

Применение генетического алгоритма к задаче оптимального расположения датчиков

А. С. АСТРАКОВА, Д. В. БАННИКОВ, М. М. ЛАВРЕНТЬЕВ (мл.)
Новосибирский государственный университет, Россия
e-mail: anna.astrakova@gmail.com, denis.bannikov@gmail.com

С. Г. ЧЕРНЫЙ
Учреждение Российской академии наук
Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск, Россия
e-mail: cher@ict.nsc.ru

Рассматривается задача оптимального размещения датчиков для заблаговременного обнаружения волны цунами. Требуется заданным числом датчиков обнаружить возмущение, возникшее в любой точке области возможного формирования волны цунами. Задача сводится к отысканию минимума функционала, определяющего время первого обнаружения датчиками волны от самой дальней точки области ее формирования. При построении функционала используется длинноволновое приближение зависимости скорости волны от глубины. Для решения поставленной задачи применяется генетический алгоритм. Проведена всесторонняя верификация построенного численного алгоритма. Решена задача об оптимальном расположении датчиков для Алеуто-Аляскинской области возникновения волны цунами.

Ключевые слова: генетический алгоритм, оптимальное расположение датчиков, волны цунами, Алеуто-Аляскинская область возникновения волны цунами.

Введение

Для выявления волн цунами в открытом океане используются придонные датчики гидростатического давления. От их числа и места расположения зависит быстрота обнаружения волны цунами. Один из методов оптимального расположения датчиков для самого быстрого оповещения о приходе волны цунами в защищаемые пункты побережья Тихого океана рассматривается в [1]. Метод состоит в указании шести фиксированных точек возможного расположения датчиков и последующем выборе тех из них (необязательно всех шести), установка в которых позволит спасти максимальное количество жителей защищаемых районов. Область возникновения волны цунами моделируется 18 точечными источниками. На побережье фиксируются 27 поселений с известной численностью населения. Для каждого точечного источника волны цунами определяется количество людей, которые будут спасены при выбранной расстановке датчиков. Для этого время добегания волны цунами до поселения сравнивается со временем обнаружения волны цунами датчиками, к которому добавлено время оповещения о приходе

волны цунами и эвакуации населения. Процедура проводится для всех точечных источников возникновения волны цунами и для всех поселений. Таким образом, строится функционал, выражающий долю спасенных людей среди всех спасаемых людей. Расположение минимального числа датчиков, обеспечивающих максимальное значение этого функционала, является решением поставленной в работе [1] задачи.

Этот подход привязан к фиксированным местам расположения датчиков, а потому не может обеспечить минимально возможное время обнаружения волны. Решение задачи минимизации времени определения возмущения произвольно расположенными датчиками позволит гарантировать максимальное возможное время, необходимое для предупреждения и эвакуации, и тем самым повысить эффективность мероприятий по спасению. В настоящей работе такая задача ставится и решается с помощью генетического алгоритма. Метод проверяется на модельных акваториях. Затем решается близкая к реальной задача о волне цунами в Алеуто-Аляскинской зоне.

1. Общая постановка задачи

1.1. Основные понятия

Пусть Ω — область, включающая часть акватории с переменной глубиной дна h , участки суши и зону расположения источников волн цунами \mathbf{P} (рис. 1). Здесь и далее декартовы координаты x , y и глубина h измеряются в условных единицах длины, если не оговорено иное. Через \mathbf{D} обозначим фрагмент акватории из Ω , в которой могут устанавливаться датчики. Решаемая задача состоит в определении расположения заданного числа датчиков L , обеспечивающего минимальное возможное время обнаружения

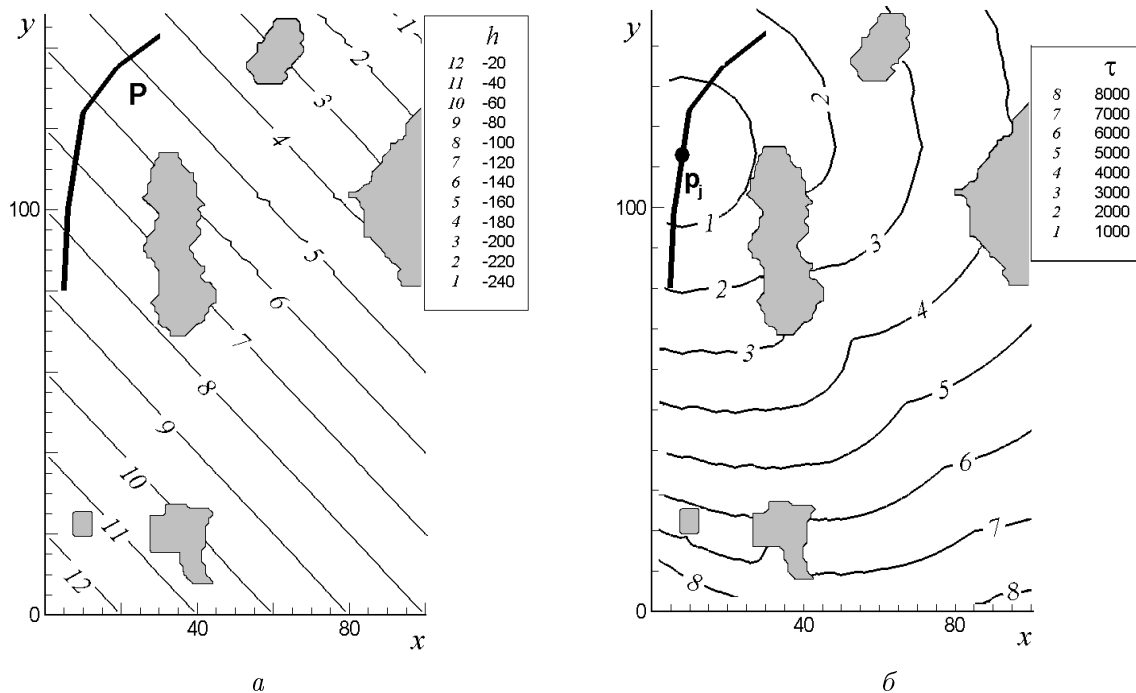


Рис. 1. Область Ω , состоящая из акватории (ее глубина отмечена изолиниями), участков суши (обозначены серым цветом) и источников возмущений \mathbf{P} (a); изохроны прихода возмущения из точки $\mathbf{p}_j \in \mathbf{P}$ (b)

волны, порожденной источником из любой точки \mathbf{P} . Область Ω будем считать прямоугольной и аппроксимируем ее равномерной сеткой $\omega_h = \{(x_n, y_m) | n = \overline{1, N}, m = \overline{1, M}\}$ с распределением глубин $h_{n,m} = h(x_n, y_m)$. Область источников волн цунами \mathbf{P} на этой же сетке будем аппроксимировать набором точек $\{\mathbf{p}_j\}_{j=1}^P$, где $p_j = (x_j, y_j) \in \omega_h$. Каждый датчик $q_i = (x_i, y_i)$, $i = 1, \dots, L$, лежит в области \mathbf{D} . Область \mathbf{D} является произвольной и может совпадать с частью области Ω , занятой водой. Назовем конфигурацией $\mathbf{Q} = \{\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_L\}$ взаимное расположение L датчиков, представляющих одно из возможных решений рассматриваемой задачи.

Пусть известно минимальное время добегания волны цунами $\tau(\mathbf{p}_j, \mathbf{x})$ от точки \mathbf{p}_j до произвольной точки \mathbf{x} из Ω (рис. 1). Тогда время первого обнаружения волны цунами, сформировавшейся от возмущения в этой точке, конфигурацией \mathbf{Q} из L датчиков составит

$$t(\mathbf{p}_j, \mathbf{Q}) = \min_{1 \leq i \leq L} \tau(\mathbf{p}_j, \mathbf{q}_i). \quad (1)$$

Гарантированное время обнаружения конфигурацией \mathbf{Q} возмущения, возникшего в любой из точек $\mathbf{p}_j \in \mathbf{P}$, определится как

$$T(\mathbf{Q}) = \max_{1 \leq j \leq P} t(\mathbf{p}_j, \mathbf{Q}). \quad (2)$$

1.2. Математическая постановка оптимизационной задачи

Математически задача нахождения конфигурации \mathbf{Q} , оптимальной в смысле минимизации гарантированного времени обнаружения возмущения из любой точки \mathbf{P} , формулируется следующим образом.

Найти конфигурацию $\mathbf{Q} = \{\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_L\}$, обеспечивающую минимальное значение функционала $T(\mathbf{Q})$ из (2)

$$\min T(\mathbf{Q}) \quad (3)$$

при наличии фазовых ограничений

$$\mathbf{Q} \in \mathbf{D}. \quad (4)$$

1.3. Минимальное время добегания волны от точки \mathbf{p}_j до точки \mathbf{x} акватории

Пошаговый алгоритм расчета времени добегания основывается на принципе Гюйгенса, согласно которому любая точка, до которой дошло возмущение, становится самостоятельным источником возмущения. Впервые подобные алгоритмы рассмотрены в [2–4], и в настоящей работе используется одна из их модификаций. Для полноты изложения далее приводится краткое ее описание. С каждым узлом акватории области Ω связывается понятие области влияния этого узла, состоящей из ближайших окружающих его узлов. Считается, что за один шаг алгоритма возмущение может прийти от текущего узла только до его соседей по области влияния. Время распространения возмущения от текущего узла A к узлу B области влияния A есть

$$\tau_{AB} = \frac{2L}{C_A + C_B}, \quad (5)$$

где L — расстояние между узлами A и B ; $C = \sqrt{gh}$ — локальная скорость распространения возмущения в соответствующем узле, полученная из длинноволнового приближения [5].

Тогда для узла B оценка времени добегания на текущем шаге определяется как

$$\tau_B = \tau_A + \tau_{AB}, \quad (6)$$

где τ_A — минимальное время добегания возмущения до узла A . Все узлы акватории области Ω разбиваются на три множества, первое из которых содержит узлы с найденными для них временами добегания. Второе множество содержит узлы с пошагово уточняемыми значениями времени. Третье множество содержит узлы, для которых время добегания еще не определялось. На начальном шаге узел источника волны цунами заносится во второе множество с нулевым значением его τ_A . Остальные узлы заносятся в третье множество. Затем узлы из второго множества, не содержащиеся в своих областях влияния представителей третьего множества, переносятся в первое множество и исключаются из дальнейшего расчета. На следующем шаге перебираются в порядке возрастания времен добегания узлы A из второго множества и идентифицируются узлы B из областей их влияния. Если B принадлежит третьему множеству, то по (6) определяется впервые время добегания до него, и он переводится во второе множество следующим шагом. Если же B принадлежит второму множеству, то время добегания до него уточняется из минимизирующего соотношения

$$\tau_B = \min(\tau_A + \tau_{AB}), \quad (7)$$

где минимум берется по всем узлам A , находящимся в области влияния B и принадлежащим второму множеству. После определения времен добегания до каждого узла B из области влияния A сам узел A переводится в первое множество и процедура повторяется для следующего узла A из второго множества, пока оно не будет исчерпано. Далее шаги повторяются до тех пор, пока все узлы акватории Ω не будут включены в первое множество.

Программа, реализующая описанный алгоритм, предоставлена авторам настоящей работы Ан.Г. Марчуком [6]. Пример вычисленного по ней поля времен добегания приведен на рис. 1.

2. Метод решения

В основу метода решения поставленной оптимизационной задачи положен генетический алгоритм (ГА), в соответствии с которым популяция индивидуумов меняется в течение нескольких поколений путем отбора лучших из них относительно предписанного критерия, их рекомбинации (скрещивания) и мутации. Подробно этот алгоритм изложен в монографии [7]. Применительно к нахождению конфигурации L датчиков \mathbf{Q} , индивидуумом является сама конфигурация \mathbf{Q} . Также индивидуумом мы будем называть набор параметров-координат

$$(x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_i, y_i, \dots, x_L, y_L), \quad (8)$$

определяющих эту конфигурацию \mathbf{Q} .

2.1. Общая схема алгоритма решения

Алгоритм состоит из следующих шагов.

1. Формируется начальная, соответствующая $s = 0$ и $p = p_0$, популяция $\mathbf{Q}_1^s, \dots, \mathbf{Q}_k^s, \dots, \mathbf{Q}_p^s$, состоящая из p индивидуумов. Каждый индивидуум — это набор параметров (8), определяющих конфигурацию, подлежащую оптимизации, при этом $\{x_i, y_i; i = 1, \dots, L\}_k^s \in \mathbf{D}, k = 1, \dots, p$. Начальная популяция создается случайным образом применительно ко всем параметрам так, чтобы каждый индивидуум удовлетворял фазовым ограничениям (4).
2. Для каждого индивидуума в популяции вычисляется соответствующее значение функционала $T(\mathbf{Q}_k^s)$ в (2).
3. Производится отбор некоторого количества $Tr \cdot p$ ($Tr < 1$) наилучших, которым соответствуют наименьшие значения функционала T индивидуумов и по которым с помощью операций рекомбинации, мутации и клонирования строится новая популяция $\mathbf{Q}_1^{s+1}, \dots, \mathbf{Q}_k^{s+1}, \dots, \mathbf{Q}_p^{s+1}$, состоящая из $p \leq p_0$ индивидуумов.
4. Осуществляется переход на шаг 2 с переприсвоением $s = s + 1$, пока не будет рассчитано N_{gen} поколений, обеспечивающих достижение глобального минимума функционала T .

2.2. Операции генетического алгоритма

2.2.1. Селекция

Фиксированное число $Tr \cdot p$ ($0 < Tr < 1$) индивидуумов, соответствующих функционалам с минимальными значениями, отбирается из предыдущего поколения. Остальные индивидуумы отбрасываются.

2.2.2. Рекомбинация

Из индивидуумов, полученных в результате селекции, случайным образом выбирают два индивидуума-родителя $\mathbf{Q}' = (x'_1, y'_1, \dots, x'_L, y'_L)$ и $\mathbf{Q}'' = (x''_1, y''_1, \dots, x''_L, y''_L)$, которые производят новый индивидуум $\mathbf{Q}^{\text{new}} = (x_1^{\text{new}}, y_1^{\text{new}}, \dots, x_L^{\text{new}}, y_L^{\text{new}})$. Для этого последовательно берутся датчики \mathbf{q}'_i и \mathbf{q}''_i , $i = 1, \dots, L$, из конфигураций \mathbf{Q}' и \mathbf{Q}'' соответственно. По ним строится датчик-потомок $\mathbf{q}_i^{\text{new}} = (x_i^{\text{new}}, y_i^{\text{new}})$ конфигурации \mathbf{Q}^{new} по формуле

$$x_i^{\text{new}} = \alpha_{x,i}x'_i + (1 - \alpha_{x,i})x''_i, \quad y_i^{\text{new}} = \alpha_{y,i}y'_i + (1 - \alpha_{y,i})y''_i, \quad (9)$$

где $\alpha_{x,i}$ и $\alpha_{y,i}$ — числа, выбранные случайным образом из интервала $(-d, 1 + d)$. Величина $d > 0$ называется *параметром рекомбинации*. Отметим, что $\alpha_{x,i}$ и $\alpha_{y,i}$ могут быть больше единицы и меньше нуля, поэтому рекомбинация включает в себя элемент экстраполяции. Операция рекомбинации выполняется p раз с целью сконструировать

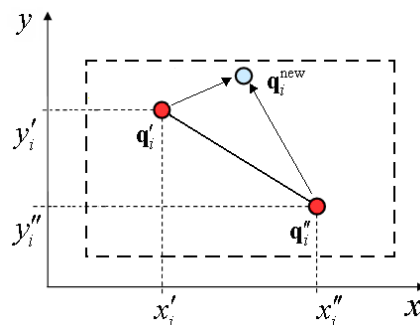


Рис. 2. Рекомбинация

поколение, содержащее p индивидуумов. Схема получения i -го датчика конфигурации \mathbf{Q}^{new} отображена на рис. 2. Область, границы которой отмечены штриховой линией, обозначает место возможного расположения датчика $\mathbf{q}_i^{\text{new}}$ и определяется параметром рекомбинации d .

2.2.3. Мутация

Оператор мутации заключается в случайном незначительном изменении каждой компоненты вектора конфигурации \mathbf{Q} . Он необходим для “выталкивания” популяции из окрестностей локальных минимумов. Число, на которое изменяется компонента, называется шагом мутации. Шаг мутации зависит от *мутационного параметра* $\mu \in [0, 1]$, максимальных размеров Δx и Δy поискового пространства \mathbf{D} по каждой из координат и некоторой случайной величины, уменьшающей вероятность большого шага. Компоненты в алгоритме мутируют по правилу

$$x_i^{\text{mut}} = x_i \pm 2^{-16\gamma} \mu \Delta x, \quad y_i^{\text{mut}} = y_i \pm 2^{-16\gamma} \mu \Delta y, \quad i = 1, \dots, L, \quad (10)$$

где знаки “+” и “−” выбираются с равной вероятностью, γ — случайное действительное число из $[0, 1]$. В силу вида функции $2^{-16\gamma}$ вероятность получения нового индивидуума \mathbf{Q}^{mut} , расположенного рядом с \mathbf{Q} , больше, чем вероятность создания удаленного от него индивидуума. Схема мутации для одного датчика отображена на рис. 3.

Сохранение наилучшего индивидуума в каждом поколении называется *клонированием*. Такое действие необходимо, чтобы наилучший индивидуум не потерялся в результате мутации и рекомбинации.

2.2.4. Проектирование

Новая популяция строится так, чтобы фазовые ограничения (4) заведомо выполнялись. Индивидуум \mathbf{Q} , на котором они не выполнены, будет заменен индивидуумом $\bar{\mathbf{Q}}$, получаемым проектированием \mathbf{Q} в область \mathbf{D} . Операция проектирования осуществляется по следующему правилу: $\bar{\mathbf{Q}} = \mathbf{Q} + a(\mathbf{Q}^m - \mathbf{Q})$, где \mathbf{Q}^m — индивидуум из предыдущего поколения, на котором в этом поколении достигалось наименьшее значение функционала. Значение $a \in [0, 1]$ подбирается таким образом, чтобы худший из датчиков конфигурации \mathbf{Q} оказался на границе области \mathbf{D} , а остальные — внутри нее. Схема операции проектирования для конфигурации, состоящей из одного датчика, изображена на рис. 4.

Процесс построения новых популяций повторяется до тех пор, пока не будет рассчитано N_{gen} поколений, достаточное для сходимости метода. Решением задачи станет

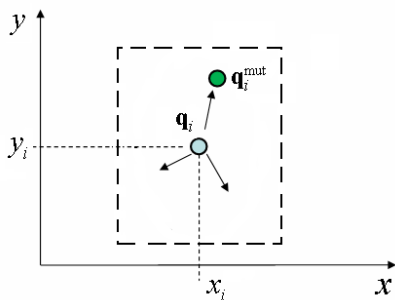


Рис. 3. Мутация

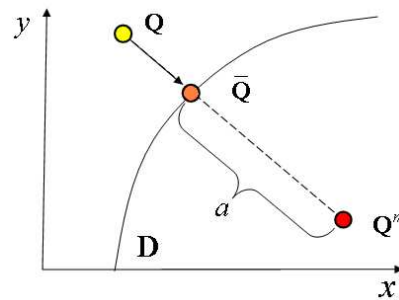


Рис. 4. Проектирование

индивидуум последнего поколения, соответствующий минимальному значению функционала.

Далее параметры ГА d , μ , Tr называются константами ГА: во избежание путаницы, связанной с набором параметров, задающих индивидуум \mathbf{Q} . В настоящей работе используются следующие константы ГА: $d = 0.7$, $\mu = 0.1$, $Tr = 0.3$, подобранные в результате численных экспериментов на тестовых задачах (см. подразд. 3.1.3). Они позволяют наиболее эффективно находить решения оптимизационной задачи.

Все программные модули ГА и метода вычисления времени добегания возмущения от источника написаны на языке Fortran. Обычное время решения оптимизационной задачи при $N_{gen} = 50$, $p = 200$, $L = 6$ на ПК Pentium IV 3 GHz с компилятором Compaq Fortran 6.6 составляет 2 мин.

3. Экспериментальное исследование алгоритма

В настоящем разделе построенный численный метод тестируется на двух модельных задачах, для которых известны точные решения. На этих задачах устанавливаются его свойства, подбираются константы ГА. Отметим, что в работе [8] проводится верификация разработанного алгоритма еще на ряде тестовых задач, более детально анализируются свойства алгоритма.

3.1. Нахождение оптимальной конфигурации датчиков в акватории с постоянным дном и источниками цунами, расположенными на полуокружности

В первой модельной задаче рассматривалась прямоугольная область акватории Ω с областью источников возмущения P в виде полуокружности (рис. 5, а). В области возможного расположения датчиков D глубина дна h равна 10 м, остальная часть области Ω — суша. Далее численные решения, полученные для различного количества датчиков, сравниваются с точными решениями. Изучается влияние размера поколения и констант ГА на сходимость и точность решения.

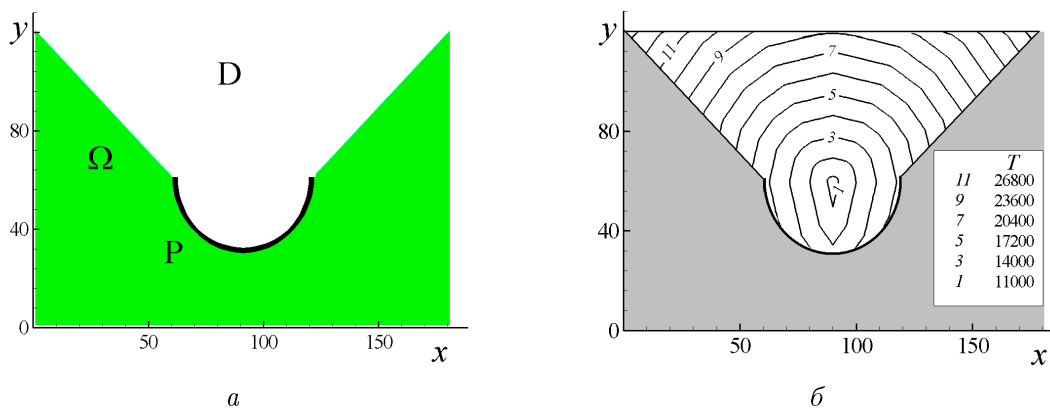


Рис. 5. Область Ω с акваторией (обозначена белым цветом), подобластью D и источниками цунами на полуокружности (а) и изолинии значений функционала $T(\mathbf{q})$ при “пробегании” датчиком \mathbf{q} по всем точкам D (б)

3.1.1. Оптимальное расположение одного датчика

В случае, когда конфигурация \mathbf{Q} состоит из одного датчика ($L = 1$), значение функционала T в (2) может быть вычислено для каждой точки области \mathbf{D} — возможного расположения в ней датчика. На рис. 5, б приведены значения T в точках \mathbf{D} расположения одного датчика. Видно, что минимум функционала T находится в центре окружности. Численное решение оптимизационной задачи (3), (4) дает то же самое расположение датчика.

3.1.2. Численные эксперименты с двумя станциями

Эволюция поколений индивидуумов, состоящих из двух датчиков, а также функционала T при решении оптимизационной задачи показана на рис. 6. Количество индивидуумов p в поколениях в этой задаче задавалось равным 50. На рисунке представлены все индивидуумы выбранных поколений.

Исследование влияния размера популяции p на точность решения показало, что точность возрастает при увеличении размера поколения. Чем больше этот размер, тем ближе индивидуумы ложатся к глобальному минимуму. При малом размере популяции вероятность попадания в окрестность глобального минимума уменьшается и в результате эволюция приводит решение к локальным минимумам. Это хорошо видно

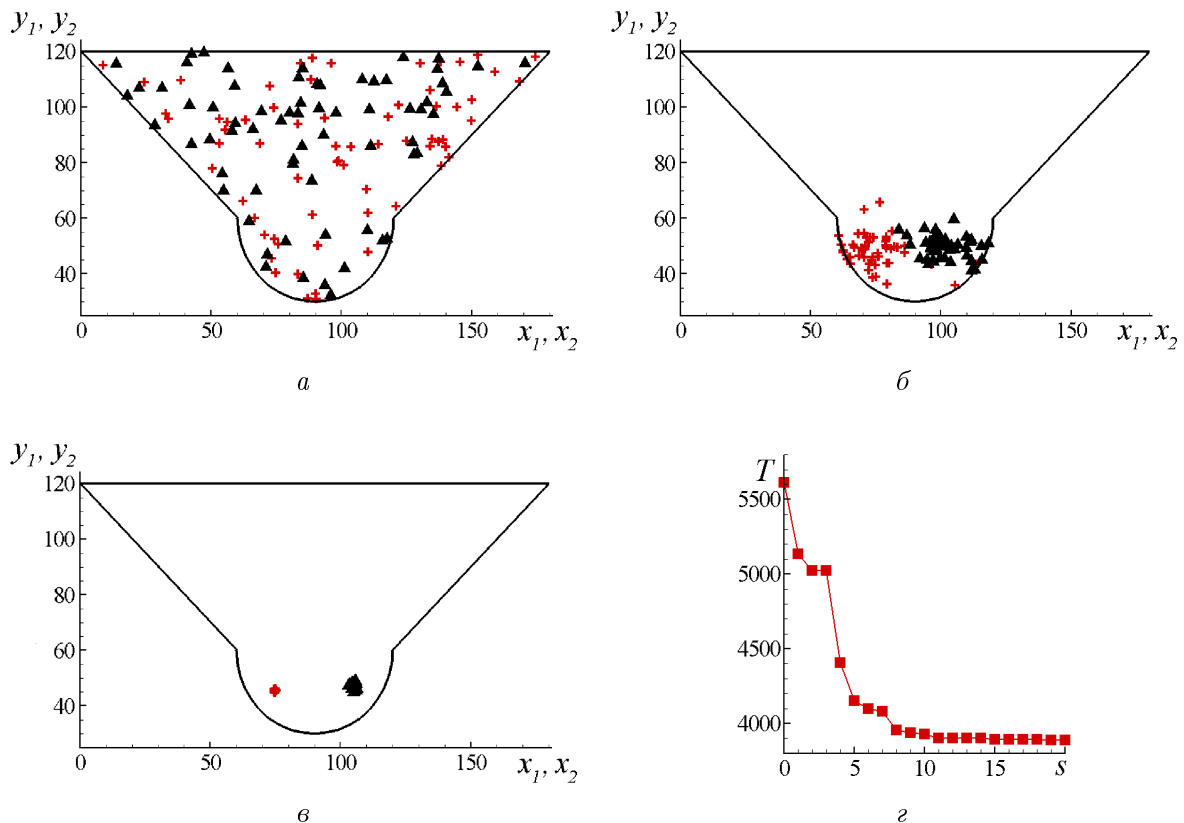


Рис. 6. Распределения конфигураций из двух датчиков (▲ — первый, + — второй датчики соответственно) в процессе эволюции s ($a - s = 1$; $b - s = 5$; $v - s = 20$) и сходимость функционала T (z)

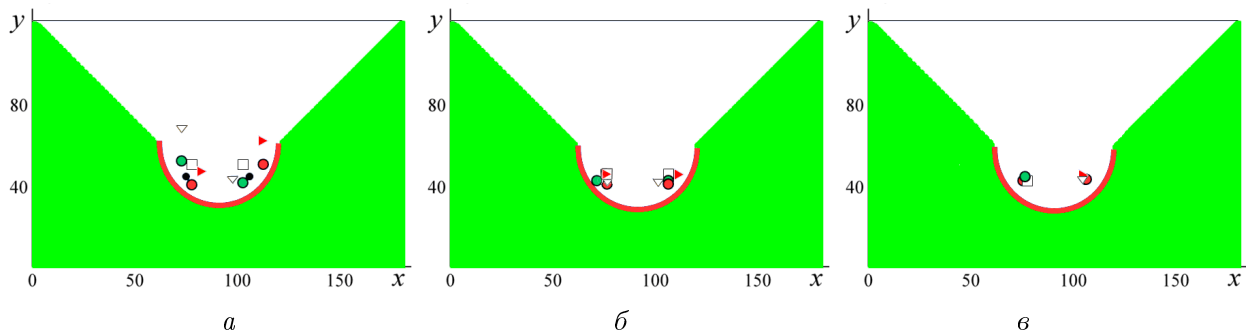


Рис. 7. Полученные в результате пяти запусков решения при различных размерах популяций: $a - p = 20$; $б - p = 40$; $в - p = 80$

из рис. 7, на котором для разных размеров популяции приведены результаты сходимости решений. Для каждого случая было проведено по пять оптимизационных расчетов и полученные в них наилучшие решения нанесены на рисунках. Повторение расчетов проводится с целью подтверждения устойчивости получаемых решений к случайным начальным вариациям конфигураций датчиков. Обычно достаточно провести пять расчетов, чтобы убедиться в достоверности полученного решения. В работах [9–11] также рассматривался вопрос о задании оптимального размера популяции, не требующего, с одной стороны, значительных вычислительных затрат, а с другой — обеспечивающего сходимость ГА к глобальному минимуму. Следует обратить внимание на общую тенденцию, отмечаемую в указанных статьях и наблюдаемую в настоящей работе. С ростом размера популяции требуется эволюция большего числа поколений для достижения алгоритмом стационарного состояния.

3.1.3. Оптимальная конфигурация для нескольких датчиков

В первой модельной задаче также были найдены оптимальные расположения двух и большего числа датчиков. Индивидуумов в популяции p задавалось 100. Такой размер поколения обеспечивал надежную сходимость ГА к глобальному минимуму. Для по-

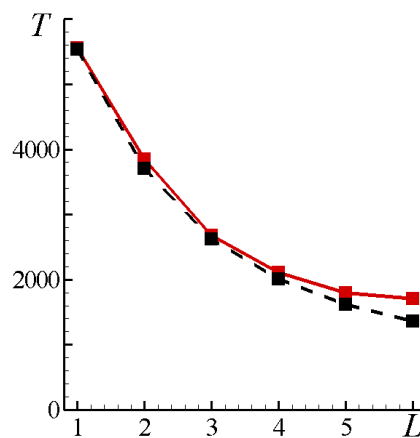


Рис. 8. Зависимости значений функционалов от числа используемых датчиков: сплошная линия — численное решение; штриховая — точное решение

строения точного решения задачи дуга полуокружности разбивалась на L равных дуг. Центры хорд, отвечавшие дугам, образовали конфигурацию точного решения задачи. На рис. 8 приведено сравнение точных и численных решений первой модельной задачи для различного числа датчиков L .

Ниже рассматривается влияние констант ГА на скорость сходимости и точность получаемого решения. Даются рекомендации по заданию наиболее подходящих констант ГА.

Зависимость решения от начального числа индивидуумов в популяции p_0 и последующего их количества p показана в табл. 1. Здесь N_{gen} — число рассчитанных поколений, при котором устанавливается решение задачи и в следующих поколениях не изменяется. Среднее время T_{average} вычислялось по формуле

$$T_{\text{average}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_i,$$

где n — количество оптимизационных запусков, T_i — полученное при i -м запуске решение, $T_{\text{min}} = \min(T_1, \dots, T_n)$. Значение $n = 5$ для $p = 100, 1000, 3000$ и $n = 3$ для $p = 10\,000, 30\,000$. Точному решению этой задачи соответствует время $T_{\text{exact}} = 1355$.

Зависимость решения от мутационного параметра μ показана в табл. 2. Здесь

$$\delta T = 0.5(T_{\text{max}} - T_{\text{min}}),$$

где $T_{\text{max}} = \max(T_1, \dots, T_n)$. Остальные константы ГА: $d = 0.7, Tr = 0.3, p_0 = p = 100$. Наблюдается уменьшение времени гарантированного обнаружения волны цунами с уменьшением мутационного параметра μ . Однако для $\mu = 0.2$ среднее по запускам значение T_{average} получается меньше, чем при $\mu = 0.1$. Поэтому оба этих значения мутационного параметра будут рассмотрены в последующих численных экспериментах.

Зависимость решения для двух значений μ от параметра рекомбинации d при параметре селекции $Tr = 0.1$ показана в табл. 3, а при $Tr = 0.3$ — в табл. 4. Данные этих таблиц получены при $p_0 = p = 100$ путем оптимизационных запусков в количестве $n = 16$. Число запусков бралось таковым, чтобы накопить достаточный эмпирический материал и принять взвешенное решение относительно эффективных констант алгоритма. Действительно, для некоторых значений констант ГА в табл. 3 и 4 наблюдаются близкие показания приводимых характеристик.

Т а б л и ц а 1

Величины	Значения				
p_0 / p	300/100	3000/1000	30000/10000	10000/100	30000/100
N_{gen}	50	100	120	60	85
T_{average}	2458	2462	1419	2088	2288
T_{min}	2177	2167	1355	1683	2112

Т а б л и ц а 2

Величины	Значения				
μ	0.1	0.2	0.3	0.5	1
N_{gen}	50	70	75	80	85
$T_{\text{average}} \pm \delta T$	2279±895	2203±786	2320±774.5	2399±794	2305±578
T_{min}	1355	1399	1400	1696	1723

Т а б л и ц а 3

Величины	Значения для $\mu=0.1$ и $Tr = 0.1$			Значения для $\mu=0.2$ и $Tr = 0.1$		
	0.3	0.7	0.9	0.3	0.7	0.9
d	0.3	0.7	0.9	0.3	0.7	0.9
N_{gen}	50	70	70	50	95	100
$T_{average} \pm \delta T$	2600±593	2434±620.5	2159±747	2570±466.5	2204±732	2238±597.5
T_{min}	2178	1858	1423	2112	1735	1723

Т а б л и ц а 4

Величины	Значения для $\mu = 0.1$ и $Tr = 0.3$			Значения для $\mu = 0.2$ и $Tr = 0.3$		
	0.5	0.7	0.9	0.5	0.7	0.9
d	0.5	0.7	0.9	0.5	0.7	0.9
N_{gen}	50	60	70	50	70	80
$T_{average} \pm \delta T$	2259±789	2279±895	2108±832	2280±1016	2203±786	2181±949.5
T_{min}	1723	1355	1356	1399	1399	1399

Т а б л и ц а 5

Величины	Значения для $\mu = 0.1$ и $Tr = 0.5$		
	0.5	0.7	0.9
d	0.5	0.7	0.9
N_{gen}	300	400	60
$T_{average} \pm \delta T$	2342±775	2089±792	2223±944
T_{min}	1399	1399	1416

Из этих таблиц видно, что значение $\mu = 0.1$ дает наиболее точное решение, поэтому в табл. 5 представлены результаты оптимизационных расчетов при $\mu = 0.1$, $Tr = 0.5$ и различных значениях параметра рекомбинации d .

В результате проведенных численных экспериментов установлены наилучшие в смысле эффективности работы алгоритма константы ГА: $d = 0.7$, $\mu = 0.1$, $Tr = 0.3$. При этом остается в силе следующая рекомендация: чем больше константа p , тем больше вероятность достижения в процессе эволюции глобального минимума. Вопрос значений оптимальных констант ГА для произвольного p нуждается в отдельном изучении.

3.1.4. Некоторые особенности ГА

При решении первой модельной задачи для числа датчиков $L \geq 6$ и размера популяции $p = 100$ может иметь место сходимость к локальному минимуму. В одном из проведенных запусков четыре датчика из восьми расположились равномерно вдоль полуокружности, остальные — вдалеке от области \mathbf{P} . Для улучшения сходимости построенного метода к глобальному минимуму возможны его модификации.

Одной из простейших таких модификаций является увеличение числа индивидуумов p в поколении. Воздействие этого очевидного приема на сходимость численного алгоритма к глобальному минимуму продемонстрировано в случае $L = 2$ на рис. 7, а также в случае $L = 6$ (см. табл. 1).

Следующей модификацией является внесение в начальное поколение “хорошего” индивидуума, который, по возможности, наиболее близок к конфигурации, дающей глобальный минимум. Это позволяет избежать сходимости к локальным минимумам. В случае, если область \mathbf{D} является односвязной, а граница $\partial\mathbf{D}$ — гладкой, такой “хороший” индивидуум строится проецированием области \mathbf{P} на ближайшую к ней границу

области \mathbf{D} . Датчики “хорошей” конфигурации равномерно распределяются вдоль полуценной проекции \mathbf{P} на границу $\partial\mathbf{D}$.

Еще один предложенный метод улучшения сходимости ГА к глобальному минимуму заключается в пошаговом решении оптимизационных задач с числом датчиков, увеличивающимся с каждым шагом на единицу. На первом шаге для $L = 1$ ГА позволяет надежно определить решение задачи. На втором шаге решается задача с $L = 2$, в начальную популяцию вносится оптимальная конфигурация, полученная на предыдущем шаге с добавлением в нее случайным образом второго датчика. Начиная с $L = 3$ и далее начальная конфигурация формируется из оптимальной конфигурации $L - 1$ шага равномерным размещением датчиков вдоль ломаной, полученной последовательным соединением ее точек.

3.2. Нахождение оптимальной конфигурации датчиков в акватории с переменным дном и источниками цунами, расположенными на прямой

Рассматривалась прямоугольная область акватории Ω с дном переменной глубины, с областью источников волн цунами \mathbf{P} , совпадающей с нижней границей Ω , а также областью фазовых ограничений \mathbf{D} (рис. 9). Также на рис. 9, б для отмеченной точки \mathbf{p}_j области \mathbf{P} приведено распределение времен добегания волны до точек акватории Ω .

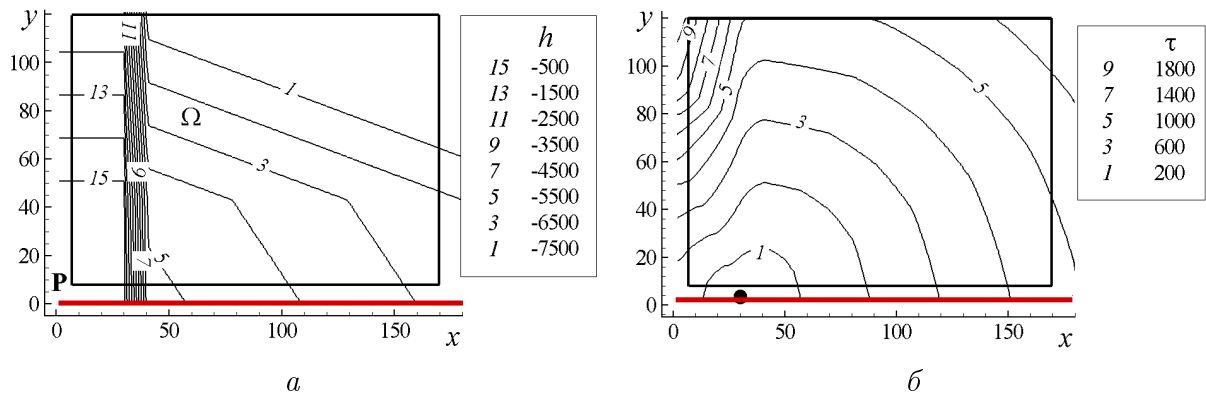


Рис. 9. Область акватории Ω с подобластью \mathbf{D} и источниками цунами, расположенными на прямой (а), и изохроны прихода возмущения из точки $\mathbf{p}_j \in \mathbf{P}$ (б)

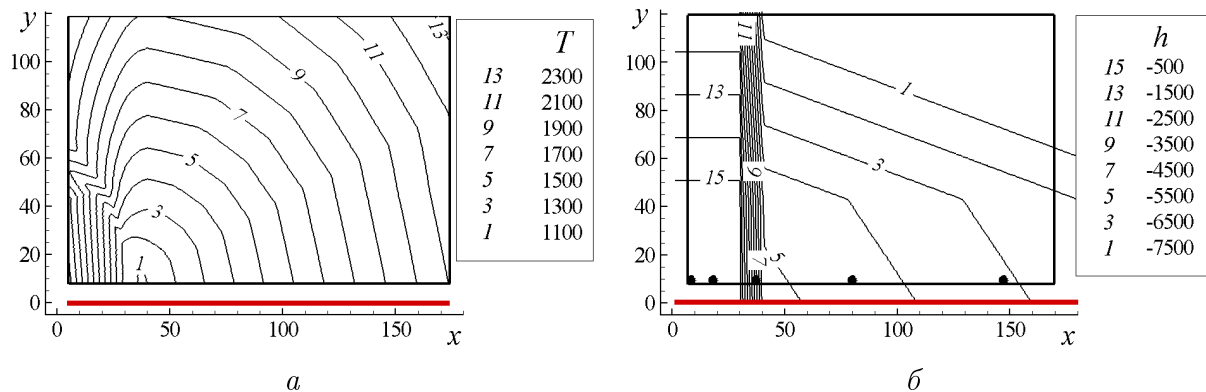


Рис. 10. Изолинии значений функционала $T(\mathbf{q})$ при “пробегании” датчиком \mathbf{q} по всем точкам \mathbf{D} (а) и решение задачи для $L = 5$ (б)

На рис. 10, *а* приведено распределение значений T в точках D возможного расположения одного датчика. Из него следует положение датчика, дающее минимум функционалу T . Численное решение оптимизационной задачи (3), (4) для этого случая дало то же самое расположение датчика. На рис. 10, *б* представлено решение оптимизационной задачи для пяти датчиков. Проведено пять оптимизационных расчетов и для представления выбрано наилучшее решение. Число индивидуумов p в популяции задавалось равным 100.

4. Расположение датчиков возле Алеуто-Аляскинской области источников волн цунами

Рассматривается применение построенного численного алгоритма для поиска оптимального расположения датчиков на реальной акватории. На рис. 11 приведена акватория в районе Алеуто-Аляскинской области возникновения волн цунами P с указанным распределением глубин, которая была взята у авторов работы [12]. Белой линией $ABCD$ на рисунке отмечены границы области фазовых ограничений D . Здесь же приведены расположения трех станций американской системы предупреждения цунами, реально установленных около Алеуто-Аляскинской области возникновения волны цунами. На этом же рисунке показаны три датчика, расположенные по результатам решения оптимизационной задачи.

Для различного числа датчиков было проведено по пять оптимизационных запусков, из них выбран лучший результат. Значения полученных функционалов представлены на рис. 12. Также на этом рисунке нанесено значение минимального времени обнаружения возмущения из любой точки области P тремя реально установленными станциями.

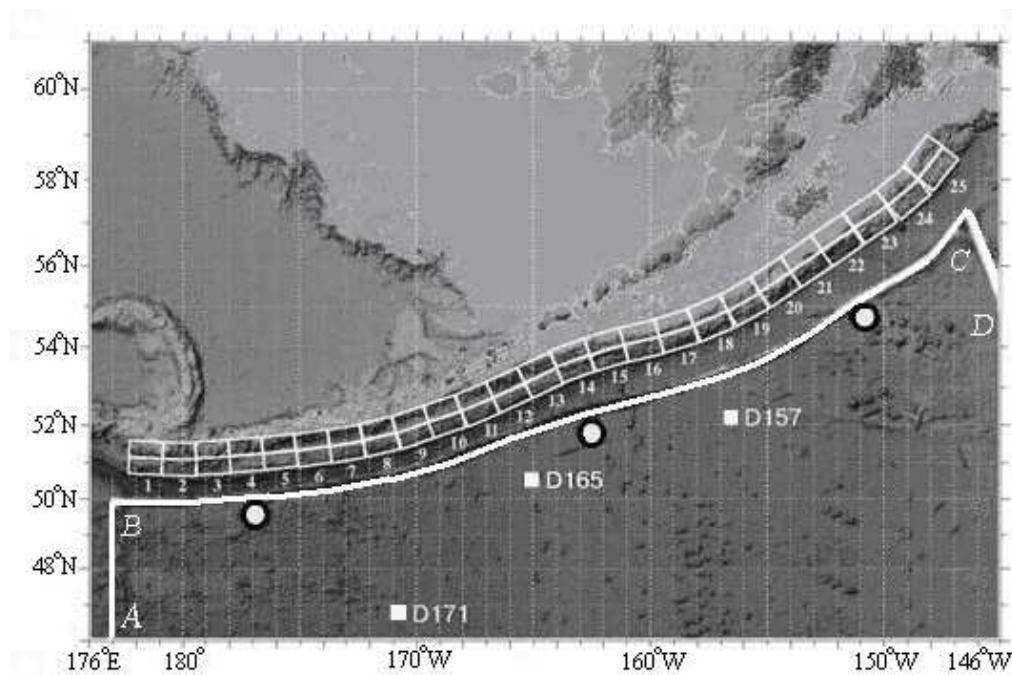


Рис. 11. Акватория возле Алеуто-Аляскинской области источников волн цунами с реально установленными датчиками (\square) и датчиками, расположенными по результатам решения оптимизационной задачи (\circ)

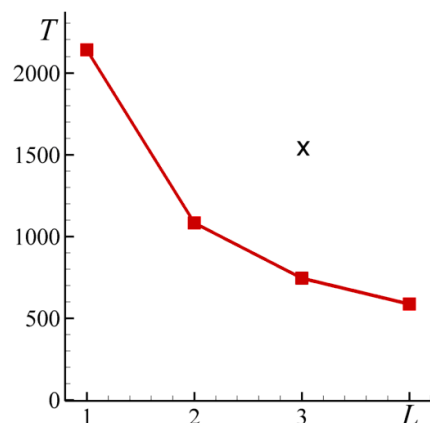


Рис. 12. Зависимости значений функционалов от числа датчиков: ■ — численное решение; x — для реально установленных датчиков

Следует отметить, что возможна постановка оптимизационной задачи, в которой положения N датчиков могут быть заранее зафиксированы, а положения остальных ($L - N$) датчиков находятся в процессе решения.

Заключение

Предложена постановка задачи нахождения оптимального расположения заданного количества датчиков, позволяющего за минимально возможное время обнаруживать возмущение, возникшее в любой точке области источников волн цунами. На основе оптимизационного генетического алгоритма создан эффективный численный метод решения поставленной задачи. Получены численные оценки эффективности разработанного метода, на тестовых задачах проведена его верификация. Решена задача оптимального расположения заданного количества станций около Алеуто-Аляскинской области источников возникновения волны цунами.

Авторы выражают благодарность Л.Б. Чубарову за ценные замечания, позволившие значительно улучшить изложение материалов статьи.

Список литературы

- [1] BRADDOCK R. D. Network properties of DEEP-SEA tsunami detectors // 22nd IUGG Intern. Tsunami Symposium, Chaina, 2005. P. 43–48.
- [2] NAKANO M. Path of propagation of tsunami waves // Marine Geodesy. 1978. Vol. 1. P. 331–346.
- [3] КАРЕВ В.Ю., СУДАКОВ А.Н., ЧУБАРОВ Л.Б. Методы расчета карт изохрон // Методы интерпретации экспериментальных данных и численные расчеты. Красноярск: КрасГУ, 1987. С. 75–81.
- [4] ШОКИН Ю.И., ЧУБАРОВ Л.Б., МАРЧУК АН.Г., СИМОНОВ К.В. Вычислительный эксперимент в проблеме цунами. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1989. 168 с.
- [5] ЛАМБ Г. Гидродинамика. М.: ОГИЗ, 1947. 930 с.

- [6] MARCHUK A.N.G. A method for determination of wave rays in non-homogeneous media // Math. Modelling in Geophysics: Bulletin of the Novosibirsk Computing Center, 2005. Vol. 10. P. 51–58.
- [7] ЧЕРНЫЙ С.Г., ЧИРКОВ Д.В., ЛАПИН В.Н. и др. Численное моделирование течений в турбомашинах. Новосибирск: Наука, 2006. 202 с.
- [8] LAVRENTIEV M.M. JR., CHERNY S.G., BANNIKOV D.V., ASTRAKOVA A.S. Optimal sensor network on example: fast tsunami wave detection // Intern. Workshop of Destruction, COE, Keio University, Yokohama, Japan, 2007. P. 13–28.
- [9] DEB K. Multi-Objective Optimization using Evolutionary Algorithms. L.: John Wiley & Sons, 2002. 497 p.
- [10] CANTU-PAZ E. Efficient and accurate parallel genetic algorithms. Boston: Kluwer Academic Publishers, 2000.
- [11] HARIK G., CANTU-PAZ E., GOLDBERG D., MILLER B.L. The gambler's ruin problem, genetic algorithms, and the sizing of populations // Proc. of the 4th Intern. Conf. on Evolutionary Computation, N. Y.: IEEE Press, 1997. P. 7–12.
- [12] BEZHAEV A.YU., LAVRENTIEV M.M. JR., MARCHUK A.N.G., TITOV V.V. Determination of tsunami sources using deep ocean wave records // Bulletin of the Novosibirsk Computing Center. Ser. Math. Modelling in Geophysics. 2006. Vol. 11. P. 53–63.

*Поступила в редакцию 4 декабря 2008 г.,
в переработанном виде — 28 июня 2009 г.*