

# ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СТАЦИОНАРНЫХ ДЕТОНАЦИОННЫХ ВОЛН\*

А. В. ТРОЦЮК, А. Н. КУДРЯВЦЕВ, М. С. ИВАНОВ  
*Институт теоретической и прикладной механики  
им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск, Россия*  
e-mail: trotsyuk@itam.nsc.ru

Numerical simulations have been performed to study regular and Mach reflections of oblique shock waves in a steady supersonic flow of a homogeneous combustible gas mixture for different inflow Mach numbers  $M_{in}$ . The main objective of the present study is to investigate numerically the feasibility of “stationary” detonation at the Mach reflection of oblique shock waves. It has been found that for some values of  $M_{in}$  there may exist a standing Mach stem with a system of unsteady transverse waves on its front.

## Введение

Одной из наиболее интригующих возможностей при разработке новых перспективных прямоточных воздушно-реактивных двигателей является использование камеры сгорания со стационарной (стабилизированной) детонационной волной (ДВ). Этот подход имеет существенные преимущества, однако нестабильная природа взаимодействия зоны реакции и ведущей ударной волны в ДВ осложняет его практическую реализацию. Быстрая скорость горения или переработка вещества, обычно в десятки тысяч раз большая, чем во фронте пламени, может предоставить ряд преимуществ для детонационных реактивных двигателей, например их большую компактность и эффективность. Детонационные двигатели должны теоретически давать наивысшую эффективность в превращении потенциальной химической энергии топлива в кинетическую энергию продуктов сгорания [1].

Предложения по использованию детонационной волны для создания тяги появляются в литературе в 1940-х годах. Уже тогда были выдвинуты две различных концепции. Использование стационарных (стабилизированных) ДВ предложено в работах [1, 2]. В работе [3] перемежающийся (или пульсирующий) режим с нестационарными ДВ осуществлен в реактивном устройстве. Значительное число экспериментальных, теоретических и численных исследований этих двух концепций проведено в течение прошедших лет, и в настоящее время наблюдается новый интерес к данной проблеме [4, 5].

---

\*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 05-03-32131) и Программ фундаментальных исследований РАН (№ 17 и № 19, 2003 г.).

© Институт вычислительных технологий Сибирского отделения Российской академии наук, 2006.

К настоящему времени очень мало известно о стационарных детонационных волнах. Экспериментальные доказательства их существования немногочисленны и противоречивы [4], а их теория далека от завершения. К сожалению, большинство известных экспериментальных результатов может быть должным образом интерпретировано скорее как горение за ударными волнами (УВ), чем собственно явление детонации.

Основной целью данного исследования является численное изучение осуществимости “стационарной” детонации при маховском отражении (MR) наклонных ударных волн, генерируемых системой из двух клиньев, в стационарном сверхзвуковом потоке водородно-кислородной смеси. По сравнению с отражением наклонных ударных волн в инертной среде [6–8], взаимодействие наклонных ударных и детонационных волн между собой или с твердыми поверхностями еще недостаточно полно исследовано.

В настоящих исследованиях использован принцип расщепления по физическим процессам, предложенный в работах Н.Н. Яненко, а именно при нахождении потоков консервативных переменных через грани контрольного объема при использовании конечно-объемной схемы для моделирования химически реагирующих течений применялся алгоритм приближенного решения задачи Римана для химически замороженного газа. Учет протекания химических реакций производился на следующем этапе, когда вычислялись новые значения переменных на верхнем временном слое.

## 1. Формулировка проблемы и физическая модель

Моделирование проведено для течения горючей смеси  $2\text{H}_2 + \text{O}_2$  при начальном давлении и температуре  $p_0 = 0.2$  бар,  $T_0 = 298.15$  К и различных числах Маха набегающего потока  $M_{\text{in}}$ . Рассматривалось двумерное течение смеси над телом сжатия, которое представляло собой клин с углом  $\theta$  и длиной поверхности сжатия  $w$ , в канале с высотой входной части  $H$  и выходной части  $h$  (рис. 1, а). В отличие от моделирования отражения УВ в инертной среде, в случае химически реагирующих потоков существуют дополнительная характерная скорость, а именно скорость детонационной волны  $D_{\text{CJ}}$  в режиме Чепмена — Жуге (С-Ж), и дополнительный характерный линейный размер. Поперечный размер детонационной ячейки  $a_0$  часто используется в качестве этого размера. Другой часто используемой длиной является расчетная толщина зоны реакции идеализированной одномерной стационарной детонационной волны.

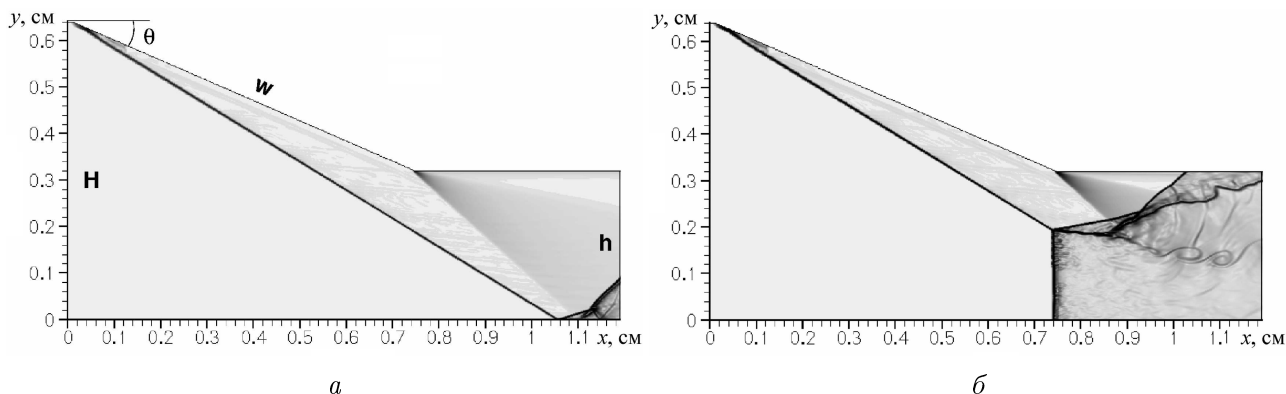


Рис. 1. Численная шпирен-визуализация поля течения при  $M_{\text{in}} = 7.0$ ,  $\theta = 23.5^\circ$  и  $h/w = 0.4$ : а — регулярное отражение; б — стационарное маховское отражение.

Для указанной смеси и в данных начальных условиях мы имеем  $D_{СД} = 2757$  м/с и  $M_{СД} = 5.13$ . Формирование стационарно стоящей в потоке ДВ возможно лишь при соблюдении условия, что число Маха набегающего потока больше  $M_{СД}$ . При невыполнении этого условия, в случае возникновения детонации в канале, детонационная волна будет распространяться вверх по потоку, поэтому образование стационарной конфигурации невозможно.

Течение химически реагирующей газовой смеси описывалось нестационарными двумерными уравнениями сохранения массы, импульса и энергии в представлении Эйлера. Вязкость, молекулярная диффузия и эффекты теплопроводности не рассматривались.

Химические превращения в газовой смеси описывались двухстадийной кинетической моделью (включающей в себя индукционную стадию и стадию тепловыделения) [9]. Индукционная стадия моделировалась согласно экспериментальной кинетике [10]. Последующий этап тепловыделения описывался, следуя модели химических реакций при высоких температурах [11, 12] совместно с калорическим уравнением состояния [12], согласованным с выбранной кинетической моделью по второму закону термодинамики. Отметим также, что данный подход позволяет учесть сильное изменение в ходе химических реакций значений средней молярной массы смеси, тепловыделения, удельных теплоемкостей и их отношения. Система определяющих уравнений замыкалась термическим уравнением состояния идеального газа. Применение данных кинетических моделей описано более подробно в работах [13, 14].

На различных сторонах вычислительной области ставились следующие граничные условия (см. рис. 1): условие равномерного сверхзвукового набегающего потока задано на левой границе области; условие сверхзвукового истечения определено на правой границе; условие непротекания положено на верхней границе, рассматривающейся в качестве жесткой стенки; нижняя граница считается линией симметрии, что в случае уравнений Эйлера эквивалентно идеальной твердой стенке, поэтому условие непротекания определено и для этой границы.

## 2. Численный метод

Полученная гиперболическая система уравнений решалась численно с использованием конечно-объемной схемы и MUSCL TVD-интерполяции четвертого порядка точности [15]. Для приближенного решения задачи Римана использовался современный HLLC-алгоритм [16]. Применение данного алгоритма для случая химически реагирующего газа стало возможным при помощи “метода релаксации энергии” [17]. Этот метод позволяет избежать трудностей, возникающих при численном решении задачи Римана для среды со сложным нелинейным уравнением состояния (включая случай с переменным показателем адиабаты  $\gamma$ ). Интегрирование по времени осуществлялось со вторым порядком точности путем использования недавно разработанных аддитивных явно-неявных методов Рунге — Кутты [18]. В данных вычислениях типичные значения числа Куранта  $CFL = 0.2 \dots 0.3$ .

При моделировании использовалась адаптированная к границам расчетной области четырехугольная сетка с числом ячеек около  $N_x = 600$  и  $N_y = 200$  в направлении  $x$  и  $y$  соответственно. Для проверки независимости получаемых численных результатов от пространственного разрешения по сетки некоторые вычисления повторены с удвоенными значениями ячеек по каждой координате. Обнаружено, что результаты расчетов, выполненные на грубой и мелкой сетках, очень хорошо согласуются между собой.

### 3. Результаты расчетов

В работе проведен анализ регулярного (RR) и маховского отражений наклонных ударных волн с использованием метода ударных и детонационных поляр. Для получения детонационной поляры использована модель детонационной волны с мгновенной химической реакцией на фронте для некоей модельной газовой смеси с  $\gamma_0 = 1.4$ ,  $\gamma_{СД} = 1.2$  и  $M_{СД} = 5.13$ . Показано, что существование как регулярного, так и маховского типа отражений возможно при одинаковых параметрах течения. Эта проблема исследована численно в последующем двумерном моделировании течения.

На рис. 1, *a* приведена численная шпирен-визуализация [19] регулярного отражения наклонной ударной волны при угле клина  $\theta = 23.5^\circ$  и числе Маха набегающего потока  $M_{in} = 7.0$ . Структура течения в данном случае аналогична структуре регулярного отражения в инертной среде [6–8], за исключением того, что за отраженной волной имеется зона тепловыделения. Высота входной части канала  $H = a_0 = 0.64$  см, т. е. выбрана равной размеру детонационной ячейки в свободно распространяющейся нестационарной многофронтной детонационной волне [13].

Стационарное маховское отражение получено для чисел  $M_{in} = 7.0$  и  $M_{in} = 8.0$ . В этих случаях ножка Маха (MS) представляет собой гладкую ударную волну, подобную УВ в инертной среде, с последующей за ней зоной индукции и зоной тепловыделения (см. рис. 1, *b*). Поперечные волны на фронте MS отсутствуют, ножка является стационарной и стоящей в потоке пережатой детонационной волной. Исследовано влияние величины тепловыделения в зоне реакции на величину (высоту) ножки Маха (рис. 2, *a*). Для этого проведено моделирование течения модельной смеси с константами  $E_D^*$ , меньшими по величине, чем значение константы  $E_D$  для нормальной смеси  $2H_2 + O_2$ . Эта константа входит в модель кинетики тепловыделения [11, 12], используемую нами, и определяет максимальное значение тепловой энергии, которая может выделиться в зоне реакции;  $E_D = 0$  соответствует инертной среде. Высота ножки Маха растет с увеличением тепловыделения в смеси (рис. 2, *a*). На рис. 2, *b* показана зависимость размера ножки от величины  $\theta$  для нормальной смеси.

На рис. 3, *a* приведен случай маховского отражения для  $M_{in} = 5.5$ . Структура течения за ножкой Маха подобна структуре многофронтной (ячеистой) свободно распространяющейся детонационной волны [13]. На фронте маховской ножки имеются нестационарные поперечные волны, которые периодически отражаются от плоскости симметрии и области течения в окрестности тройной точки. Движение этих поперечных волн вдоль ножки Маха приводит к существенному изменению ее формы.

В отличие от маховского отражения в инертной среде, ножка Маха для случая химически реагирующего потока оказалась нестационарной при  $M_{in} = 5.5$ . После формирования маховского отражения детонационный фронт двигается вверх или вниз по потоку. Наши исследования показали, что при фиксированных значениях  $M_{in}$  и  $\theta$  отношение  $h/w$  является управляющим параметром. Моделирование проведено при  $\theta = 25^\circ$ . При величине  $h/w$  вплоть до 0.7 ножка Маха всегда двигалась вперед против потока вплоть до входной границы. В этом случае в расчетах получается газодинамическая картина течения, аналогичная той, что имеет место в незапущенном сверхзвуковом диффузоре с непрерывным торможением (явление запирания потока). Если значение  $h/w$  превышало некоторое критическое значение, то ножка Маха, возникнув, затем перемещалась вниз по потоку и исчезала, и мы фиксировали регулярное отражение в качестве финальной стационарной конфигурации. Эта эволюция течения получена для  $h/w = 0.8$ . Следовательно, критичес-

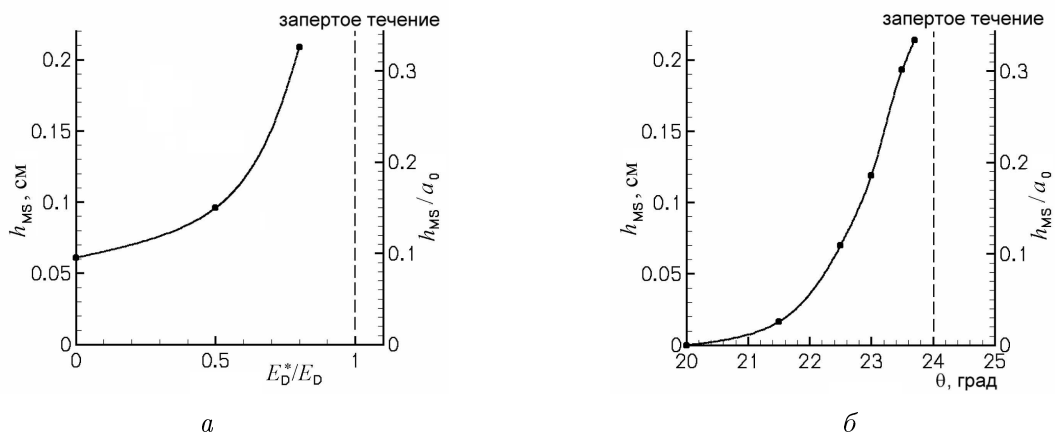


Рис. 2. Высота ножки Маха  $h_{MS}$  при  $M_{in} = 7.0$  и  $h/w = 0.4$  как функция: *a* — величины тепловыделения в модельной смеси (для  $\theta = 24.5^\circ$ ); *б* — угла клина (для нормальной смеси).

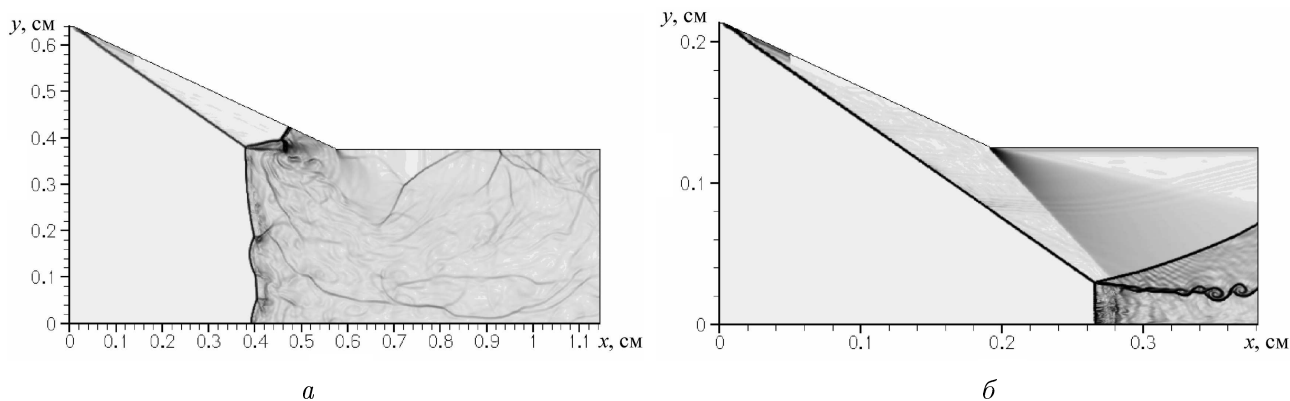


Рис. 3. Численная шlierен-визуализация поля течения при  $M_{in} = 5.5$ ,  $\theta = 25^\circ$  и  $h/w = 0.6$ : *a* — нестационарная многофронтная ножка Маха при  $H = a_0$ ; *б* — стационарная ножка Маха с подавленной многофронтной структурой при  $H = a_0/3$ .

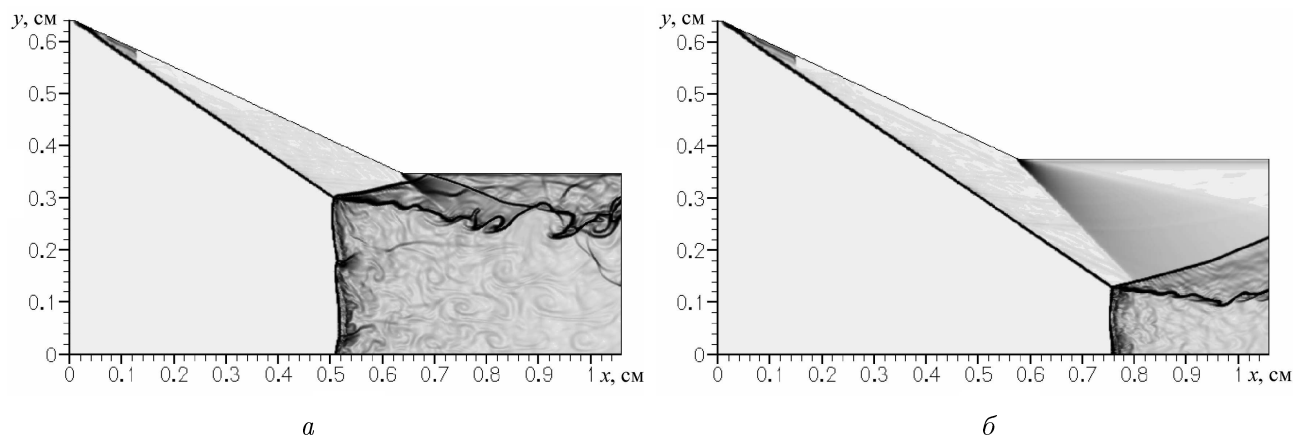


Рис. 4. Численная шlierен-визуализация поля течения со стационарной многофронтной ножкой Маха при  $M_{in} = 6.0$  и  $\theta = 25^\circ$ : *a* —  $h/w = 0.5$ ; *б* —  $h/w = 0.6$ .

кое значение  $h/w$  находится между 0.7 и 0.8. Чем ближе значение  $h/w$  к этой критической величине, тем с меньшей скоростью перемещается ножка Маха вверх или вниз по потоку. Основываясь на этих данных, мы считаем, что ножка Маха находится в состоянии неустойчивого равновесия в случае, если  $h/w$  точно равно своему критическому значению.

Дальнейшие исследования показали, что стационарная ножка Маха может существовать с системой нестационарных поперечных волн на своем фронте, показанной на рис. 3, а. Результаты моделирования для  $M_{in} = 6.0$  приведены на рис. 4. Несмотря на наличие поперечных волн, их движение вдоль фронта ножки и периодическое изменение его формы, ножка Маха в среднем представляет собой стационарно стоящую волну, которая слабо осциллирует около некоторой точки равновесия. Сравнивая структуру фронта ножки на рис. 3, а и рис. 4, можно заметить, что во втором случае поперечные волны менее выражены и имеют меньшую длину в направлении оси  $x$  (особенно на рис. 4, б). Это объясняется большей степенью пережатия (т. е.  $M_{in}/M_{CJ}$ ) детонационной волны (ножки Маха) для  $M_{in} = 6.0$ . Предположено, что существование интенсивных и протяженных поперечных волн на фронте ножки для  $M_{in} = 5.5$  приводит к нестационарности маховского отражения.

Для проверки справедливости этого предположения моделировалось маховское отражение для двух каналов с одинаковыми  $\theta$  и  $h/w$  и одинаковыми параметрами течения, но различными значениями  $H$ . Для случая  $H = a_0$  (см. рис. 3, а) получалась нестационарная многофронтная маховская ножка, которая двигалась вверх по потоку до входной границы. Однако для  $H = a_0/3$  (см. рис. 3, б) структура течения оказалась качественно отличной. Стационарная и неподвижная ножка имела гладкий фронт, поперечные волны отсутствовали полностью (см. рис. 4, б). Изменение пространственного масштаба течения привело к формированию стационарной ножки Маха. Характерный размер течения (высота ножки Маха) во втором случае оказался меньше, чем характерный внутренний масштаб в детонационной волне (т. е. поперечный размер ячейки на фронте пережатой детонационной волны). Это и явилось причиной подавления развития неустойчивости фронта ножки и как следствие стационарности структуры течения в целом. Таким образом, исследован эффект интенсивности поперечных волн на ножке Маха на стационарность маховского режима отражения.

Влияние начальных условий на конечные стационарные ударно-волновые конфигурации, получающиеся в расчетах, а также результаты исследования перехода регулярного режима отражения к маховскому под воздействием локальных возмущений в натекающем потоке описаны в [14].

Нами также изучено течение водородно-воздушных смесей. Размер и геометрия вычислительной области выбраны соответствующими тестовой секции высокотемпературной аэродинамической трубы [20] с числом Маха стационарного потока  $M_{in} = 3.0$ . В этих расчетах  $\theta = 23^\circ$ ,  $h/w = 0.8655$ ,  $h = 5.25$  см и  $H = 7.62$  см. Эти величины определены с максимально возможной точностью по фотографиям и схемам из [20]. Для бедной водородно-воздушной смеси  $0.4H_2 + 4.772Air$  (коэффициент избытка воздуха 5,  $M_{CJ} = 3.04$ ) число Маха набегающего потока и параметры точки торможения выбраны идентичными условиям эксперимента [20], а именно  $M_{in} = 3.15$ ,  $p_{00} = 7.485$  бар,  $T_{00} = 1033.15$  К. Для выбранных параметров потока и размеров вычислительной области не было зарегистрировано химических реакций как за отраженной волной, так и за ножкой Маха в численных экспериментах по исследованию как регулярного, так и маховского отражения. Такой же результат получен и в работах других исследователей. Однако при пятикратном увеличении линейных размеров обнаружен очень интересный режим маховского отражения с

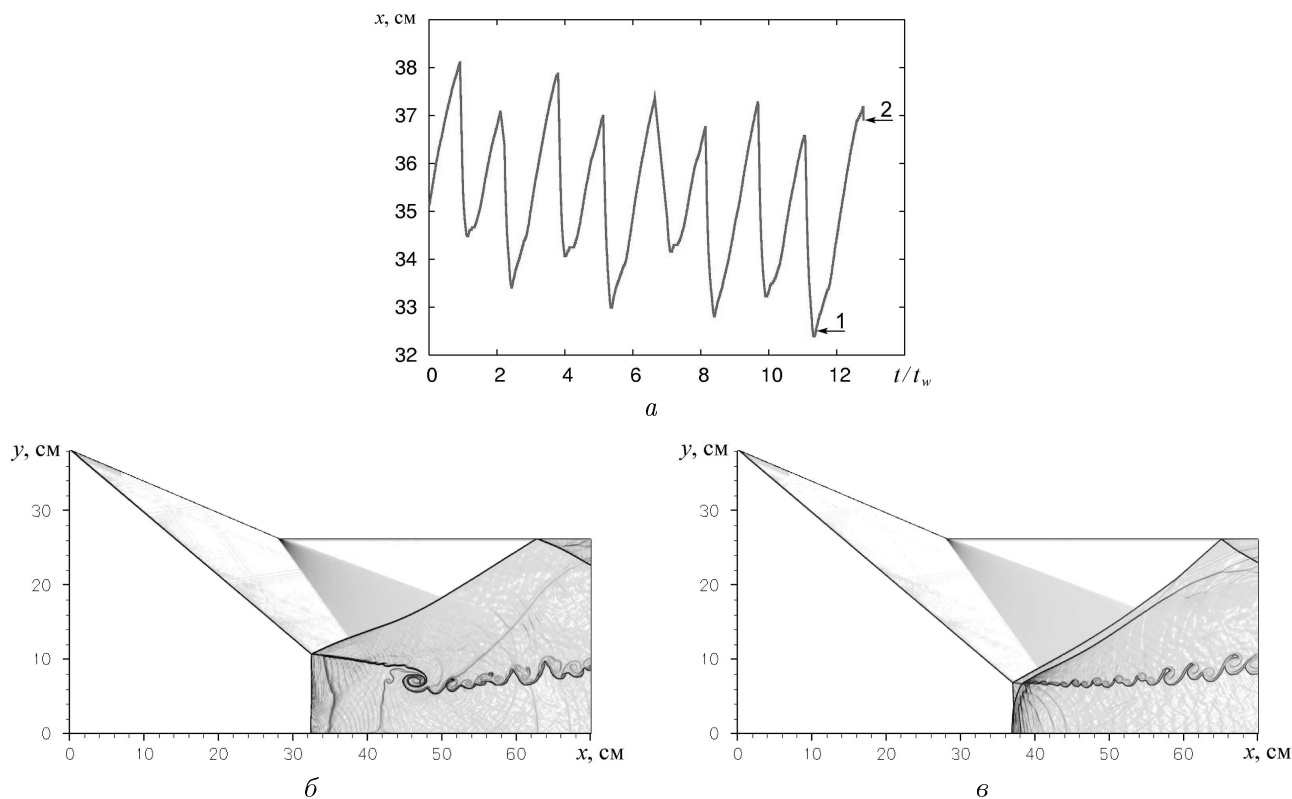


Рис. 5. Осциллирующая ножка Маха в бедной водородно-воздушной смеси  $0.4\text{H}_2 + 4.772\text{Air}$  для  $\theta = 23^\circ$ ,  $h/w = 0.8655$  и  $M_{in} = 3.15$ :  $a$  — траектория ножки Маха, частота пульсаций около 840 Гц; численная шпирен-визуализация поля течения при позиции фронта:  $b$  — в точке 1;  $в$  — в точке 2. Здесь  $t_w = w/c_0$ , где  $c_0$  — скорость звука в набегающем потоке.

сильно переменной по высоте (пульсирующей) ножкой Маха (рис. 5). Осцилляции положения маховской ножки вверх и вниз по потоку имеют значительную амплитуду и являются строго периодическими во времени. Несмотря на эти осцилляции, фронт ножки Маха всегда остается гладким, какие-либо поперечные волны или возмущения на нем не были зарегистрированы. Этот режим очень напоминает режим одномерных пульсаций детонационной волны, свободно распространяющейся в узком капилляре (околокритический режим галолирующей детонации).

## Список литературы

- [1] ЗЕЛЬДОВИЧ Я.Б. К вопросу об энергетическом использовании детонационного горения // Журн. техн. физики. 1940. Т. 10, № 17. С. 1453–1461.
- [2] ROY M.M. Propulsion par Statoreacteur a Detonation // Comptes Rendus de l'Academie des Sciences de Paris. 1946. Vol. 222. Feb. 1. P. 31–32.
- [3] HOFFMANN N. Reaction Propulsion by Intermittent Detonative Combustion // German Ministry of Supply. A1152365 Volkenrode Translation. 1940.
- [4] SHEPHERD J.S. Detonation waves and propulsion // Combustion in High-Speed Flows / Eds T. Jackson, J. Buckmaster, S. Kumar. Dordrecht; Boston; London: Kluwer Acad. Publ., 1994. P. 373–420.

- [5] SISLIAN J.P. Detonation-wave ramjets // Scramjet Propulsion. Progress in Astronautics and Aeronautics, AIAA, Washington, DC. 2000. Vol. 189. P. 823–889.
- [6] IVANOV M.S., GIMELSHEIN S.F., BEYLICH A.E. Hysteresis effect in stationary reflection of shock waves // Phys. of Fluids. 1995. Vol. 7, N 4. P. 685–687.
- [7] IVANOV M.S., VANDROMME D., FOMIN V.M. ET AL. Transition between regular and Mach reflection of shock waves: new numerical and experimental results // Shock Waves. 2001. Vol. 11, N 3. P. 199–207.
- [8] BEN-DOR G., IVANOV M.S., VASILEV E.I., ELPERIN T. Hysteresis processes in the regular reflection  $\leftrightarrow$  mach reflection transition in steady flows // Progress in Aerospace Sci. 2002. Vol. 38. P. 347–387.
- [9] ЛЕВИН В.А., КОРОБЕЙНИКОВ В.П. Сильный взрыв в горючей смеси газов // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1969. № 6. С. 48–51.
- [10] WHITE D.R. Density induction times in very lean mixtures of  $D_2$ ,  $H_2$ ,  $C_2H_2$ , and  $C_2H_4$  with  $O_2$  // 11th Symp. (Intern.) on Combustion, Proc., Berkeley, CA, 1966. P. 147–154.
- [11] НИКОЛАЕВ Ю.А., ФОМИН П.А. О расчете равновесных течений химически реагирующих газов // Физика горения и взрыва. 1982. Т. 18, № 1. С. 66–72.
- [12] НИКОЛАЕВ Ю.А., ЗАК Д.В. Согласование моделей химических реакций со вторым началом термодинамики // Физика горения и взрыва. 1988. Т. 24, № 4. С. 87–90.
- [13] ТРОЦЮК А.В. Численное моделирование структуры двумерной газовой детонации смеси  $H_2 - O_2 - Ar$  // Физика горения и взрыва. 1999. Т. 35, № 5. С. 93–103.
- [14] TROTSYUK A.V., KUDRYAVTSEV A.N., IVANOV M.S. Numerical simulation of reflection of detonation and shock waves in supersonic flows // Confined Detonations and Pulsed Detonation Engines / Eds G. Roy, S. Frolov, R. Santoro, S. Tsyganov. Moscow: Torus Press, 2003. P. 73–86.
- [15] YAMAMOTO S., DAIGUJI H. Higher-order-accurate upwind schemes for solving the compressible Euler and Navier — Stokes equations // Comput. Fluids. 1993. Vol. 22, N 2/3. P. 259–270.
- [16] BATTEN P., LESCHZINER M.A., GOLDBERG U.C. Average-state Jacobians and implicit methods for compressible viscous and turbulent flows // J. Comput. Phys. 1997. Vol. 137. P. 38–78.
- [17] COQUEL F., PERTHAME B. Relaxation of energy and approximate Riemann Solvers for general pressure laws in fluid dynamics // SIAM J. Numer. Anal. 1998. Vol. 35, N 6. P. 2223–2249.
- [18] SHEN J.W., ZHONG X. Semi-implicit Runge — Kutta schemes for non-autonomous differential equations in reactive flow computations // AIAA Paper. 1996. N 96-1969.
- [19] QUIRK J.J. A contribution to the great Riemann solver debate // Intern. J. Numer. Methods in Fluids. 1994. Vol. 18. P. 555–574.
- [20] GROSS R.A., CHINITZ W. A study of supersonic combustion // J. of the Aero/Space Sciences. 1960. Vol. 7, N 7. P. 517–524.