

---

Институт вычислительных  
технологий СО РАН

Кафедра математического  
моделирования НГУ

Кафедра вычислительных  
технологий НГТУ

## ОБЪЕДИНЕННЫЙ СЕМИНАР

### ИНФОРМАЦИОННО-ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

(Численные методы механики сплошной среды)

*Основан в 1964 году академиком Н. Н. Яненко*

*Руководители: академик Ю. И. Шокин, д-р физ.-мат. наук профессор В. М. Ковеня*

---

## Аннотации докладов за осенний семестр 2015 г.

### Теоретические и прикладные аспекты методов без насыщения (по материалам кандидатской диссертации)

С.А. ВАЛЬГЕР

*Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет  
(29.09.2015)*

Разработана и верифицирована вычислительная технология для расчета ветровых и ударно-волновых воздействий на сооружения, основанная на применении ПК ANSYS и оригинальных программ. Технология учитывает неоднородности рельефа местности, изменение газодинамических параметров по высоте атмосферного пограничного слоя и может быть использована для расчета аэродинамики отдельных зданий и городских микрорайонов.

Тестирование технологии выполнено на задачах обтекания простых 2D- и 3D-тел: цилиндра, призмы и системы призм. Результаты расчетов сопоставлены с доступными экспериментальными данными. Получено хорошее совпадение по структуре течения, профилям средней скорости и турбулентной кинетической энергии (ТКЭ), а также частотам срыва вихрей. Выполнено моделирование течения в окрестности установленной на пластине призмы прямоугольного сечения с учетом пограничного слоя, существенно превышающего высоту обтекаемого тела. Описаны характерные особенности 3D-течения в окрестности призмы: растекание потока по лобовой поверхности тела, симметричный подковообразный вихрь; срывающиеся с боковых граней призмы интенсивные восходящие вихри.

Проведено сравнение результатов расчета, полученных с использованием различных моделей турбулентности. Показано, что  $k-\epsilon$ -модель турбулентности некорректно предсказывает развитие турбулентного следа за цилиндром, что приводит к существенным рассогласованиям с экспериментальными данными по частоте срыва вихрей. Модель

турбулентности  $k-\varepsilon$  SST адекватно воспроизводит основную частоту срыва вихрей на сравнительно небольших по числу узлов расчетных сетках. При этом классические  $k-\varepsilon$ ,  $k-\omega$  и  $k-\omega$  SST модели турбулентности в несколько раз завышают уровень турбулентности в областях взаимодействия пограничного слоя с неблагоприятным градиентом давления. Показано, что ограничение члена порождения ТКЭ позволяет снизить уровень турбулентной вязкости, предсказать вторичные отрывы и повысить точность предсказания ТКЭ в отрывных зонах перед телом и на его крышке.

Вычислительная технология верифицирована на задаче обтекания здания сложной формы, расположенного в окружении комплекса строений различной высотности. Описана сложная вихревая структура 3D-течения в окрестности здания с учетом интерференционных эффектов от окружающих строений. Получено качественное и количественное согласие с экспериментальными данными по распределению давления на поверхности здания.

Выполнены расчеты течения воздуха в окрестности городского микрорайона, включающего более ста строений различной высотности. Представлены результаты расчетных исследований влияния орографического фактора на структуру приземного пограничного слоя около поверхности со сложным рельефом и перепадом высот более 250 м.

Методика расчета ударно-волновых воздействий на сооружения основана на использовании явных решателей ПК ANSYS (модуль Explicit). Представлены результаты моделирования процесса распространения образовавшейся в результате взрыва ударной волны в окрестности установленных на подложке призм, имитирующих городскую застройку. Описана волновая структура течений с учетом многократного отражения, интерференции и дифракции ударных волн. Получено удовлетворительное согласие с экспериментальными данными по времени прихода основной ударной волны, а также пиковому избыточному давлению на поверхности тела.

## **Конечно-разностный метод для решения задачи о взаимодействии фемтосекундного лазерного импульса с диэлектриками в приближении нелинейных уравнений Максвелла**

В.П. Жуков, Н.М. Булгакова, М.П. Федорук

*Институт вычислительных технологий СО РАН, Институт теплофизики СО РАН,  
Новосибирск*

*(06.10.2015)*

Фемтосекундное лазерное излучение широко используется для микрообработки материалов, в частности диэлектриков (стекло). Для оптимизации технологии обработки необходимо иметь более ясное представление о происходящих при этом процессах. Поскольку диагностика в натуральных экспериментах сильно затруднена, большую роль в улучшении понимания играет численное моделирование. При этом используются модели нелинейных уравнений Максвелла и Шредингера. Применимость последнего не очевидна, поскольку под воздействием лазерного излучения возникает плотная плазма свободных электронов с размерами, сравнимыми с длиной волны излучения, что противоречит условиям применимости уравнения Шредингера. Решение уравнений Максвелла при необходимом для рассматриваемых задач учете нелинейного эффекта Керра, тока свободных электронов, фото- и ударной ионизации, частотной дисперсии и т. п. является непростой задачей, требующей больших вычислительных ресурсов.

В докладе описана конечно-разностная схема, позволяющая проводить реальные физические расчеты. При построении схемы были учтены конкретные свойства задачи. Среди них есть как усложняющие, так и упрощающие обстоятельства. Например, требование численной устойчивости и приемлемой точности расчета по отношению к шагу по времени обуславливает неявную аппроксимацию со вторым порядком членов, связанных с током в уравнении для электрического поля, скорости и уравнений, отвечающих за частотную дисперсию. Упрощающим обстоятельством является то, что неявная запись требует решения этих уравнений в одной точке по пространству. В то же время член, описывающий нелинейный эффект Керра, можно вычислять явно.

В работе также предложен метод, позволяющий обходить трудности, возникающие при получении решения около оси при расчете трехмерной задачи в цилиндрической геометрии. Приведены примеры расчетов физических задач.

## Об устойчивости шифра Вернама к небольшим отклонениям от случайности

Б.Я. РЯВКО

*Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск*

*(13.10.2015)*

Шифр Вернама, или “одноразовый блокнот” (one-time pad), играет важную роль в криптографии, так как он является совершенным или совершенно секретным (perfect secrecy system). В этом шифре ключ — это последовательность равновероятных и независимых порожденных символов. Показано, что при небольших нарушениях этих свойств получаемый шифр близок к шифру Вернама в случае, когда шифруемый текст и ключевая последовательность порождаются стационарными эргодическими источниками.

## Моделирование микроэлектромеханических резонаторов типа платформа

С.И. ФАДЕЕВ, Э.Г. КОСЦОВ, Д.О. ПИМАНОВ

*Институт математики СО РАН, Институт автоматизации и электрометрии СО РАН, Новосибирский государственный университет, Новосибирск*

*(27.10.2015)*

Сообщение содержит результаты исследования нелинейных начально-краевых задач уравнений математической физики, описывающих работу микроэлектромеханического резонатора типа “платформа”, который относится к классу МЕМС (микроэлектромеханические системы). В настоящее время МЕМС — современное, быстро развивающееся направление в электронной промышленности.

В микрорезонаторе имеются подвижный и неподвижный электроды, разделенные микрозазором. Неподвижный электрод покрыт слоем диэлектрика. В схеме рассматриваемого прибора функцию подвижного электрода выполняет недеформируемая платформа, присоединенная к пружине с цилиндрической формой изгиба (упругий элемент микрорезонатора). В качестве пружины могут использоваться упругая балка с жестко закрепленными концами, упругая балка консольного типа, натянутая металлическая

пленка с закрепленными концами. При запуске резонатора под воздействием импульса напряжения в микрозазоре между платформой и неподвижным электродом возникают колебания упругого элемента, которые по окончании запуска переходят в собственные колебания.

Математическая модель микрорезонатора представлена начально-краевыми задачами, описывающими колебания упругого элемента с пружинами различного типа. Применением метода прямых найдены условия существования колебаний и другие характеристики работы микрорезонатора, которые, как оказалось, достаточно хорошо описываются формулами, полученными в случае, когда масса платформы значительно больше массы пружины. Формулы для наименьшей частоты собственных колебаний, которые следуют из метода разделения переменных, с высокой точностью воспроизводят численное определение наименьшей собственной частоты при использовании метода прямых.

Примеры вычисления основных характеристик микрорезонатора с параметрами, типичными для МЭМС, показывают, что найденные в рамках модели условия работоспособности прибора вполне согласуются с возможностями технологии современной микроэлектроники.

## **Метод отделяющих плоскостей с дополнительными отсечениями и его применение в задачах анализа данных с неопределенностями (по материалам кандидатской диссертации)**

Е.А. ВОРОНЦОВА

*Дальневосточный федеральный университет, Владивосток  
(03.11.2015)*

Для решения задач недифференцируемой выпуклой оптимизации в работе предложен новый численный метод из семейства методов отделяющих плоскостей (МОП). В отличие от ранее предложенных алгоритмов на основе идеи МОП, в новом методе вводятся дополнительные отсечения верхней части надграфика сопряженной функции, что улучшает сходимость метода. Получено теоретическое обоснование сходимости метода. Проведены вычислительные эксперименты, демонстрирующие преимущество разработанного метода перед уже существующими аналогами.

К особенностям метода относится необходимость на каждой итерации решать вспомогательную задачу одномерной минимизации оригинальной оценочной негладкой функции. Для решения этой задачи предложен алгоритм одномерного поиска, для него доказана как минимум более быстрая, чем линейная, скорость сходимости. Все предложенные в работе вычислительные алгоритмы реализованы в виде комплекса программ на языке программирования octave, свободно распространяемом матрично-векторном вычислителе с синтаксисом, практически идентичным MATLAB. Один из алгоритмов зарегистрирован в Федеральной службе по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам.

Кроме новых алгоритмов недифференцируемой оптимизации, в работе рассмотрена интервальная модель межотраслевого экономического баланса. Для этой модели исследуется линейная задача о допусках (ЛЗД). Используя перспективный метод распознающего функционала С.П. Шарого, проблему определения разрешимости ЛЗД можно свести к задаче негладкой выпуклой оптимизации, для решения которой применяются

разработанные в диссертации алгоритмы. Вычислительные эксперименты продемонстрировали высокую эффективность предложенного в работе МОП с отсечениями для решения задачи определения разрешимости ЛЗД.

Реализованный комплекс программ применен для практического решения задач прогнозирования потребности в выпусках продукции при моделировании межотраслевого баланса Приморского края, в ходе чего он зарекомендовал себя как надежный и эффективный инструмент моделирования. Проведены также сравнительные вычислительные эксперименты по решению этой задачи с помощью известных онлайн-солверов, доступных на NEOS Server: State-of-the-Art Solvers for Numerical Optimization, в том числе IBM ILOG CPLEX. Все эксперименты показали преимущество предложенных в работе методов.

### **Массивно-параллельный расчет неустойчивости Рэлея — Тейлора с помощью аналитического выражения функции Грина соответствующей краевой задачи**

Т.В. АБРАМОВ, Б.В. ЛУНЕВ, М.М. ЛАВРЕНТЬЕВ

*Институт нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН, Новосибирский государственный университет, Новосибирск*

*(10.11.2015)*

Реализован численный алгоритм моделирования неустойчивости Рэлея — Тейлора в высоковязкой несжимаемой ньютоновской жидкости. Алгоритм использует известное аналитическое выражение функции Грина соответствующей краевой задачи, поэтому решение может быть найдено как интеграл от произведения двух известных функций, без использования разностных схем. Другими словами, алгоритм позволяет вычислять поле течения в любой точки пространства независимо от других, аналогично как в задаче гравитационного взаимодействия  $N$ -тел. Из-за простоты и высокой степени параллелизма он очень хорошо подходит для эффективной реализации, особенно на массивно-параллельные устройства, такие как графические ускорители (GPU) и гибридные кластеры.

Разработанная программа использует мощности произвольного количества GPU гибридного кластера с помощью технологий CUDA и MPI. Также алгоритм реализован для гомогенных кластеров, он использует центральные процессоры (CPU) с набором инструкций SSE с помощью MPI. В обоих случаях реализация показывает очень высокую производительность, и, что более важно, производительность линейно зависит от числа вычислительных узлов. Это очевидно из-за особенности алгоритма — он требует значительно меньше обращений к памяти, чем разностные методы. Таким образом, скорость вычислений зависит в большей степени от пиковой производительности системы, чем от пропускной способности памяти.

Программа используется для моделирования известного геологического процесса, называемого соляным диапиризмом. Это частный случай неустойчивости Рэлея — Тейлора в твердых горных породах, вызванной легкостью твердой каменной соли, погребенной под более тяжелыми осадками. В геологическом масштабе времени (сотни миллионов лет) это процесс корректно описывается движением жидкости.

## Методы моделирования зарождения и распространения трещин

В.Н. Лапин

*Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск*

(17.11.2015)

Предлагается обзор основных подходов и постановок задач при описании зарождения и распространения трещин в материале под действием давления закачиваемой в трещину жидкости. Приводятся методы моделирования основных процессов, протекающих при распространении трещины: течения жидкости, ее фильтрации в породе, деформации и разрушения породы.

Методика моделирования распространения трещины заключается в совместном решении уравнений трех подмоделей, по одной на каждый описываемый процесс. Важным отличием методики является возможность выбора подмоделей процессов в зависимости от особенностей задачи. Деформация материала описывается трехмерными линейными уравнениями упругого равновесия, для решения которых применяются классический и дуальный методы граничных элементов. Разрушение материала в процессе распространения трещины описывается в предположении о хрупкости материала. Критерии обобщенного нормального отрыва, Пэриса — Эрдогана, Эрдогана — Си,  $G$ -критерий используются для расчета скорости и направления распространения трещины. Движение жидкости в трещине описывается одной из двумерных моделей: идеальной жидкости, несжимаемой ньютоновской, Хершеля — Балкли, уравнениями сжимаемой смазки.

Методика и ее составные части были верифицированы на основе упрощенных постановок задач, имеющих аналитическое решение или решения, полученные с использованием более простых моделей. На основе проведенных вычислительных экспериментов показана чувствительность процесса распространения трещины к основным физическим параметрам. Сформулирована постановка обратной задачи распространения трещины, позволяющей определять реологические свойства закачиваемой жидкости и параметры ее закачки, при которых будут удовлетворяться заданные критерии качества трещины. Представлены результаты решения такой задачи.

## Алгоритмы и численная реализация имитационных методов Монте-Карло с расщеплением для проблем уравнения Больцмана

А.И. Хисамутдинов, Н.Н. Велькер

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Новосибирск*

(24.11.2015)

Представлено развитие алгоритма статистического моделирования течений разреженного газа. Алгоритм реализует имитационные методы Монте-Карло с расщеплением “по группам частиц”, ориентированные на течения с малыми числами Кнудсена. Последние уменьшают трудоемкость вычислений и содержат лишь два источника систематической погрешности по отношению к сглаженному уравнению Больцмана. В данной модификации алгоритма, во-первых, по-иному определен критерий выбора временного шага расщепления; во-вторых, алгоритм адаптирован для решения стационарных задач. С применением нового алгоритма рассмотрена пространственно-двумерная задача о продольном обтекании пластины.

## Сложность аппроксимации функций

Б.Я. РЯБКО

*Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск*

*(08.12.2015)*

Рассмотрена задача оценивания времени, необходимого для вычисления функции с заданной точностью на “реальном” компьютере. Описан метод, позволяющий оценить минимальное время вычисления функции с заданной точностью. В качестве примера предлагаемого подхода рассмотрено множество функций, определенных на отрезке  $[0,1]$  и таких, что  $-C < f(x) < C$  и  $-C < f'(x) < C$ , где  $C$  — константа. Показано, что “для почти всех” функций время вычисления на некотором компьютере, скажем Intel x86, с заданной точностью  $\epsilon$  не меньше некоторой величины  $K(C, \epsilon)$ . Предложен метод вычисления этой величины.

## Новые конечно-разностные алгоритмы для расчета распространения поверхностных волн в рамках нелинейно-дисперсионных моделей (по материалам кандидатской диссертации)

О.И. ГУСЕВ

*Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск*

*(15.12.2015)*

Для решения задач о распространении длинных поверхностных волн в рамках моделей, учитывающих частотную дисперсию и нелинейность, подвижность дна, “сферичность” и вращение Земли, предлагается единый принцип построения численных алгоритмов, основанный на предварительном расщеплении систем нелинейно-дисперсионных уравнений на равномерно эллиптическое уравнение для дисперсионной составляющей проинтегрированного по глубине давления и классическую систему мелкой воды с модифицированной правой частью. На каждом временном шаге численной схемы эти подзадачи решаются поочередно. Такой подход позволяет использовать большой опыт численного исследования эллиптических задач и уравнений мелкой воды.

На модельных и близких к реальности задачах о распространении поверхностных волн и образовании их подводными оползнями исследуются границы применимости полных и слабо нелинейных дисперсионных моделей, важность учета эффектов дисперсии, “сферичности” и вращения Земли.

## Моделирование трехфазного неизотермического течения в пористой среде

Д.Р. БАЙГЕРЕЕВ, Н.М. ТЕМИРБЕКОВ

*Восточно-Казахстанский государственный технический университет*

*им. Д. Серикбаева, Усть-Каменогорск*

*(22.12.2015)*

Предложена постановка задачи трехфазной неизотермической фильтрации несмешивающихся жидкостей. В ее основе лежит замена переменных, с помощью которой из уравнений для определения давления и температуры исключены слагаемые, со-

державшие градиенты капиллярных давлений. Для численного решения рассматриваемой задачи используется метод конечных разностей. Проведено исследование конечно-разностной схемы методом априорных оценок. Адекватность модели проверяется на примере задачи вытеснения нефти посредством закачки водяного пара в пласт. В работе используются адаптивные сетки для более подробного исследования решения в областях с большими значениями градиента решения. Представлены результаты решения одномерных и двумерных модельных задач и проанализированы результаты вычислительных экспериментов.

*Место и время проведения заседаний:* по вторникам, в 16.00,  
конференц-зал Института вычислительных технологий СО РАН

*Адрес:* проспект акад. Лаврентьева, 6, Новосибирск, 630090

*Секретарь семинара:* канд. физ.-мат. наук Юлия Викторовна Лиханова

*e-mail:* yulia.likhanova@gmail.com

*Интерактивная заявка доклада:*

<http://www.ict.nsc.ru/ru/education/seminar/seminar-page-ict>