.

We propose the design of selective water-intake devices that use the obtained calculation formulas, derived on the basis of a strict hydrodynamic theory of surface and internal gravity waves instead of the design based on the currently used empirical estimations.

*Keywords:* stratified reservoir, selective intake, critical situation of the interface layers, clarified layer, Laplace and Fourier integral transforms.

*Received 12 January 2016*