

ТЕРМОКАПИЛЛЯРНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ТЕЧЕНИЯ ПЛЕНКИ ПО ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ТРУБЕ

А. М. ФРАНК

Институт вычислительного моделирования СО РАН,

Красноярск, Россия

e-mail: frank@icm.krasn.ru

The 3D numerical model of a film flow over heated horizontal tube with evaporation has been constructed. The possibility of formation of a regular structure for the film flow over tube is shown. Bounds of the stability region and characteristic parameters of the structure are determined. The new (compared to the plane case) secondary regime is revealed. The method of particles for incompressible fluid has been used as numerical tool, that had earlier been constructed by the author under the influence of ideas by N.N. Yanenko.

Введение

Явление неустойчивости течения пленки по наклонной пластине с прямоугольным нагревателем и возникновения регулярных периодических структур экспериментально обнаружено в [1]. Помимо теоретического интереса с точки зрения физики нелинейных волн изучение таких эффектов важно и для практических приложений, поскольку такая конфигурация течения может возникать, например, в жидкостных системах охлаждения микроэлектронных устройств. С тех пор накоплен обширный экспериментальный материал, обзор работ можно найти в [2]. В последнее время произошло также существенное продвижение в теоретическом описании этого сложного явления. Стоит отметить работы [3, 4], в которых проведен линейный анализ устойчивости в рамках приближенных моделей тонкого слоя, а также [2, 5], где выполнено прямое численное моделирование, демонстрирующее хорошее качественное и количественное согласие с экспериментом.

Цель настоящей работы — исследование устойчивости течения пленки по нагретой цилиндрической поверхности. Такие течения широко распространены и являются неотъемлемой частью различных технологических процессов.

1. Постановка задачи

Пленка жидкости под действием силы тяжести стекает на поверхность нагретой трубы по наклонной пластине, пристыкованной по касательной (рис. 1). Такую геометрию выбрали,

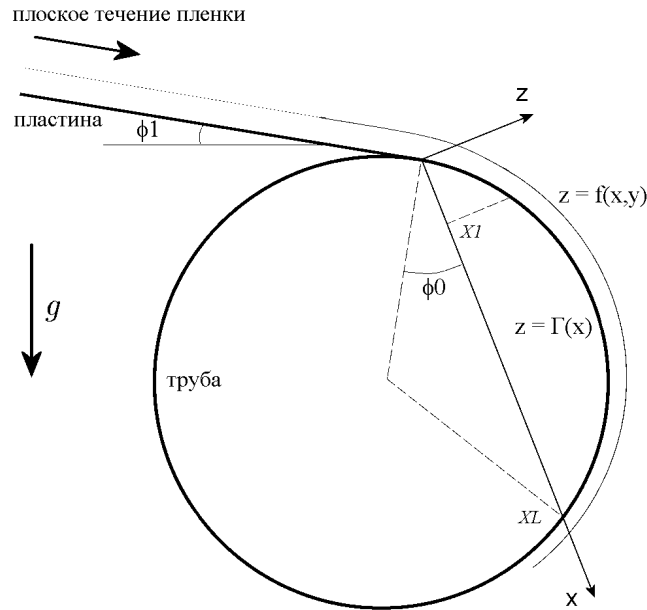


Рис. 1. Геометрия течения и система координат.

имея в виду дальнейшие сопоставления с экспериментом, поэтому легко воспроизводимое в эксперименте входное течение Нуссельта по наклонной пластине более предпочтительно, чем натекание на поверхность трубы свободной пленки с неизвестным распределением скорости. Система координат показана на рисунке, ось Y направлена вдоль оси трубы. Течение предполагается периодическим по Y . В качестве характерных масштабов задачи выбраны радиус трубы R и вязкий масштаб времени R^2/ν , где ν — это кинематическая вязкость жидкости. В качестве масштаба температуры используется эксцесс $\Delta T = T_m - T_0$, где T_m — максимальная температура на поверхности трубы, а T_0 — начальная температура жидкости, совпадающая с температурой окружающего воздуха. Нестационарная задача рассматривается в полной трехмерной постановке. Таким образом решаются следующие безразмерные уравнения:

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \text{div} P + G\mathbf{e}_g; \tag{1}$$

$$\text{div} \mathbf{u} = 0; \tag{2}$$

$$\frac{DT}{Dt} = \frac{1}{\text{Pr}} \nabla^2 T; \tag{3}$$

$$P = -pI + 2S. \tag{4}$$

Здесь P — тензор напряжений; S — тензор скоростей деформаций; T — разность между температурой жидкости и окружающего воздуха (отнесенная к ΔT); $G = \frac{gR^3}{\nu^2}$ — число Галлилея, g — ускорение силы тяжести; \mathbf{e}_g — единичный вектор в направлении силы тяжести; Pr — число Прандтля.

На пластине и поверхности трубы задано условие прилипания. Пластина имеет постоянную безразмерную температуру $T = 0$, а на поверхности трубы задано некоторое ее распределение (см. ниже). Во входном сечении (на достаточном расстоянии от точки контакта $x = 0$) задано течение Нуссельта. Для учета эффекта испарения пленки используется простая односторонняя модель [6]. В предположении линейной зависимости потока

массы испаряющейся жидкости от перепада температур на границе пленки $z = f(x, y)$ выполняется граничное условие для уравнения энергии

$$\frac{\partial T}{\partial n} + \text{Bi}T = 0, \quad (5)$$

а также уравнение для потока массы

$$J = ET. \quad (6)$$

Здесь $\text{Bi} = \frac{(b_1 + b_2)R}{k}$ — число Био; b_1 и b_2 — коэффициенты теплообмена за счет испарения и теплопроводности соответственно; k — коэффициент теплопроводности жидкости. Параметр $E = \frac{b_1 R \Delta T}{\rho \nu \Lambda}$ — аналог числа испарения [6], где Λ — удельная теплота испарения; ρ — плотность жидкости. На границе пленки выполняется также условие непрерывности напряжений

$$P\mathbf{n} = \left(\text{We} - \frac{\text{Ma}}{\text{Pr}} T \right) K\mathbf{n} - \frac{J^2}{D}\mathbf{n} - \frac{\text{Ma}}{\text{Pr}} \nabla_{\Gamma} T, \quad (7)$$

где \mathbf{n} — внешняя нормаль к границе; $\text{We} = \frac{\sigma_0 R}{\rho \nu^2}$ — число Вебера (коэффициент поверхностного натяжения $\sigma(T) = \sigma_0 - \sigma_1 \Delta T$); $\text{Ma} = \frac{\sigma_1 R \Delta T}{\rho \nu \kappa}$ — число Марангони (κ — коэффициент температуропроводности жидкости); K — удвоенная средняя кривизна поверхности; $D = \rho_g / \rho$ — отношение плотностей газа (пара) и жидкости; ∇_{Γ} — поверхностный градиент.

Для решения задачи использовался метод частиц для несжимаемой жидкости [5, 7]. Схема, подробно описанная в [5], может быть непосредственно применена к задаче (1)–(7) со следующими изменениями и дополнениями. Процесс испарения обуславливает изменение массы поверхностных частиц и вносит вклад в движение свободной границы. Простая процедура коррекции производится на каждом шаге, используя соотношение для потока массы (6). Дополнительное нормальное напряжение $\frac{J^2}{D}\mathbf{n}$ (отдача пара) в (7) не вносит никаких дополнительных сложностей в вычисление вклада всех поверхностных сил. Небольшие изменения претерпел здесь выбор базисных функций для описания течения пленки вдоль криволинейной поверхности. Надо построить конечномерное аппроксимирующее пространство для соленоидальных функций, обращающихся в нуль на поверхности $\Gamma(x)$, состоящей из пластины (для $x < 0$) и поверхности трубы (для $0 < x < XL$, см. рис. 1). Для этого используется векторный потенциал. В [5] показано, что для таких функций всегда существует векторный потенциал, имеющий лишь две ненулевые компоненты с простыми граничными условиями

$$\Theta = (A, B, 0), \quad A = A_z = B = B_z = 0 \quad \text{на } z = \Gamma(x). \quad (8)$$

Таким образом, задача сводится к построению удобного базиса аппроксимирующего пространства для скалярных функций A, B , удовлетворяющих граничным условиям (8). Такой базис легко строится с помощью B -сплайнов и многочленов аналогично [5] с той лишь разницей, что многочлены здесь зависят от переменной $\eta = z - \Gamma(x)$. Применение затем операции ротора к базисным функциям вида $(A_{\alpha}, 0, 0)$, $(0, B_{\alpha}, 0)$ дает искомый базис для поля скорости.

2. Результаты

На поверхности трубы задано следующее распределение безразмерной температуры:

$$T(x) = \begin{cases} 0 & \text{для } x < X1, \\ 1 - \cos^2 \frac{x - X1}{2(X2 - X1)}\pi & \text{для } X1 \leq x < X2, \\ 1 & \text{для } x \geq X2. \end{cases} \quad (9)$$

Оно выбрано на основе опыта экспериментов и расчетов для плоского случая, а также исходя из того, чтобы область существенного градиента температуры приходилась на развитое течение пленки по трубе. Все приводимые ниже результаты получены для следующей геометрии: $\phi_1 = 4^\circ$, $\phi_0 = 45^\circ$, $XL = \sqrt{2}$, $X1 = XL/6$, $X2 = XL/2$ при фиксированных значениях чисел Прандтля, Галилея и Вебера: $Pr = 12$, $G = 4 \cdot 10^6$, $We = 2 \cdot 10^5$ (см. рис. 1). Выбор безразмерных параметров примерно соответствует случаю пленки 10 %-го водного раствора спирта на трубе диаметром 20 мм. Испарение и теплообмен на свободной границе отсутствуют, т. е. $Vi = E = 0$. Таким образом, в расчетах варьировались только число Марангони и толщина пленки H/R , которая отвечает за расход жидкости. Безразмерный расход совпадает с числом Рейнольдса пленки $Re = \frac{gH^3}{\nu^2} \sin \phi_1$.

Прежде всего исследованы устойчивость течения пленки и появление вторичных режимов. Расчеты показали, что аналогично случаю плоской пластины течение пленки неустойчиво для чисел Марангони, превышающих некоторое критическое значение, которое зависит от числа Рейнольдса (рис. 2). Тем не менее характер неустойчивости отличается от плоского случая. Во-первых, зависимость Ma_{cr} от числа Рейнольдса здесь немонотонна и имеет минимум при $Re \approx 0.9$. Второе и главное отличие состоит в различном характере неустойчивости при изменении числа Рейнольдса.

Для малых чисел Рейнольдса основное течение после потери устойчивости переходит, аналогично плоскому случаю, в периодическую регулярную структуру (рис. 3). ширина расчетной области выбрана так, что в ней реализуется один период этой структуры. На этом рисунке приведена развертка свободной поверхности, т. е. график функции

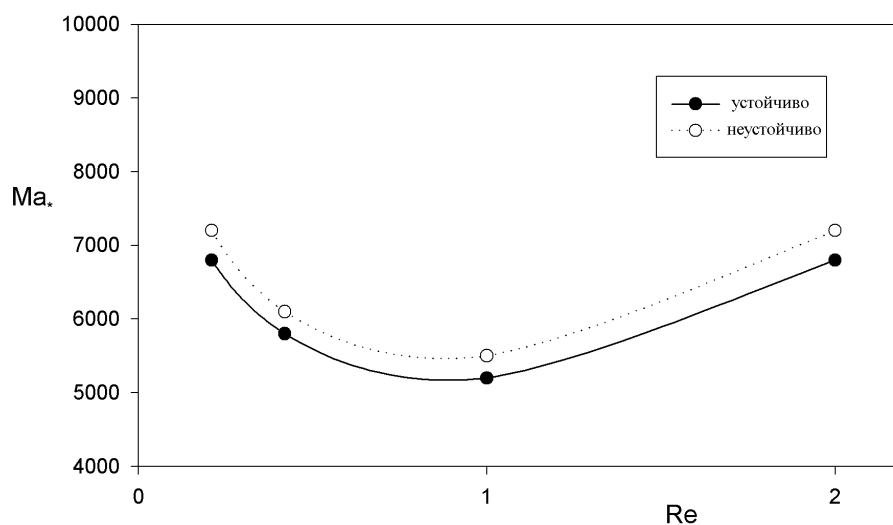


Рис. 2. Граница области устойчивости в плоскости (Re, Ma_*) , где $Ma_* = Ma/Pr$ — эффективное число Марангони.

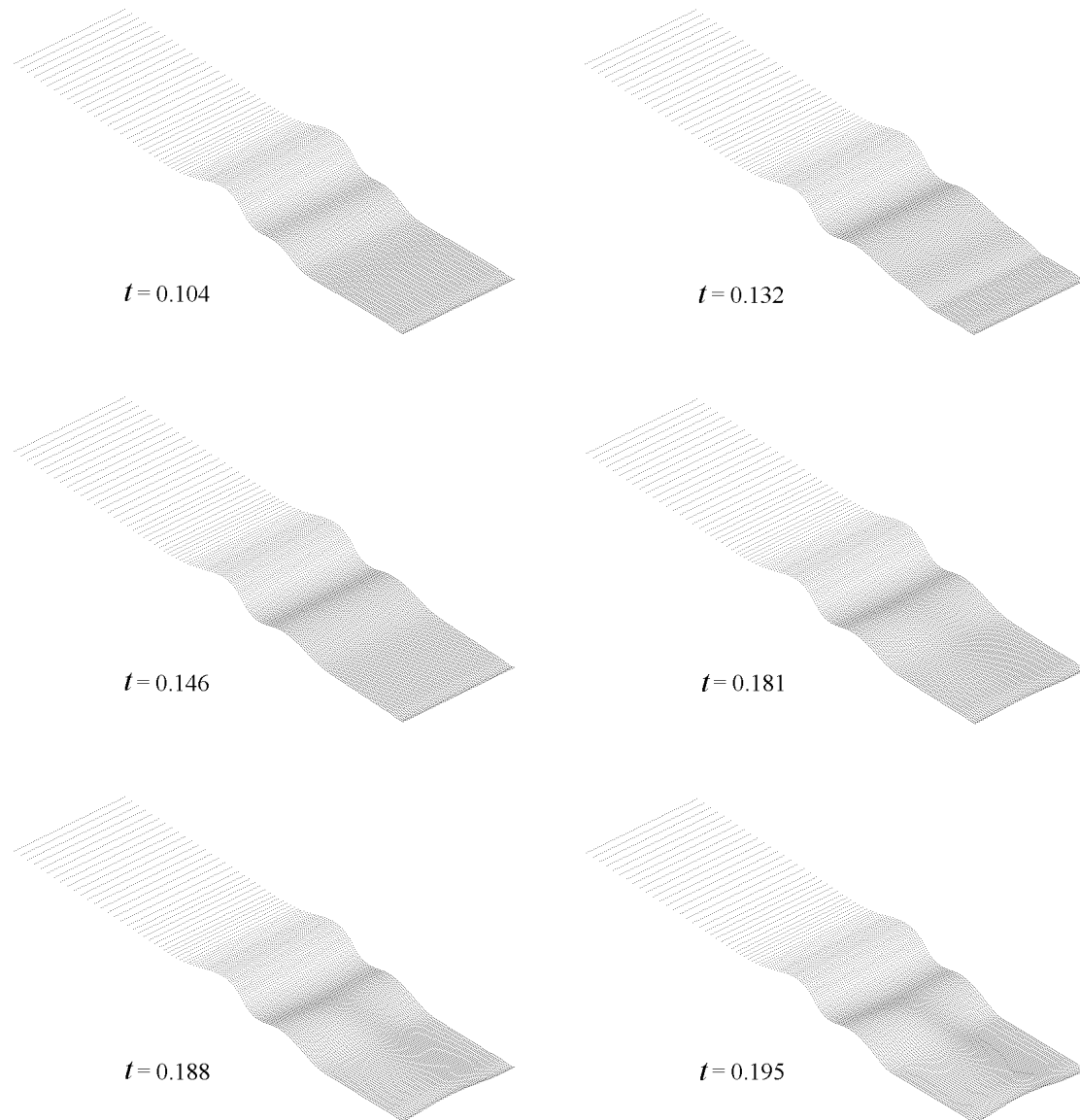


Рис. 3. Образование стационарной регулярной структуры при $Re = 0.21$, $Ma_* = 7500$.

$z = f(x, y) - \Gamma(x)$, в различные моменты безразмерного времени. Можно видеть большой стационарный капиллярный вал, возникающий из-за разрыва кривизны поверхности $\Gamma(x)$ в точке склейки $x = 0$, а также следующий за ним термокапиллярный вал, обусловленный градиентом температуры на поверхности трубы. Именно этот вал теряет затем устойчивость.

Для большего значения $Re = 1$ неустойчивость проявляется сначала в виде некоторого нестационарного волнового режима, который затем переходит в стационарную регулярную структуру. В случае $Re = 2$ существует диапазон чисел Марангони $Ma_* = 7200 \dots 8100$, в котором основное течение неустойчиво, но вторичный нестационарный волновой режим не стремится к какому-либо стационарному состоянию (рис. 4). Дальнейшее увеличение числа Марангони ($Ma_* > 8200$) приводит к появлению регулярной структуры, но переход происходит через волновой режим, который может быть весьма продолжительным. Более того, при таком переходе наблюдается гистерезис. Если начать со ста-

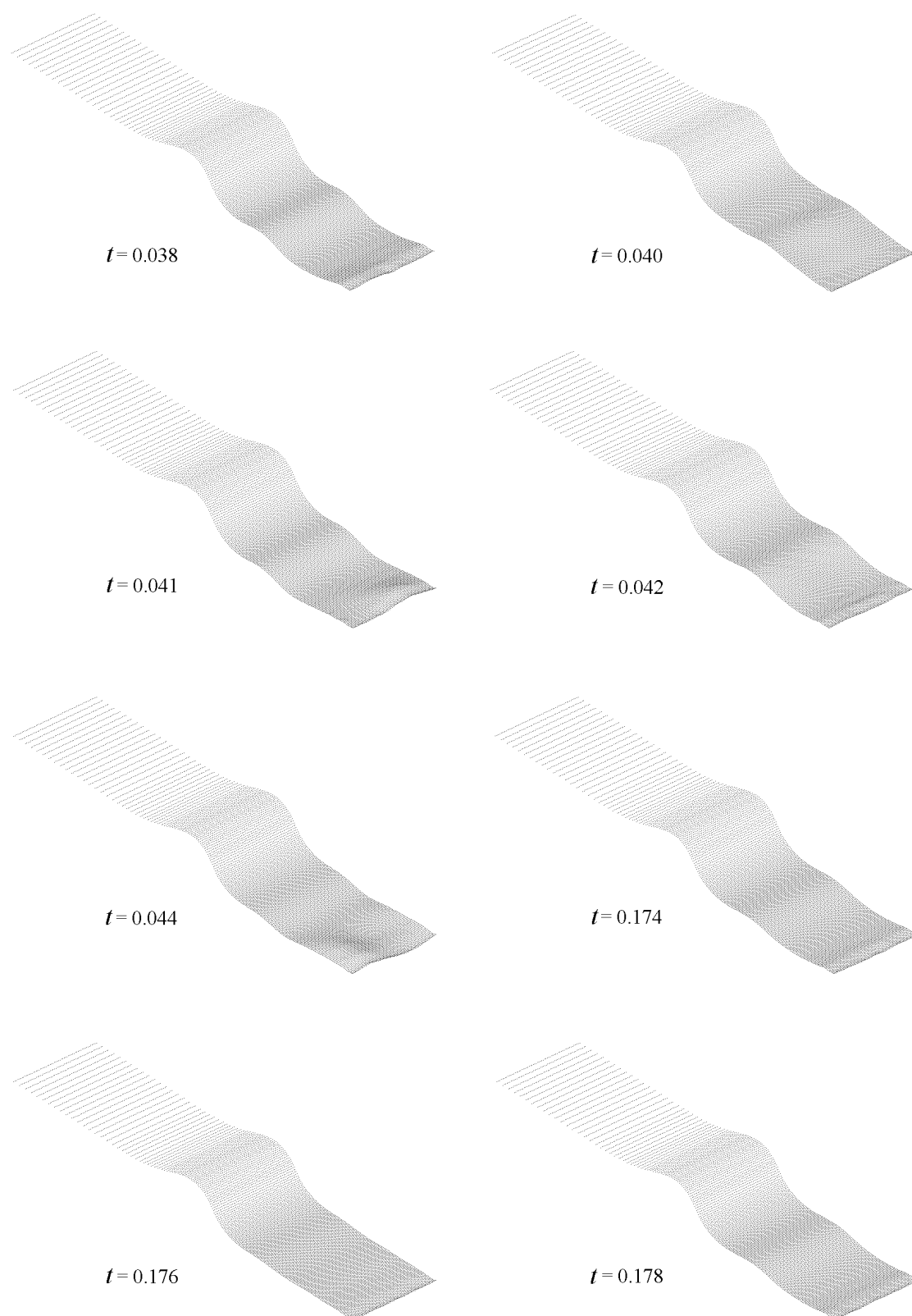


Рис. 4. Нестационарный волновой режим при $Re = 2$, $Ma_* = 8000$.

ционарной структуры при $Ma_* > 8200$ и затем постепенно уменьшать число Марангони, то структура будет устойчива вплоть до $Ma_* = 7100$ без появления волнового режима. Судя по всему, при $Re = 2$ система имеет в диапазоне $Ma_* \sim 7000 \dots 8000$ два устойчивых состояния — нестационарный волновой режим и регулярную структуру. Зависимость критической ширины стационарной структуры — расстояния между ручейками для чисел Марангони вблизи критического значения, т. е. при минимально необходимом для образования структуры нагреве, от числа Рейнольдса приведена на рис. 5. Эта зависимость качественно близка к рассмотренному в [2] плоскому случаю, где также отмечалось слабое влияние числа Рейнольдса.

Проводились также исследования процессов теплообмена. На рис. 6, *a* приведен суммарный поток тепла с поверхности трубы Q_0 при $Ma = 0$ ($\sigma_1 = 0$), т. е. для основного течения пленки без каких-либо термокапиллярных деформаций. Эта величина показывает, сколько тепла уносится движущейся пленкой, и поэтому линейная зависимость от

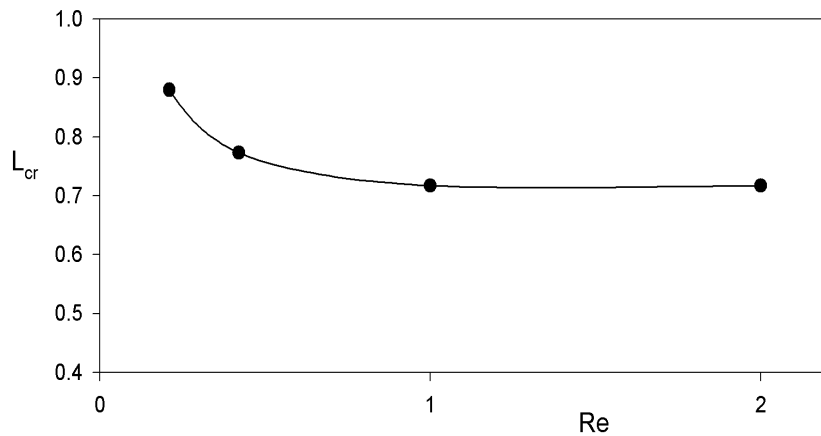


Рис. 5. Характерная ширина структуры для слабо надкритических значений Ma_* в зависимости от числа Рейнольдса.

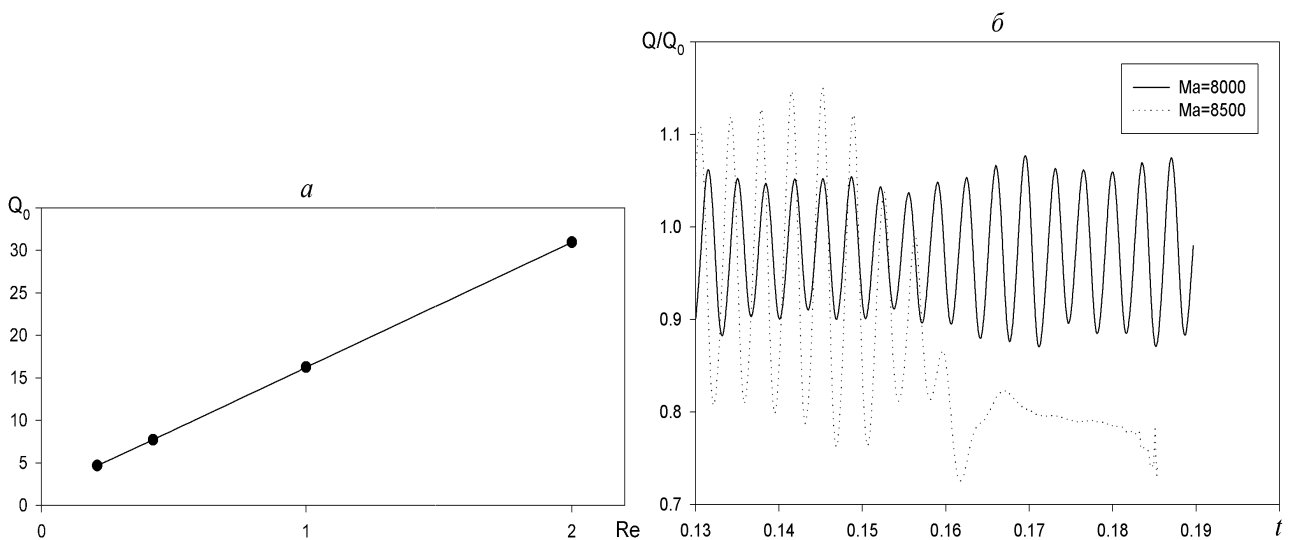


Рис. 6. Безразмерный интегральный тепловой поток Q_0 на поверхности трубы в зависимости от числа Рейнольдса при $Ma = 0$ ($\sigma_1 = 0$) (*a*); относительный тепловой поток в зависимости от времени для $Re = 2$ (*б*).

числа Рейнольдса (равного расходу) здесь вполне ожидаема. На рис. 6, б показано влияние термокапиллярных эффектов, а точнее, порождаемой ими неустойчивости на теплообмен. Здесь приведена зависимость от времени интегрального теплового потока для $Re = 2$ и двух различных значений числа Марангони. В первом случае вторичное течение является волновым и нестационарным, а во втором такой волновой режим со временем переходит в стационарную структуру. Видно, что возникновение вторичных режимов ухудшает теплоотдачу в сравнении с исходным невозмущенным течением пленки (среднее значение Q/Q_0 меньше единицы). Это особенно характерно для режима с регулярными структурами.

Автор признателен О.А. Кабову за предложение начать эти исследования в Центре микрогравитации свободного университета г. Брюссель и многочисленные полезные обсуждения в процессе работы.

Автор благодарен министерству науки, техники и культуры Бельгии за предоставленный грант на проведение исследований.

Список литературы

- [1] КАБОВ О.А., MARCHUK I.V., CHUPIN V.M. Thermal imaging study of the liquid film flowing on vertical surface with local heat source // Russ. J. Eng. Thermophys. 1996. N 2. P. 105–138.
- [2] FRANK A.M., КАБОВ О.А. Thermocapillary structure formation in a falling film: experiment and calculations // Phys. Fluids. 2006. Vol. 18, N 4.
- [3] SKOTHEIM J.M., THIELE U., SCHEID B. On the instability of a falling film due to localized heating // J. Fluid Mech. 2003. Vol. 475. P. 1–19.
- [4] KALLIADASIS S., KIYASHKO A., ДЕМЕКХИН Е.А. Marangoni instability of a thin liquid film heated from below by a local heat source // J. Fluid Mech. 2003. Vol. 475. P. 377–408.
- [5] FRANK A.M. 3D numerical simulation of regular structure formation in a locally heated falling film // Europ. J. Mech. B/Fluids. 2003. Vol. 22. P. 445–471.
- [6] BURELBACH J.P., BANKOFF S.G., DAVIS S.H. Nonlinear stability of evaporating/condensing liquid films // J. Fluid Mech. 1988. Vol. 195. P. 463–494.
- [7] ФРАНК А.М. Дискретные модели несжимаемой жидкости. М.: Физматлит, 2001.

Поступила в редакцию 4 апреля 2006 г.