

Численная модель ВЧ-разряда в плазмохимическом реакторе*

Ю. Н. ГРИГОРЬЕВ, А. Г. ГОРОБЧУК

Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск, Россия

e-mail: grigor@ict.nsc.ru, alg@eml.ru

Рассматривается численная модель аксиально-симметричного высокочастотного разряда в гидродинамическом приближении. Для решения уравнений непрерывности для электронов и ионов и уравнения энергии электронов использована неявная экспоненциальная разностная схема, обеспечивающая положительные значения электронной температуры и концентраций плазменных компонентов. Разработанный алгоритм расчёта ВЧ-разряда замыкает численную модель плазмохимического травления, созданную в предыдущих работах авторов.

Ключевые слова: высокочастотный разряд, гидродинамическая модель, плазмохимическое травление.

Введение

В производстве изделий микроэлектроники важнейшим инструментом являются плазмохимические реакторы (ПХР), процесс травления в которых осуществляется в плазме высокочастотного (ВЧ) разряда. Электрические характеристики плазмы, в частности концентрации и энергия электронов и ионов, определяются такими факторами, как конструкция реактора, вкладываемая в разряд мощность, его частота и др. Изменение концентраций электронов и ионов в разряде может существенно повлиять на скорость и однородность травления образцов. В связи с новыми требованиями к качеству обработки микросхем в настоящее время широко развивается исследование высокочастотного ВЧ-разряда применительно к условиям ПХР. Особую значимость приобретают численные расчёты ВЧ-разряда в двумерной постановке, учитывающие изменение электронной плотности вдоль электрода, несущего обрабатываемые образцы.

Исследование физических процессов в ВЧ-разряде — сложная многопараметрическая задача. В оптимизационных расчётах реальных конструкций ПХР обычно используются экспериментальные данные по концентрациям заряженных частиц. Простые модели процессов травления основаны на аналитических приближениях, позволяющих на качественном уровне описать основные особенности структуры ВЧ-разряда [1]. Более реалистичные подходы к расчёту разряда, как правило, представляют собой самостоятельные задачи и до настоящего времени носят преимущественно исследовательский характер.

Детальное описание плазменных процессов в ВЧ-разряде даёт решение кинетических уравнений Больцмана для функций распределения нейтральных частиц, ионов и электронов, что позволяет определить характеристики плазмы в широком диапазоне

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 11-01-00064) и гранта Президента РФ для государственной поддержки ведущей научной школы РФ № НШ-6293.2012.9.

температур и давлений. Однако отсутствие достоверных данных по сечениям основных кинетических процессов и высокие требования к вычислительным ресурсам делают данный подход не пригодным для практических целей. Эти трудности частично преодолеваются путём использования гибридных моделей, объединяющих гидродинамический и кинетический подходы [2], в которых функция распределения электронов по энергиям находится из уравнения Больцмана, а концентрации ионов, электронов и нейтральных частиц вычисляются из соответствующих уравнений непрерывности.

Относительно полное представление о распределении концентраций электронов и ионов, а также температуры электронов даёт моделирование ВЧ-разряда в гидродинамическом приближении [3, 4]. При этом рассматриваются уравнения переноса для гидродинамических моментов — плотности, скорости и энергии заряженных частиц, полученные интегрированием кинетических уравнений Больцмана для ионов и электронов, и уравнение Пуассона для самосогласованного электрического потенциала. Гидродинамические модели применяются в диапазоне рабочих давлений $0.1 \div 3.0$ Торр, при котором средняя длина свободного пробега нейтральных частиц, ионов и электронов значительно меньше толщины приэлектродных слоёв.

К преимуществам гидродинамического подхода можно отнести использование конечно-разностных схем, требующих сравнительно небольшого времени расчёта до выхода ВЧ-разряда на периодический режим, особенно при учёте большого количества процессов взаимодействия частиц. Однако временной масштаб некоторых реакций может быть достаточно велик, что требует интегрирования основных уравнений до $\sim 10^5$ циклов ВЧ-разряда [4]. Тем не менее умеренная вычислительная трудоёмкость гидродинамического подхода позволяет применить его для адекватного исследования реакторных процессов.

Анализ устойчивости конечно-разностных схем, используемых в расчётах по гидродинамической модели, даёт различные ограничения на шаг по времени [5], что определяет области их применимости. На стадии зажигания разряда при малой проводимости плазмы и небольших градиентах электрического поля для решения уравнений непрерывности можно использовать явные конечно-разностные схемы первого порядка точности по времени и пространству, обеспечивающие удовлетворительные результаты при числе Куранта для электронов $K_e = v_e \tau / h < 1$, где v_e — дрейфовая скорость электронов, τ, h — шаги по времени и пространству [5]. Основные уравнения обычно решаются последовательно без итераций самосогласования.

На стадии горения, характеризующейся образованием тонких приэлектродных слоёв и квазинейтрального столба, из-за сильных градиентов параметров плазмы и большой проводимости проведение расчётов по явным схемам становится крайне неэкономичным. Вследствие ограничений, накладываемых условием Куранта, шаг по времени оказывается много меньше характерного времени развития разряда, что может потребовать более $10^4 - 10^5$ шагов по времени до выхода на периодический режим. Здесь эффективно применение неявных конечно-разностных схем, позволяющих использовать шаг по времени в $\sim 10 - 10^2$ раз больший, чем даёт условие Куранта. Однако в численных схемах, в которых распределение потенциала находится непосредственно из уравнения Пуассона, возникает дополнительное ограничение на максимальный шаг по времени вида $\tau < 1/4\pi\sigma$, где σ — проводимость плазмы [5, 6]. Данное ограничение даёт величину временного шага на порядок больше, чем условие Куранта. Кроме того, само решение системы нелинейных разностных уравнений на каждом шаге по времени в этом случае сопряжено со значительными трудностями.

В настоящее время при моделировании газовой плазмы напряжённость электрического поля вычисляется из уравнения сохранения электрического тока. Для решения данного уравнения применяются консервативные по заряду разностные схемы, в которых шаг по времени ограничивается периодом лэнгмюровских колебаний ионов [6]. При использовании чисто неявных схем для уравнения тока решение разностных уравнений требует дополнительных итераций по самосогласованию, что снижает эффективность вычислительного алгоритма. Применение в нём явных численных схем приводит к известному ограничению на шаг по времени. Поэтому для построения эффективных численных алгоритмов рациональным подходом является использование преимуществ каждой из схем. Так, в [5] предложена безытерационная полунеявная схема, где в области квазинейтрального столба плотности электронов и ионов вычисляются по явной схеме, а в оставшихся точках — по неявной. Сравнение показывает, что расчёты по полунеявной схеме в несколько раз быстрее, чем по чисто неявной. Однако в узлах сетки при переходе от явного вычисления концентраций частиц к неявному схема обладает условной аппроксимацией.

Проведённый анализ позволил определить структуру эффективного алгоритма численного моделирования ВЧ-разряда в гидродинамическом приближении. В настоящей работе рассматривается безытерационный численный алгоритм, в котором для решения уравнений непрерывности электронов и ионов и уравнения баланса электронной энергии используется неявная экспоненциальная конечно-разностная схема. Уравнение Пуассона решается с применением конечно-разностной схемы типа “крест”, к сожалению, несколько ограничивающей эффективность численного алгоритма. Для ускорения расчётов выполнено распараллеливание вычислительного алгоритма на кластерной системе с применением MPI. В расчётах на основе предлагаемого подхода исследуются характеристики плазмы ВЧ-разряда для плоской и цилиндрической конфигурации электродов и их влияние на реакторные процессы травления.

1. Математическая модель

Численно моделируется аксиально-симметричный высокочастотный разряд в реакторе плазмохимического травления. В расчётах используется гидродинамическая модель аксиально-симметричного ВЧ-разряда, включающая уравнения непрерывности для электронов и положительных ионов, уравнение баланса энергии электронов и уравнение Пуассона для электрического потенциала [3, 4]. Начально-краевая задача рассматривается в цилиндрической области, где электродами являются торцевые поверхности реакционной камеры.

Вводятся следующие переменные:

$$\rho_l = \frac{n_l}{\bar{n}_{e0}}, \quad \tilde{\mu}_l = \frac{\mu_l}{\mu_{l0}}, \quad \tilde{D}_l = \frac{D_l}{D_{l0}}, \quad l = e, p,$$

$$\vartheta_e = \frac{T_e}{T_{e0}}, \quad \varphi = \frac{\phi}{\phi_0}, \quad \tau = ft, \quad \xi = \frac{r}{r_t}, \quad \zeta = \frac{z}{L}, \quad A = \frac{L}{r_t}.$$

Здесь индексы e, p означают электроны и ионы, n_l — плотность частиц; μ_l, D_l — подвижность и коэффициент диффузии; T_e — электронная температура; ϕ — потенциал; f — частота активации; t — время. Плотность, температура, подвижность, коэффициент диффузии и потенциал обезразмеривались на среднюю плотность электронов \bar{n}_{e0} ,

температуру T_{e0} , соответствующую тепловой энергии электронов, характерные значения μ_{l0} , D_{l0} и потенциал ВЧ электрода ϕ_0 . Цилиндрические координаты r , z нормированы на радиус цилиндра r_t и межэлектродное расстояние L .

Концентрации плазменных компонентов находятся из уравнений непрерывности для электронов и ионов

$$\beta_l T \frac{\partial \rho_l}{\partial \tau} + A^2 \left(\frac{\partial j_{l\xi}}{\partial \xi} + \frac{j_{l\xi}}{\xi} \right) + \frac{\partial j_{l\zeta}}{\partial \zeta} = \beta_l S_l, \quad (1)$$

где

$$T = \frac{fL^2}{D_{e0}}, \quad \beta_l = \begin{cases} 1, & l = e, \\ D_e/D_p, & l = p. \end{cases}$$

Потоки частиц определяются формулами

$$j_{l\xi} = -s_l \text{Pe}_l \tilde{\mu}_l \rho_l \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} - \frac{\partial \tilde{D}_l \rho_l}{\partial \xi}, \quad j_{l\zeta} = -s_l \text{Pe}_l \tilde{\mu}_l \rho_l \frac{\partial \varphi}{\partial \zeta} - \frac{\partial \tilde{D}_l \rho_l}{\partial \zeta}, \quad s_l = \begin{cases} -1, & l = e, \\ 1, & l = p. \end{cases} \quad (2)$$

Нижние индексы ξ и ζ в обозначениях потоков относятся к направлениям вдоль радиальной и аксиальной координат. Число Пекле характеризует соотношение процессов переноса и диффузии:

$$\text{Pe}_l = \frac{\mu_{l0} \varphi_0}{D_{l0}}.$$

Источниковый член описывает ионизацию исходных молекул и процесс прилипания электронов к ионам:

$$S_l = \begin{cases} \rho_e (\text{Da} r_i - r_a), & l = e, \\ \rho_e \text{Da} r_i, & l = p, \end{cases} \quad r_i = \exp[(1 - 1/\vartheta_e) E_i / kT_{e0}], \quad r_a = \frac{\nu_a L^2}{D_{e0}},$$

где r_i — скорость ионизации, r_a — скорость прилипания, E_i — энергия ионизации, k — постоянная Больцмана, ν_a — частота прилипания. Число Дамкелера, пропорциональное отношению интенсивности ионизации к диффузии, вычисляется по формуле

$$\text{Da} = \frac{L^2}{D_{e0}} n k_{i0} \exp(-E_i / kT_{e0}),$$

здесь n — объёмная плотность газа, k_{i0} — коэффициент скорости ионизации.

Распределение электрического потенциала находится из уравнения Пуассона

$$A^2 \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \zeta^2} = \Gamma (\rho_e - \rho_p). \quad (3)$$

Введённый параметр Γ характеризует напряжённость электрического поля:

$$\Gamma = \frac{L^2 e \bar{n}_{e0}}{\epsilon \varphi_0},$$

где e — заряд электрона, ϵ — диэлектрическая постоянная в вакууме.

Электронная температура вычисляется из уравнения баланса электронной энергии

$$\frac{3}{5} T \frac{\partial}{\partial \tau} (\rho_e \vartheta_e) + A^2 \left(\frac{\partial j_{\vartheta\xi}}{\partial \xi} + \frac{j_{\vartheta\xi}}{\xi} \right) + \frac{\partial j_{\vartheta\zeta}}{\partial \zeta} - \chi \left(A^2 j_{e\xi} \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} + j_{e\zeta} \frac{\partial \varphi}{\partial \zeta} \right) + \Theta S_e = 0, \quad (4)$$

где компоненты потока электронной энергии определяются соотношениями

$$j_{\vartheta_\xi} = j_{e\xi} \vartheta_e, \quad j_{\vartheta_\zeta} = j_{e\zeta} \vartheta_e.$$

Параметр χ характеризует отношение энергии электрического поля к тепловой энергии электронов, параметр Θ отвечает за потери энергии в реакциях ударной ионизации. Их выражения имеют вид

$$\chi = \frac{e\varphi_0}{h_{e0}}, \quad \Theta = \frac{h_i}{h_{e0}}, \quad h_{e0} = \frac{5}{2}kT_{e0}.$$

Здесь h_i — потери энергии при ионизации, h_{e0} — тепловая энергия электронов.

Низкотемпературная плазма находится между высокочастотными электродами, и электронная и ионная плотности быстро снижаются вне радиуса этой зоны. Такая постановка соответствует ВЧ-разряду между двумя плоскими поверхностями. В действительности ВЧ-разряд инициируется в цилиндрическом объёме, в котором низкотемпературная плазма ограничивается непроницаемой боковой стенкой в радиальном направлении. В настоящей работе рассматриваются две структуры ВЧ-разряда — между двух плоских поверхностей и в цилиндрическом объёме. В первом случае разряд рассчитывается в области, ограниченной электродами ($0 \leq \xi \leq \xi_o$, $0 \leq \zeta \leq 1$), где $\xi_e = r_o/r_t$ — радиус электрода, во втором — во всем объёме реакционной камеры ($0 \leq \xi \leq 1$, $0 \leq \zeta \leq 1$).

На границах расчётной области для уравнений (1)–(4) ставятся следующие краевые условия:

— на заземленном аноде ($0 \leq \xi \leq \xi_o$, $\zeta = 0$):

$$\rho_e = 0, \quad \frac{\partial \tilde{D}_p \rho_p}{\partial \zeta} = 0, \quad \varphi = 0, \quad \vartheta_e = \vartheta_{es};$$

— на силовом катоде ($0 \leq \xi \leq \xi_o$, $\zeta = 1$):

$$j_{e\zeta} = -\gamma j_{p\zeta}, \quad \frac{\partial \tilde{D}_p \rho_p}{\partial \zeta} = 0, \quad \varphi = \sin(2\pi\tau), \quad \vartheta_e = \vartheta_{es};$$

— на оси симметрии ($\xi = 0$, $0 < \zeta < 1$):

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial \xi} = 0, \quad \frac{\partial \rho_p}{\partial \xi} = 0, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} = 0, \quad \frac{\partial \vartheta_e}{\partial \xi} = 0;$$

для ВЧ-разряда между плоскостями:

— на выходе из плазменной области ($\xi = \xi_o$, $0 < \zeta < 1$):

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial \xi} = 0, \quad \frac{\partial \tilde{D}_p \rho_p}{\partial \xi} = 0, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} = 0, \quad \frac{\partial \vartheta_e}{\partial \xi} = 0;$$

для ВЧ-разряда в цилиндрическом объёме:

— на боковой поверхности ($\xi = 1$, $0 < \zeta < 1$):

$$\rho_e = 0, \quad \frac{\partial \tilde{D}_p \rho_p}{\partial \xi} = 0, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} = 0, \quad \vartheta_e = \vartheta_{es};$$

— в верхней части реакционной камеры ($\xi_o < \xi < 1, \zeta = 1$):

$$\rho_e = 0, \quad \frac{\partial \tilde{D}_p \rho_p}{\partial \zeta} = 0, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial \zeta} = 0, \quad \vartheta_e = \vartheta_{es};$$

— на перфорированной границе откачки ($\xi_o < \xi < 1, \zeta = 0$):

$$\rho_e = 0, \quad \frac{\partial \tilde{D}_p \rho_p}{\partial \zeta} = 0, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial \zeta} = 0, \quad \vartheta_e = \vartheta_{es}.$$

Здесь γ — коэффициент вторичной электронной эмиссии, ϑ_{es} — электронная температура на электродах.

В силу быстрой рекомбинации электронов на проводящей поверхности анода электронная плотность на нём полагалась равной нулю. На катоде учитывался слабый поток вторичной электронной эмиссии. Краевые условия для ионов записывались в виде диффузионных потоков к границам плазменной области. На оси реактора задавались условия симметрии. Потенциалы и электронная температура на электродах предполагались заданными. При моделировании ВЧ-разряда между двумя плоскими поверхностями на границе разрядной области по радиусу принимались мягкие краевые условия для электронной и ионной плотности и электронной температуры. При рассмотрении ВЧ-разряда в цилиндрическом объёме на боковой стенке реактора в верхней части реакционной камеры и на перфорированной границе откачки плотность электронов полагалась равной нулю, электронная температура — равной температуре на электродах, а для потенциала использовались мягкие краевые условия.

Численное решение уравнений (1)–(4) является трудной вычислительной задачей из-за сильной нелинейности и взаимосвязи уравнений. Уравнения непрерывности (1) содержат большие числа Пекле (до 10^4), что требует применения специальных численных методов. Интегрирование уравнений с малым параметром при старшей производной осложняется образованием пограничных слоёв с большими градиентами искомых величин, ведущими к неравномерной сходимости решения. В качестве одного из подходов к решению возникающей проблемы используются повышение порядка точности разностной схемы и подробные сетки в области сильного изменения решения. Однако с увеличением жёсткости уравнения эффективность такого подхода существенно снижается. Кроме того, раздельная аппроксимация конвективных и диффузионных членов центральными или направленными против потока разностями для первых производных и центральными разностями для вторых производных практически непригодна при построении монотонных схем.

Основным методологическим подходом при построении безусловно монотонных разностных схем является их регуляризация, частный случай которой — метод экспоненциальной подгонки или интегральных тождеств [7–9] — используется в настоящей работе. Для численного решения уравнений (1), (4), записанных для суммарных потоков, включающих конвекцию и диффузию, применяется неявная экспоненциальная разностная схема, предложенная для одномерного случая в [10, 11]. На рис. 1 показан шаблон использованной сетки. Чёрные квадраты соответствуют узлам с целыми индексами, белые и чёрные кружки — узлам с полуцелыми индексами на радиальной и осевой координатах. Грани ячеек (шаги) сетки с целыми индексами обозначены как $\Delta_{\xi_{i+1/2}} = \xi_{i+1} - \xi_i$ и $\Delta_{\zeta_{j+1/2}} = \zeta_{j+1} - \zeta_j$. Для каждого типа узлов приведены обозначения вычисляемых в них сеточных функций. При выводе разностных уравнений предполагается, что потоки частиц, скорости дрейфа и коэффициенты диффузии постоянны

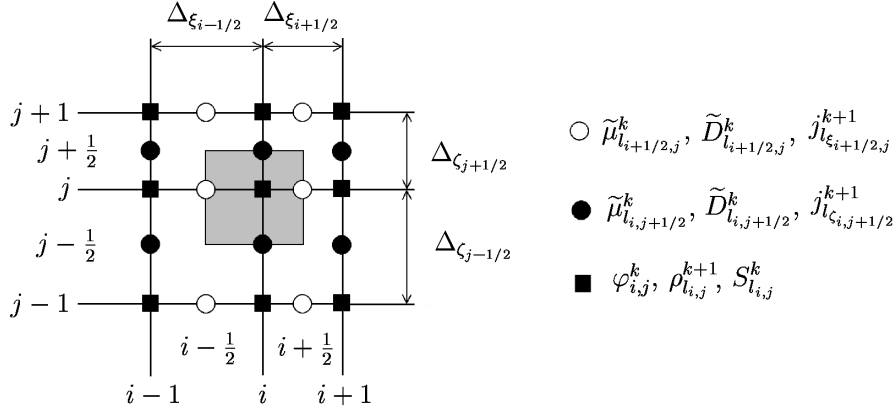


Рис. 1. Схема нерегулярной прямоугольной сетки

между узлами разностной сетки. Интегрирование дифференциальных выражений для потоков частиц (3) по контрольному объёму, выделенному на рис. 1 серым цветом, даёт их конечно-разностные аппроксимации, обеспечивающие устойчивость расчёта при больших градиентах напряжённости. При этом уравнения непрерывности для электронов и ионов принимают вид

$$\begin{aligned} & \beta_l T \frac{\rho_{l_{i,j}}^{k+1} - \rho_{l_{i,j}}^k}{\Delta \tau_k} + A^2 \frac{j_{l_{i+1/2,j}}^{k+1} - j_{l_{i-1/2,j}}^{k+1}}{\Delta \xi_i} + \\ & + A^2 \frac{j_{l_{i+1/2,j}}^{k+1} + j_{l_{i-1/2,j}}^{k+1}}{2\xi_i} + \frac{j_{l_{i,j+1/2}}^{k+1} - j_{l_{i,j-1/2}}^{k+1}}{\Delta \zeta_j} = \beta_l S_{l_{i,j}}^k, \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$\Delta \xi_i = \frac{\xi_{i+1} - \xi_{i-1}}{2}, \quad \Delta \zeta_j = \frac{\zeta_{j+1} - \zeta_{j-1}}{2}.$$

Потоки частиц в радиальном и аксиальном направлениях вычислялись по экспоненциальным формулам

$$\begin{aligned} j_{l_{i+1/2,j}}^{k+1} &= \frac{z_{l_{i+1/2,j}}^k}{\Delta \xi_{i+1/2}} \cdot \frac{\rho_{l_{i,j}}^{k+1} \tilde{D}_{l_{i+1/2,j}}^k \exp(z_{l_{i+1/2,j}}^k) - \rho_{l_{i+1,j}}^{k+1} \tilde{D}_{l_{i+1/2,j}}^k}{\exp(z_{l_{i+1/2,j}}^k) - 1}, \\ j_{l_{i,j+1/2}}^{k+1} &= \frac{z_{l_{i,j+1/2}}^k}{\Delta \zeta_{j+1/2}} \cdot \frac{\rho_{l_{i,j}}^{k+1} \tilde{D}_{l_{i,j+1/2}}^k \exp(z_{l_{i,j+1/2}}^k) - \rho_{l_{i,j+1}}^{k+1} \tilde{D}_{l_{i,j+1/2}}^k}{\exp(z_{l_{i,j+1/2}}^k) - 1}. \end{aligned}$$

Символы $z_{l_{i+1/2,j}}^k$ и $z_{l_{i,j+1/2}}^k$ определяются формулами

$$z_{l_{i+1/2,j}}^k = -s \text{Pe}_l \frac{\tilde{\mu}_{l_{i+1/2,j}}^k}{\tilde{D}_{l_{i+1/2,j}}^k} (\varphi_{i+1,j}^k - \varphi_{i,j}^k), \quad z_{l_{i,j+1/2}}^k = -s \text{Pe}_l \frac{\tilde{\mu}_{l_{i,j+1/2}}^k}{\tilde{D}_{l_{i,j+1/2}}^k} (\varphi_{i,j+1}^k - \varphi_{i,j}^k).$$

Верхний индекс k относится к моменту времени τ_k , при этом временной шаг составляет величину $\Delta \tau_k = \tau_{k+1} - \tau_k$. Выражения для потоков $j_{l_{i-1/2,j}}^{k+1}$, $j_{l_{i,j-1/2}}^{k+1}$ в узлах сетки

$(i - 1/2, j)$ и $(i, j - 1/2)$ имеют аналогичные представления. Входящие в них значения потенциала $\varphi_{i+1,j}^k, \varphi_{i,j}^k, \varphi_{i,j+1}^k$, коэффициентов переноса $\tilde{\mu}_{i+1/2,j}^k, \tilde{\mu}_{i,j+1/2}^k, \tilde{D}_{i+1/2,j}^k, \tilde{D}_{i,j+1/2}^k$, и источник член $S_{i,j}^k$ в (5) берутся с предыдущего временного слоя τ_k . В силу локального выполнения законов сохранения для каждого контрольного объёма решение даже на грубой сетке удовлетворяет точным интегральным соотношениям. Полученная численная схема сохраняет положительные значения концентраций плазменных компонентов и электронной энергии.

Для вычисления электрического потенциала на k -м временном шаге использовалась конечно-разностная схема

$$\begin{aligned} & \frac{A^2}{\Delta \xi_i} \left(\frac{\varphi_{i+1,j}^k - \varphi_{i,j}^k}{\Delta \xi_{i+1/2}} - \frac{\varphi_{i,j}^k - \varphi_{i-1,j}^k}{\Delta \xi_{i-1/2}} \right) + \frac{A^2}{2\xi_i} \left(\frac{\varphi_{i+1,j}^k - \varphi_{i,j}^k}{\Delta \xi_{i+1/2}} + \frac{\varphi_{i,j}^k - \varphi_{i-1,j}^k}{\Delta \xi_{i-1/2}} \right) + \\ & + \frac{1}{\Delta \zeta_j} \left(\frac{\varphi_{i,j+1}^k - \varphi_{i,j}^k}{\Delta \zeta_{j+1/2}} - \frac{\varphi_{i,j}^k - \varphi_{i,j-1}^k}{\Delta \zeta_{j-1/2}} \right) = \Gamma \left(\rho_{e,i,j}^k - \rho_{p,i,j}^k \right). \end{aligned} \quad (6)$$

Формулы для потока энергии электронов получаются аналогично формулам для потоков частиц в уравнениях непрерывности. Значения электронной температуры в узлах сетки находились из уравнения

$$\begin{aligned} & \frac{3}{5} T \frac{\vartheta_{e,i,j}^{k+1} \rho_{e,i,j}^{k+1} - \vartheta_{e,i,j}^k \rho_{e,i,j}^k}{\Delta \tau_k} + A^2 \frac{j_{\vartheta \xi_{i+1/2,j}}^{k+1} - j_{\vartheta \xi_{i-1/2,j}}^{k+1}}{\Delta \xi_i} + \\ & + A^2 \frac{j_{\vartheta \xi_{i+1/2,j}}^{k+1} + j_{\vartheta \xi_{i-1/2,j}}^{k+1}}{2\xi_i} + \frac{j_{\vartheta \zeta_{i,j+1/2}}^{k+1} - j_{\vartheta \zeta_{i,j-1/2}}^{k+1}}{\Delta \zeta_j} + \\ & + \frac{\chi}{2} A^2 \left(j_{e \xi_{i+1/2,j}}^{k+1} E_{\xi_{i+1/2,j}}^{k+1} + j_{e \xi_{i-1/2,j}}^{k+1} E_{\xi_{i-1/2,j}}^{k+1} \right) + \\ & + \frac{\chi}{2} \left(j_{e \zeta_{i,j+1/2}}^{k+1} E_{\zeta_{i,j+1/2}}^{k+1} + j_{e \zeta_{i,j-1/2}}^{k+1} E_{\zeta_{i,j-1/2}}^{k+1} \right) + \Theta S_{e,i,j}^k = 0, \end{aligned} \quad (7)$$

где компоненты потока энергии электронов в радиальном и аксиальном направлениях вычисляются по формулам

$$\begin{aligned} j_{\vartheta \xi_{i+1/2,j}}^{k+1} &= \frac{z_{e,i+1/2,j}^k}{\Delta \xi_{i+1/2}} \frac{\vartheta_{e,i,j}^{k+1} \rho_{e,i,j}^{k+1} \tilde{D}_{e,i+1/2,j}^k \exp(z_{e,i+1/2,j}^k) - \vartheta_{e,i+1,j}^{k+1} \rho_{e,i+1,j}^{k+1} \tilde{D}_{e,i+1/2,j}^k}{\exp(z_{e,i+1/2,j}^k) - 1}, \\ j_{\vartheta \zeta_{i,j+1/2}}^{k+1} &= \frac{z_{e,i,j+1/2}^k}{\Delta \zeta_{j+1/2}} \frac{\vartheta_{e,i,j}^{k+1} \rho_{e,i,j}^{k+1} \tilde{D}_{e,i,j+1/2}^k \exp(z_{e,i,j+1/2}^k) - \vartheta_{e,i,j+1}^{k+1} \rho_{e,i,j+1}^{k+1} \tilde{D}_{e,i,j+1/2}^k}{\exp(z_{e,i,j+1/2}^k) - 1}. \end{aligned}$$

Компоненты напряжённости электрического поля определяются как

$$E_{\xi_{i+1/2,j}}^{k+1} = -\frac{\varphi_{i+1,j}^{k+1} - \varphi_{i,j}^{k+1}}{\Delta \xi_{i+1/2}}, \quad E_{\zeta_{i,j+1/2}}^{k+1} = -\frac{\varphi_{i,j+1}^{k+1} - \varphi_{i,j}^{k+1}}{\Delta \zeta_{j+1/2}}.$$

Выражения для компонентов потока электронной энергии $j_{\vartheta \xi_{i-1/2,j}}^{k+1}, j_{\vartheta \zeta_{i,j-1/2}}^{k+1}$ и электрического поля $E_{\xi_{i-1/2,j}}^{k+1}, E_{\zeta_{i,j-1/2}}^{k+1}$ в узлах сетки $(i - 1/2, j)$ и $(i, j - 1/2)$ имеют аналогичные представления.

Для потоков электронов и ионов на границах расчётной области (на электродах и боковой стенке камеры) использовалась формула линейной интерполяции, позволяющая выразить поток на границе через значения потока внутри области, рассчитанные по экспоненциальной схеме. Например, для верхнего электрода соответствующая интерполяционная формула имеет вид

$$j_{\zeta_i, j+1}^{k+1} = j_{\zeta_i, j+1/2}^{k+1} + \frac{\Delta_{\zeta_{j+1/2}}}{2} \cdot \frac{j_{\zeta_i, j+1/2}^{k+1} - j_{\zeta_i, j-1/2}^{k+1}}{\Delta_{\zeta_j}}.$$

Это обеспечивает устойчивость расчёта потока на границе при больших градиентах электрического поля.

Начальные распределения концентраций электронов и ионов выбирались в виде аналитического решения, полученного в диффузионно-дрейфовом приближении [1]:

— для ВЧ-разряда между плоскостями:

$$\rho_e^0 = \rho_p^0 = \frac{\pi}{2} \sin(\pi\zeta), \quad (8)$$

— для ВЧ-разряда в цилиндрической области:

$$\rho_e^0 = \rho_p^0 = 2.316 \frac{\pi}{2} J_0(2.405\xi) \sin(\pi\zeta).$$

Начальное распределение электронной температуры полагалось постоянным по объёму реактора.

Численное моделирование 2D ВЧ-разряда даже на сравнительно грубых сетках требует больших объёмов вычислений и занимает значительное время. Для ускорения расчётов было выполнено распараллеливание вычислительного алгоритма на многопроцессорной системе с применением MPI. Для распараллеливания решения задачи использовалась декомпозиция расчётной области, что позволило однородно распределить данные для вычислений по процессорам. В [12] для случая трёхмерного уравнения конвективно-диффузионного переноса примеси от точечного источника, однотипного по структуре с уравнениями (1), было показано, что двумерная декомпозиция является более эффективной по сравнению с одномерной. На основании этого в предлагаемом алгоритме декомпозиция расчётной области проводилась по обеим координатам. Каждая из прямоугольных подобластей граничила не более чем с четырьмя соседними. Обмен между процессорами происходит только теми значениями $\varphi_{i,j}^k$, $\rho_{ei,j}^{k+1}$, $\rho_{pi,j}^{k+1}$, $\vartheta_{ei,j}^{k+1}$, которые находятся на соприкасающихся границах подобластей, т. е. между минимальным количеством узлов сеточного шаблона, принадлежащих различным процессорам. В каждой подобласти рассматриваются четыре уравнения: для электрического потенциала, концентраций электронов и ионов, электронной температуры. Поэтому совместно с декомпозицией расчётной области использовалось распараллеливание по уравнениям (для отдельной подобласти на четыре процессора). Поскольку в численной схеме концентрации плазменных компонентов и электронная температура зависят от потенциала, то первоначально на одном процессоре в каждой подобласти решается конечно-разностное уравнение (6). Для перехода от момента времени τ_k к моменту $\tau_{k+1} = \tau_k + \Delta_{\tau_k}$ найденные значения потенциала $\varphi_{i,j}^k$ в отдельной подобласти передаются трём другим процессорам в этой же подобласти для решения конечно-разностных уравнений (5), (7). Значения $\rho_{ei,j}^{k+1}$, $\rho_{pi,j}^{k+1}$ и $\vartheta_{ei,j}^{k+1}$ вычисляются в каждой подобласти одновременно на новом временном слое. Далее происходит обмен данными между четырьмя процессорами из одной

подобласти и данными между областями. Каждое из уравнений в сеточной области записывается в виде системы линейных алгебраических уравнений, имеющей матрицу большой размерности, но с разреженно-упорядоченной структурой. Для хранения таких матриц использовался метод типа CSR, позволяющий хранить несимметричные матрицы произвольной структуры [13]. В этом случае разреженная матрица хранится в виде одномерного массива, содержащего все ненулевые элементы, перечисленные в строчном порядке. Для решения таких СЛАУ сильная разреженность матрицы (сравнительно небольшое количество ненулевых элементов в строке или столбце) позволяет эффективно использовать классические итерационные и проекционные методы (с предобуславливанием) на подпространствах Крылова. В работе полученные СЛАУ решались итерационным методом Гаусса — Зейделя, показавшим хорошую эффективность.

В численных расчётах собственно плазмохимического травления применялась разработанная ранее авторами [14–16] математическая модель ПХР, в которой течение газовой смеси описывается уравнениями Навье — Стокса в приближении Буссинеска. Распределения концентраций частиц находятся из системы уравнений конвективно-диффузионного переноса. Пространственные распределения плотности электронов, определяющие скорости генерации химически активных частиц, брались из расчётов ВЧ-разряда в гидродинамическом приближении по описанному алгоритму. Плазмохимическая кинетика включала реакции диссоциации электронным ударом различных компонентов газовой смеси и реакции рекомбинации полученных атомов и радикалов с участием третьего тела. На поверхности образца рассматривались гетерогенные реакции адсорбции некоторых радикалов. Уравнения гидродинамики и конвективно-диффузионного переноса решались с использованием итерационной конечно-разностной схемы со стабилизирующей поправкой.

2. Результаты и обсуждение

В расчётах рассматривался плазмохимический реактор радиальной схемы при рабочем давлении $p = 0.5$ Торр и расходах газа $Q = 200 \div 800$ см³/мин [14, 15].

Реакционная камера имела радиус электродов $r_t = 30$ см и межэлектродное расстояние $L = 3.5$ см. Электроды предполагались термостатированными при температуре $T_s = 300$ К. Состав рабочей смеси CF_4/O_2 изменялся в широких пределах. ВЧ-разряд инициировался на рабочей частоте $f = 13.56$ МГц при напряжении на электродах $\varphi_0 = 110$ В. Другие параметры были следующими: плотность газа $n = 3 \cdot 10^{16}$ см⁻³, средняя плотность электронов $\bar{n}_{e0} = 6 \cdot 10^9$ см⁻³, электронная температура на электродах и боковой стенке $T_{es} = 0.5$ эВ.

Характерные значения величин для обезразмеривания, взятые из работ [3, 4, 6], где рассматривались рабочие газы, близкие к исследуемому, и справочника [17], приведены ниже:

μ_{e0}	μ_{p0}	D_{e0}	D_{p0}	k_{i0}	E_i	h_i	h_{e0}
$2 \cdot 10^5$ см ² /В · с	$2 \cdot 10^3$ см ² /В · с	10^6 см ² /с	10^2 см ² /с	$2.5 \cdot 10^{-6}$ см ³ /с	24 эВ	15.578 эВ	15 эВ

Критерии и параметры, использованные в расчётах, были следующими:

T	P_e	P_p	Da	χ	Γ	β_p	γ
168.49	92	9200	$1.6 \cdot 10^4$	30.66	195.52	10^4	0.046

Расчёты ВЧ-разряда проводились на регулярной сетке 40×20 по пространственным переменным, использованной во всех вычислениях. Моделирование ВЧ-разряда с гармоническим током разряда требует решения нестационарных уравнений переноса зарядов и баланса энергии электронов. В расчётах рассматривалось $\sim 10^4$ периодов ВЧ-разряда, по истечении которых колебания электронной плотности и температуры выходили на периодический режим. Из-за сильной нелинейности исходных уравнений, включающих решение уравнения Пуассона, полученные неявные численные схемы являются условно устойчивыми. В этой связи шаг по времени Δ_{τ_k} выбирался постоянным и достаточно малым — в диапазоне $\sim 5 \cdot 10^{-6} \div 10^{-4}$.

Расчёт аксиально-симметричного ВЧ-разряда в двумерной постановке даже при малых удельных энергозатратах является трудоёмкой вычислительной задачей, решение которой занимает значительное время. При расчёте разряда в пространственной области применение параллельного вычислительного алгоритма, основанного на покомпонентном расщеплении системы уравнений и декомпозиции расчётной области, позволяет эффективно снизить время вычислений. В численных расчётах исходная область разбивалась на четыре равных подобласти, содержащие одинаковое количество узлов. Сравнение времени выполнения распараллеленной программы на 16 процессорах с временем выполнения исходной программы показало ускорение примерно в пять раз при эффективности распараллеливания 31 %. Эффективным ускоряющим фактором здесь является декомпозиция расчётной области. Теоретическая оценка ускорения при двумерной декомпозиции без учёта покомпонентного расщепления системы уравнений на квадратной сетке выражается формулой [12]

$$S(N, p) = p / \left(1 + 4 \frac{t_o \sqrt{p}}{t_a N} \right),$$

где p — количество процессоров; t_a, t_o — время выполнения арифметических операций и передачи данных между процессорами соответственно; N — размерность квадратной сетки ($N = N_\xi = N_\zeta$, в нашем случае $N \approx 14$). Поскольку решение СЛАУ занимает значительное время $t_a \gg t_o$, то с увеличением числа разбиений (задействованных процессоров p) ускорение растёт практически линейно с увеличением p . Основным лимитирующим фактором, снижающим ускорение, является последовательность расчёта “потенциал — концентрации плазменных компонентов и электронная температура”, которая заложена в численной схеме. Другой существенный лимитирующий фактор — ограничение шага по времени. С уменьшением шагов сетки $\Delta_{\xi_{i+1/2}}, \Delta_{\zeta_{j+1/2}}$ (увеличением размерности N или использованием сгущающейся сетки для описания тонких приэлектродных слоёв) для обеспечения устойчивости счёта шаг по времени Δ_{τ_k} также необходимо уменьшать. Снижение шага по времени пропорционально увеличивает общее время расчёта, что может перекрыть эффект от ускорения.

Тестирование программы проводилось на основе сравнения численного решения с формулой (8), полученной аналитически в диффузионно-дрейфовом приближении для ВЧ-разряда между плоскостями. Чтобы постановка задачи соответствовала тестовой, вместо краевого условия $j_{e\zeta} = -\gamma j_{p\zeta}$ на катоде ($0 \leq \xi \leq \xi_o, \zeta = 1$) бралось условие $\rho_e = 0$. На рис. 2 пунктирной линией представлена зависимость электронной плотности от высоты на оси реактора, полученная в численных расчётах. Там же сплошной линией показана зависимость (8). Приведённые данные показывают качественное совпадение сопоставляемых результатов. При плоской конфигурации электродов расчётная электронная плотность однородна вдоль радиальной координаты, а её профиль

на оси симметрии практически совпадает с синусоидальной зависимостью от высоты реактора. Для количественной оценки различия электронных плотностей рассматривалось максимальное локальное отклонение. Найдено, что его значение не превышает величины 0.05, что находится в пределах ошибки аппроксимации.

На рис. 3 представлены распределения электронных плотностей в плазмохимическом реакторе травления для плоской и цилиндрической конфигурации электродов. В обоих случаях электронная плотность максимальна в центре реактора и монотонно падает до нуля с приближением к электродам. При разряде в реакторе цилиндрической конфигурации электронная плотность снижается также и в радиальном направлении (см. рис. 3, б). Максимальная плотность электронов (в сечении $z = 3.25$ см) монотонно уменьшается вдоль радиуса на 0.3, 2.3, 17.1, 72% при $r = 8.14, 14.57, 21.00, 27.43$ см соответственно. Если не рассматривать крайнее значение $r = 27.43$ см, поскольку образцы располагаются на некотором расстоянии от внешней кромки электрода, снижение расчётного распределения электронной плотности по радиусу реактора составляет $\sim 17\%$, что должно существенно повлиять на однородность обработки образцов.

Отношение характерных времен для электронов и ионов составляет величину $\sim 10^4$, что соответствует существенно большей подвижности электронов по сравнению с иона-

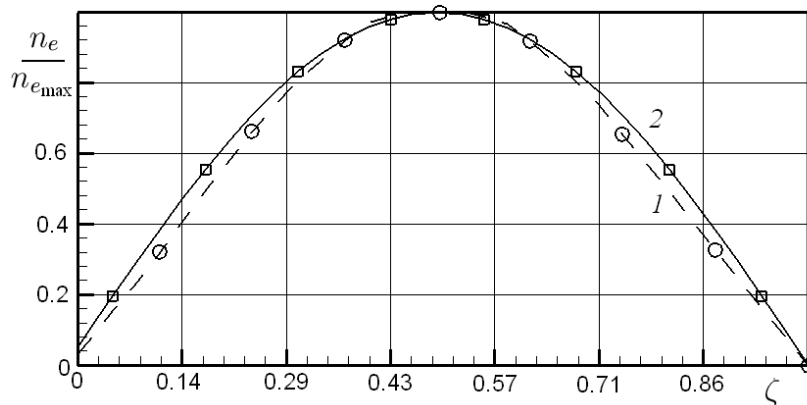


Рис. 2. Зависимость электронной плотности от высоты на оси реактора: 1 — расчёт, 2 — $\sin(\pi\zeta)$

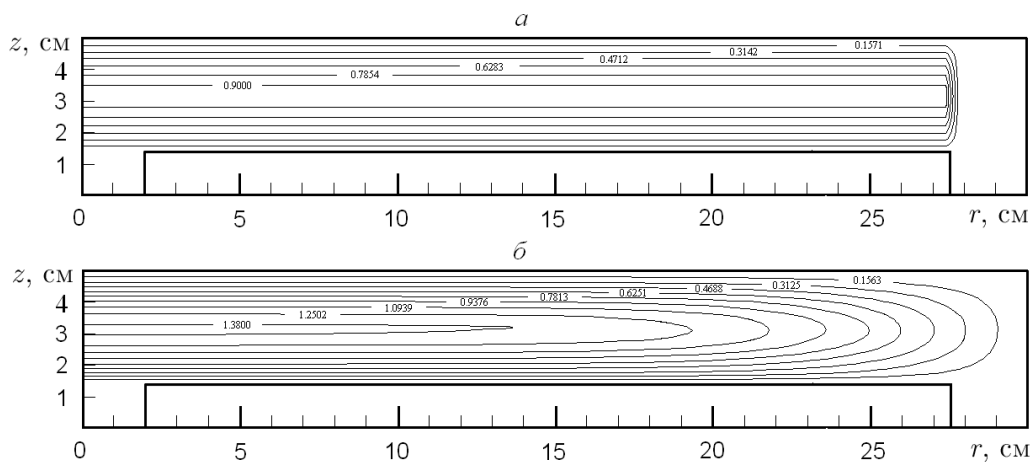


Рис. 3. Изолинии электронной плотности $n_e \cdot 10^{-10} \text{ см}^{-3}$ в плазмохимическом реакторе: а — плоская, б — цилиндрическая конфигурации

ми. В расчётах это приводит к тому, что в высокочастотном электрическом поле движутся только электроны, а ионы остаются неподвижными. Сравнение расчётной электронной плотности в различные моменты периода колебаний напряжения показали, что концентрация электронов изменяется только вблизи электродов. Распределения ионных плотностей повторяют структуры распределений электронных плотностей и не реагируют на высокочастотное поле.

Модели физико-химической кинетики в зоне ВЧ-разряда включают значительное число реакций, инициируемых бомбардировкой электронами, в том числе ионизацию и диссоциацию молекул и радикалов, обменные реакции, реакции возбуждения. Основной трудностью при рассмотрении подробных кинетик является определение констант скоростей этих процессов. При известном распределении электронной температуры скорости кинетических процессов с участием электронов вычисляются по формуле

$$k_j = \sqrt{\frac{8}{\pi m}} (kT_e)^{-3/2} \int_0^{\infty} \epsilon \sigma_j(\epsilon) \exp\left(-\frac{\epsilon}{kT_e}\right) d\epsilon,$$

где ϵ , $\sigma_j(\epsilon)$ — пороговая энергия и дифференциальное сечение соответствующего процесса, k — постоянная Больцмана. Расчёты показали, что электронная температура в объёме ПХР фактически постоянна, исключая узкие приэлектродные слои, где она резко меняется, но концентрация электронов мала. Среднее по периоду значение электронной температуры для обеих конфигураций ВЧ-разряда, которое принималось в последующих расчётах констант скоростей реакций, составляет ~ 5.9 эВ. Следует отметить, что эта величина, рассчитанная в рамках гидродинамической модели, оказалась близкой к полученной из решения кинетического уравнения Больцмана для электронов [18].

Для иллюстрации влияния электронной плотности на перенос нейтральных частиц, скорость и однородность травления образцов рассматривается случай, когда поток газовой смеси направлен к центру реактора. Расчётный режим характеризуется следующими параметрами: $p = 0.5$ Торр, $Q = 200$ см³/мин, $T_s = 300$ К, содержание O₂ в SF₄/O₂ составляет 20%. При других расчётных режимах результаты имеют аналогичный характер.

На рис. 4 приведены распределения концентрации фтора, соответствующие электронным плотностям, представленным на рис. 3. Несмотря на интенсивную конвекцию в радиальном плазмохимическом реакторе, основным механизмом переноса, определяющим процесс травления, является концентрационная диффузия активных частиц к поверхности обрабатываемых образцов. При распределении электронной плотности, показанной на рис. 3, а, концентрация фтора монотонно возрастает на входе в зону разряда и достигает максимума в диапазоне $r = 14 \div 21$ см, $z = 3 \div 5$ см (рис. 4, а). Далее ввиду усиливающегося действия конвективного переноса концентрация фтора слабо понижается к центру реактора. При ВЧ-разряде в реакторе цилиндрической конфигурации (см. рис. 3, б) распределение концентрации фтора имеет подобный вид (см. рис. 4, б). Однако максимум концентрации фтора сдвинут ближе к центру реактора в зону координат $r = 11 \div 16$ см, $z = 3 \div 4.5$ см, что связано с общим уменьшением электронной плотности и, как следствие, снижением производства активных частиц на периферии реактора.

На рис. 5 представлены зависимости скорости спонтанного травления от радиуса образца для двух конфигураций ВЧ-разряда и различного содержания O₂ в SF₄. При рассмотрении ВЧ-разряда между плоскостями скорость травления образца практиче-

ски не зависит от радиальной координаты (см. кривые 1–3). Однако из-за накопления активных частиц вблизи центра реактора скорость травления слабо повышается в диапазоне $r = 14 \div 21$ см. Конкуренция между процессами образования и переноса фтора вблизи внешней кромки нижнего электрода понижает скорость травления образца в этой области. При ВЧ-разряде в реакторе цилиндрической конфигурации скорость травления почти постоянна в диапазоне $r = 2 \div 16$ см и далее монотонно снижается в диапазоне $r = 16 \div 27.5$ см, что объясняется общим уменьшением электронной плотности на внешней кромке нижнего электрода и, как следствие, снижением скорости генерации активных частиц (см. кривые 4–6). Для обеих конфигураций ВЧ-разряда с увеличением содержания O_2 с 10 до 30 % скорость травления у внешней кромки образца значительно понижается, а её профиль становится более неравномерным. Различие между зависимостями средних скоростей травления от содержания O_2 в CF_4 для двух конфигураций ВЧ-разряда не превышает 4.7%, что объясняется одинаковой в обоих случаях мощностью разряда.

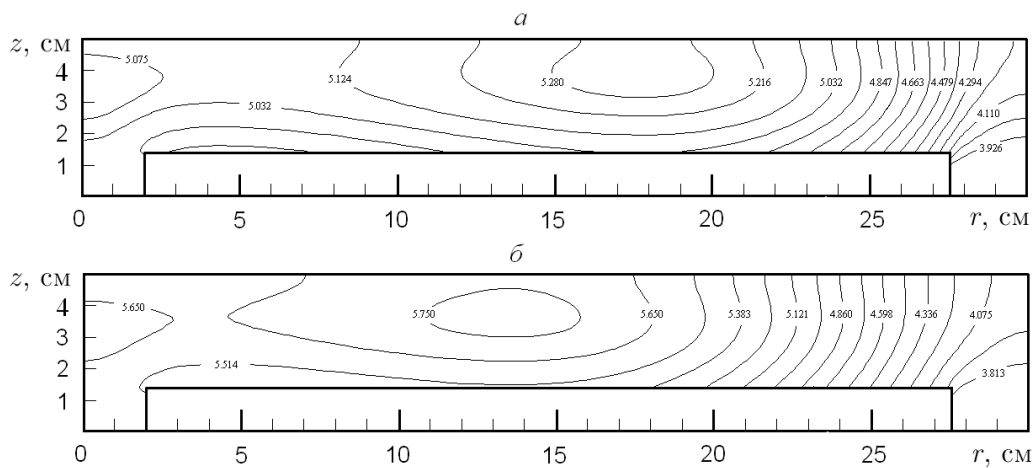


Рис. 4. Изолинии концентраций фтора $C_F \cdot 10^9$, моль/см³, в радиальном плазмохимическом реакторе: *a* — ВЧ-разряд между плоскостями, *b* — ВЧ-разряд в цилиндрическом объёме. Направление подачи смеси — к центру реактора

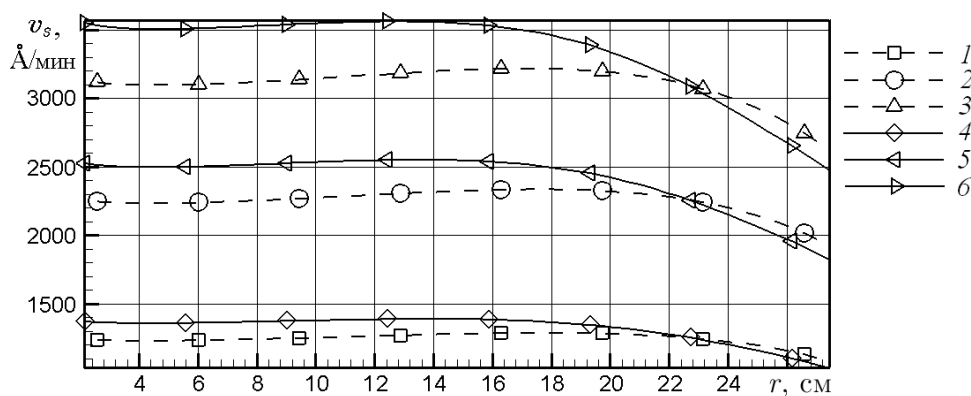


Рис. 5. Распределение скорости травления v_s вдоль радиуса образца: 1, 2, 3 — ВЧ-разряд между плоскостями, 3, 4, 5 — ВЧ-разряд в реакторе цилиндрической конфигурации; 1, 4 — 10 % O_2 ; 2, 5 — 20 % O_2 ; 3, 6 — 30 % O_2 . Другие параметры см. на рис. 3

Для количественного описания неоднородности травления вычислялся индекс неоднородности травления по формуле

$$I_n = \frac{v_{s2} - v_{s1}}{2\bar{v}_s},$$

где v_{s1} , v_{s2} , \bar{v}_s — минимальное, максимальное и среднее значения спонтанной скорости травления. С увеличением содержания O_2 в CF_4 до 25 % в ВЧ-разряде между двумя поверхностями индекс неоднородности достигает 9.7 %. Однако на практике обрабатываемые образцы размещаются на некотором расстоянии от внутренней и внешней кромок нижнего электрода. Заметим, что наибольшая неоднородность травления локализуется вблизи внешней кромки образца. Поэтому снижением скорости травления в этой зоне можно пренебречь, и неоднородность травления оказывается существенно ниже. При рассмотрении ВЧ-разряда в цилиндрической области индекс неоднородности увеличивается до 16.3 %, что объясняется снижением скорости травления в диапазоне $r = 17 - 27.5$ см. “Плоская” конфигурация ВЧ-разряда обеспечивает более равномерное производство активных частиц и лучшую однородность травления.

Заключение

Разработан алгоритм численного моделирования ВЧ-разряда в гидродинамическом приближении. Для решения уравнений непрерывности электронов и ионов и уравнения энергии электронов использована обобщённая на двумерный случай неявная экспоненциальная разностная схема, которая обеспечивает положительную определённость расчётных значений электронной температуры и концентраций плазменных компонентов. На основе этой схемы рассчитаны характеристики разряда в плазмохимическом реакторе травления радиальной схемы для плоскопараллельной и цилиндрической конфигураций ВЧ-электродов. Опыт использования предложенного алгоритма для гидродинамической модели ВЧ-разряда в расчёте режимов травления в ПХР показал, что время отдельного расчёта параллельной программой составляет 3–5 сут. Поэтому из-за большой вычислительной трудоёмкости численное моделирование ВЧ-разряда следует рассматривать как отдельное самостоятельное исследование, а в оптимизационных расчётах ПХР для электронной плотности и температуры целесообразно применять аналитические модели, учитывающие результаты численного моделирования или экспериментальные данные.

Список литературы

- [1] CHERRINGTON B.E. Gaseous Electronics and Gas Lasers. Oxford: Pergamon Press, 1980.
- [2] AYDIL E.E., ECONOMOU D.J. Modeling of plasma etching reactors including wafer heating effects // J. of the Electrochem. Soc. 1993. Vol. 140. P. 1471–1481.
- [3] GRAVES D.B., JENSEN K.F. A continuum model of DC and RF discharges // IEEE Trans. on Plasma Sci. 1986. Vol. PS-14. P. 78–91.
- [4] LYMBEROPOULOS D.P., ECONOMOU D.J. Fluid simulation of glow discharges: Effect of metastable atoms in argon // J. of Appl. Phys. 1993. Vol. 73. P. 3668–3679.
- [5] ГАДИЯК Г.В., ШВЕЙГЕРТ В.А., УУЭМАА О.У. Математическое моделирование тлеющего газового разряда // Изв. СО АН СССР. Серия техн. наук. 1988. № 21, вып. 6. С. 41–47.

- [6] ШВЕЙГЕРТ В.А. Высоочастотный разряд низкого давления в электроотрицательных газах. Новосибирск, 1990 (Препр. РАН. Сиб. отд-ние. ИТПМ. № 8-90).
- [7] ТИХОНОВ А.Н., САМАРСКИЙ А.А. Об одной наилучшей однородной разностной схеме // Докл. АН СССР. 1959. Т. 124. С. 779–782.
- [8] ДУЛАН Э., МИЛЛЕР ДЖ., ШИЛДЕРС У. Равномерные численные методы решения задач с пограничным слоем. М.: Мир, 1983.
- [9] ПАТАНКАР С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984.
- [10] SCHARFETTER D.L., GUMMEL H.K. Large-signal analysis of a silicon read diode oscillator // IEEE Trans. on Electron Devices. 1969. Vol. ED-16. P. 64–77.
- [11] TING WEI TANG. Extension of the Scharfetter-Gummel algorithm to the energy balance equation // Ibid. 1984. Vol. ED-31. P. 1912–1914.
- [12] СТАРЧЕНКО А.В., ИБРАЕВ Г.М. Опыт создания вычислительного кластера на базе кластерных систем Томского научного центра // Четвёртая Сибирская школа-семинар по параллельным и высокопроизводительным вычислениям. Томск: Дельтаплан, 2008. С. 61–78.
- [13] ПИССАНЕЦКИ С. Технология разреженных матриц. М.: Мир, 1988.
- [14] ГРИГОРЬЕВ Ю.Н., ГОРОБЧУК А.Г. Эффекты неизотермичности в плазмохимическом реакторе травления // Микроэлектроника. 1998. Т. 27, № 4. С. 294–303.
- [15] ГРИГОРЬЕВ Ю.Н., ГОРОБЧУК А.Г. Особенности интенсификации травления кремния в CF_4/O_2 // Там же. 2007. Т. 36, № 4. С. 283–294.
- [16] GRIGORYEV YU.N., GOROVCHUK A.G. Numerical simulation of plasma-chemical processing semiconductors // Micro Electronic and Mechanical Systems / Ed. by Kenichi Takahata. In-Tech Education and Publ., 2009. P. 185–210.
- [17] Физические величины. Справочник / Под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова. М.: Энергоатомиздат, 1991.
- [18] MEEKS E., VOSEN S.R., SHON J.W. ET AL. Results From Modeling and Simulation of Chemical Downstream Etch Systems. Sandia Rep. SAND96-8241 UC-401. 1996.

Поступила в редакцию 6 мая 2013 г.