

ГАЗОДИНАМИКА ЛАЗЕРНОЙ РЕЗКИ ТОЛСТЫХ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ПЛАСТИН НЕПРЕРЫВНЫМ СО₂-ЛАЗЕРОМ*

А. В. ЗАЙЦЕВ, О. Б. КОВАЛЕВ, А. М. ОРИШИЧ,
В. М. ФОМИН, В. Б. ШУЛЯТЬЕВ

*Институт теоретической и прикладной механики
им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск, Россия
e-mail: kovalev@itam.nsc.ru*

3D numerical simulation of the compressible viscous gas flow applied to a gas-laser cutting of metal is performed. Numerical simulation is based on the splitting and fractional steps methods proposed by N.N. Yanenko. Technical recommendations for the flow control were formulated and applied to experiments at the automated technological complex while designing laser cutting technique of thick metal sections (up to 30... 50 mm).

Введение

Академик Н.Н. Яненко, будучи директором ИТПМ СО РАН, принимал активное участие в формировании программы создания и применения технологических лазеров, в частности мощных лазеров, в экспериментах по моделированию взрывных процессов в космической плазме [1], а также в развитии вычислительных технологий в газовой динамике [2, 3].

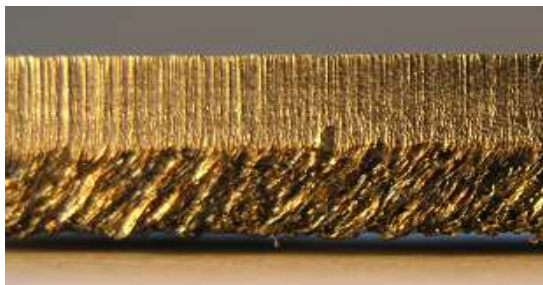
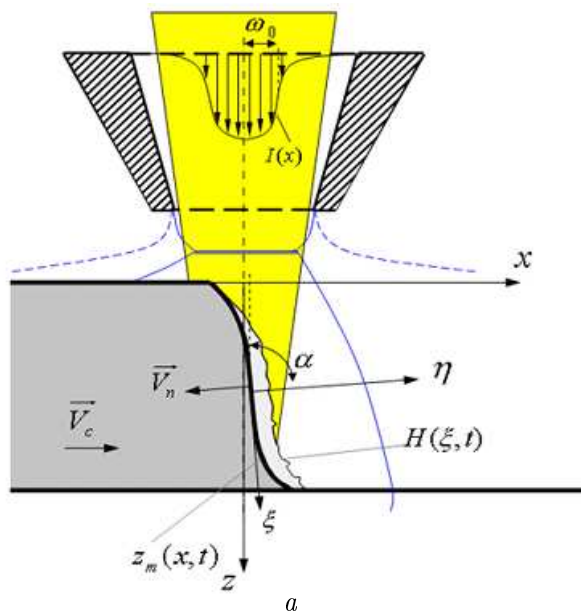
В настоящее время большое внимание уделяется вопросам промышленного применения мощных индустриальных СО₂-лазеров при раскрое толстолистовых материалов [4]. Лазерная резка металлов обычно осуществляется путем локального плавления с помощью сфокусированного лазерного излучения и удаления расплава газовой струей. В качестве вспомогательного рабочего газа при этом используют как инертный (аргон, гелий), так и нейтральный (азот) газы, а также активный газ кислород. Струя инертного или нейтрального газа оказывает только силовое воздействие на жидкий слой расплава, движущегося на фронте реза, а струя кислорода привносит энергию химических реакций окисления в дополнение к энергии лазерного луча, при этом за счет образования оксидов железа повышается коэффициент поглощения излучения. Удаление расплава сопровождается его распылением с образованием капель, которые выносятся потоком газа из разреза. На рис. 1, а представлена схема взаимодействия лазерного луча и струи газа, истекающей из конического сопла, с поверхностью пластины и жидким слоем расплава внутри реза. Если

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 04-01-00789).

© Институт вычислительных технологий Сибирского отделения Российской академии наук, 2006.

параметры резки выбраны неоптимально, например, не обеспечены необходимые характеристики струи сопутствующего газа или лазерного пучка, то поверхность реза может иметь дефекты в виде повышенной шероховатости и грата (затвердевших капель расплава на нижней кромке пластины). Примеры таких дефектов показаны на рис. 1.

Для толстых материалов, с большим отношением толщины пластины к ширине реза, качество реза сильно понижается. Это объясняется ослаблением силового действия газа



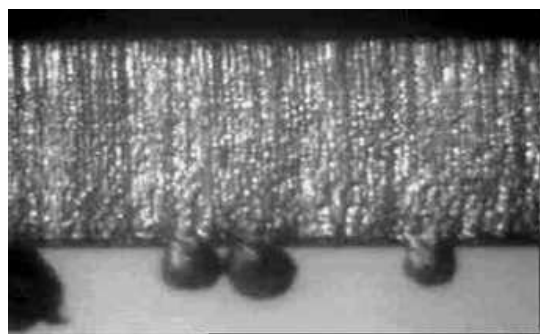
б



в



г



д

Рис. 1. Схема взаимодействия лазерного луча и струи газа с поверхностью металлической пластины и жидким слоем расплава (а); характерная структура поверхности лазерного реза с дефектами — б — д; \mathbf{V}_c — скорость резки; \mathbf{V}_n — скорость фронта плавления $z_m(x, t)$; $H(\xi, t)$ — толщина слоя расплава; $I(x)$ — плотность интенсивности излучения; ω_0 — радиус гауссова пучка.

на расплав и плохим его распылением. В этой связи становится чрезвычайно актуальной проблема оптимизации газодинамических струйных течений рабочего газа внутри реза с применением методов математического моделирования и физического эксперимента. Особенность реальных процессов такова, что в силу локальности действия газовой струи и излучения описание течения вспомогательного, режущего газа необходимо проводить в трехмерной постановке.

1. Математическое моделирование

Проведем анализ особенностей газодинамических течений, имеющих место при лазерной резке материалов. Рассматривается общая схема взаимодействия струи газа с пластиной, имеющей полубесконечный разрез, подобный лазерному. Струя газа (азота, аргона или кислорода) истекает из сопла, расположенного на расстоянии 1...5 мм от пластины, толщина которой составляет 10...50 мм, ширина реза при этом не превышает 0.5...2.5 мм, диаметр выходного сечения сопла 1...3 мм.

Область течения газа (лазерный рез) представляет собой узкую щель в форме лотка с параллельными стенками. Дно лотка, собственно, и является фронтом реза, параллельно которому направлена газовая струя. Для оценки чисел Рейнольдса и Кнудсена выбиралось характерное расстояние, равное ширине реза, т.е. порядка 1 мм, характерная скорость соответствовала скорости звука как максимальной скорости истечения газа из конического сопла. Число Кнудсена составляет порядка 10^{-4} ... 10^{-3} , поэтому использование континуального описания сплошной среды оправдано. Число Рейнольдса может достигать значений порядка 10 000. Если рассматривать течение в обычном канале, то такое течение следует считать турбулентным. Однако в наших условиях поверхность канала в зоне действия лазерного излучения, которое разогревает металл до температуры плавления и выше, покрыта тонкой пленкой расплава. Эта пленка под силовым воздействием газа течет вдоль поверхности. При наличии жидкой пленки напряжение трения между газом и поверхностью ослабевает, и можно предположить, что при числах Рейнольдса порядка 10 000 течение в канале в окрестности фронта реза все еще будет ламинарным.

Рассмотрим трехмерные полные уравнения Навье — Стокса в безразмерном виде [3, 5]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{V}) &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial t} \rho \mathbf{V} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{V} \mathbf{V}) + \nabla p &= \operatorname{div} \left(\frac{2\mu}{\operatorname{Re}} \dot{\mathbf{S}} \right) + \nabla \left(\frac{-2\mu/3}{\operatorname{Re}} \operatorname{div} \mathbf{V} \right), \\ \frac{\partial}{\partial t} \rho E + \operatorname{div}[\mathbf{V}(\rho E + p)] &= \operatorname{div} \left(\frac{\chi \gamma}{\operatorname{Re} \operatorname{Pr}} \nabla T \right) + \operatorname{div} \left[\frac{2\mu}{\operatorname{Re}} \mathbf{V} \dot{\mathbf{S}} + \frac{-2\mu/3}{\operatorname{Re}} \operatorname{div} \mathbf{V} \right], \\ p &= \rho T. \end{aligned} \quad (1)$$

$$(2)$$

Процедура обезразмеривания проводилась по следующим формулам:

$$\begin{aligned} t &= \bar{u}_0 \bar{t} / \bar{D}, \quad x^\alpha = \bar{x}^\alpha / \bar{D}, \quad u^\alpha = \bar{u}^\alpha / \bar{u}_0, \quad T = \bar{T} R / \bar{u}_0^2, \quad \rho = \bar{\rho} / \bar{\rho}_0, \\ \mu &= \bar{\mu} / \bar{\mu}_0, \quad p = \bar{p} / \bar{\rho}_0 \bar{u}_0^2, \quad \chi = \bar{\chi} / \bar{\chi}_0, \\ \operatorname{Re} &= \frac{\bar{\rho}_0 \bar{u}_0 \bar{D}}{\bar{\mu}_0}, \quad \operatorname{Pr} = \frac{\bar{\mu}_0 c_p}{\bar{\chi}_0}, \quad \gamma = c_p / c_v, \quad E = e + V^2 / 2, \quad e = c_v T. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь чертой сверху отмечены размерные величины: t — время; x^α — декартовы координаты; ρ , T , μ , χ — плотность, температура, вязкость и теплопроводность газа; v^α — скорость газа; \bar{u}_0 — характерная скорость; \bar{D} — ширина реза; $\bar{\rho}_0$ и \bar{T} — начальная плотность и температура газа; $\bar{\mu}$ и $\bar{\chi}_0$ — вязкость и теплопроводность газа при начальной температуре; Re и Pt — числа Рейнольдса и Прандтля; c_p и c_v — теплоемкости при постоянном давлении и постоянном объеме соответственно; R — универсальная газовая постоянная; E — полная энергия; e — внутренняя энергия газа; $\dot{S} = \{S^{\alpha\beta}\} = \frac{\partial u^\alpha}{\partial x^\beta} + \frac{\partial u^\beta}{\partial x^\alpha}$ — тензор скоростей деформации.

В качестве граничных условий для скорости на твердой поверхности ω_1 задаются условия прилипания:

$$\mathbf{V}|_{\omega_1} = 0. \quad (4)$$

На проницаемой для газа границе ω_2 расчетной области для скорости задается условие равенства нулю производной по нормали:

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial n}|_{\omega_2} = 0. \quad (5)$$

Для температуры на твердой стенке ω_1 рассматривается условие теплоизоляции, которое совпадает с условием на проницаемой границе ω_2 :

$$\frac{\partial T}{\partial n}|_{\omega} = 0, \quad (6)$$

где $\omega = \omega_1 + \omega_2$.

Для плотности на проницаемой границе ω_2 также рассматривается условие равенства нулю производной по нормали:

$$\frac{\partial \rho}{\partial n}|_{\omega_2} = 0. \quad (7)$$

На твердой поверхности граничные условия для плотности выражаются из уравнения неразрывности и граничного условия для скорости:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}|_{\omega_1} = -\rho \operatorname{div} \bar{\mathbf{V}}. \quad (8)$$

Начальные условия для системы уравнений (1), (2):

$$\mathbf{V} = 0, \quad \rho = 1, \quad T = 1. \quad (9)$$

2. Метод численного решения

На каждом шаге имеем систему нелинейных уравнений. Линеаризуем их, подставляя в уравнение неразрывности значения для скорости \mathbf{V} с предыдущего шага. Методом расщепления [3, 5] разделим дифференцирование по координатам и получим следующие схемы ($\mathbf{V} = \{u, v, w\}$):

а) уравнение неразрывности

$$\left(1 + \tau \left(u^n \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial u^n}{\partial x}\right)\right) \rho^{n+1/3} = \rho^n,$$

$$\left(1 + \tau \left(v^n \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial v^n}{\partial y}\right)\right) \rho^{n+2/3} = \rho^{n+1/3}, \quad (10)$$

$$\left(1 + \tau \left(w^n \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial w^n}{\partial z}\right)\right) \rho^{n+1} = \rho^{n+2/3};$$

б) уравнения сохранения импульса:

$$\begin{aligned} \left(1 + \tau \left(u^n \frac{\partial}{\partial x} + \frac{1}{\rho^{n+1}} \frac{\partial}{\partial x} \mu' \frac{\partial}{\partial x}\right)\right) \mathbf{V}^{n+1/3} &= -\frac{1}{\rho^{n+1}} \frac{\partial}{\partial x} \left(p^n + \frac{2}{3} \mu' \operatorname{div} \mathbf{V}^n\right) + \mathbf{V}^n, \\ \left(1 + \tau \left(v^n \frac{\partial}{\partial y} + \frac{1}{\rho^{n+1}} \frac{\partial}{\partial y} \mu' \frac{\partial}{\partial y}\right)\right) \mathbf{V}^{n+2/3} &= -\frac{1}{\rho^{n+1}} \frac{\partial}{\partial y} \left(p^n + \frac{2}{3} \mu' \operatorname{div} \mathbf{V}^n\right) + \mathbf{V}^{n+1/3}, \\ \left(1 + \tau \left(w^n \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{\rho^{n+1}} \frac{\partial}{\partial z} \mu' \frac{\partial}{\partial z}\right)\right) \mathbf{V}^{n+1} &= -\frac{1}{\rho^{n+1}} \frac{\partial}{\partial z} \left(p^n + \frac{2}{3} \mu' \operatorname{div} \mathbf{V}^n\right) + \mathbf{V}^{n+2/3}, \end{aligned} \quad (11)$$

в) уравнения сохранения энергии:

$$\begin{aligned} \left(1 + \tau \left(u^{n+1} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{1}{\rho^{n+1}} \frac{\partial}{\partial x} \mu'' \frac{\partial}{\partial x}\right)\right) e^{n+1/3} &= -\frac{1}{\rho^{n+1}} \left(p^{n+1} \frac{\partial u^{n+1}}{\partial x} + \Phi^{n+1}/3\right) + e^n, \\ \left(1 + \tau \left(v^{n+1} \frac{\partial}{\partial y} + \frac{1}{\rho^{n+1}} \frac{\partial}{\partial y} \mu'' \frac{\partial}{\partial y}\right)\right) e^{n+2/3} &= -\frac{1}{\rho^{n+1}} \left(p^{n+1} \frac{\partial v^{n+1}}{\partial y} + \Phi^{n+1}/3\right) + e^{n+1/3}, \\ \left(1 + \tau \left(w^{n+1} \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{\rho^{n+1}} \frac{\partial}{\partial z} \mu'' \frac{\partial}{\partial z}\right)\right) e^{n+1} &= -\frac{1}{\rho^{n+1}} \left(p^{n+1} \frac{\partial w^{n+1}}{\partial z} + \Phi^{n+1}/3\right) + e^{n+2/3}, \end{aligned} \quad (12)$$

где $\mu' = 2\mu/\operatorname{Re}$; $\mu'' = \frac{\chi\gamma}{\operatorname{Re} \operatorname{Pr}}$;

$$\begin{aligned} \Phi^{n+1} &= \mu' \left(\left[\left(\frac{\partial u^{n+1}}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v^{n+1}}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial w^{n+1}}{\partial z}\right)^2 \right] + \left(\frac{\partial u^{n+1}}{\partial y} + \frac{\partial v^{n+1}}{\partial x}\right)^2 + \right. \\ &\left. + \left(\frac{\partial u^{n+1}}{\partial z} + \frac{\partial w^{n+1}}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v^{n+1}}{\partial z} + \frac{\partial w^{n+1}}{\partial y}\right)^2 - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u^{n+1}}{\partial x} + \frac{\partial v^{n+1}}{\partial y} + \frac{\partial w^{n+1}}{\partial z}\right)^2 \right) \end{aligned}$$

— диссипативная функция [5].

Данные схемы хорошо решаются с помощью трех- или пятиточечных скалярных прогонок в зависимости от порядка аппроксимации по пространственным координатам.

Воспользуемся методом из работы [6] для повышения порядка точности по τ . Функции $\tilde{\rho}$, $\tilde{\mathbf{V}}$, \tilde{e} , приближающие искомое решение с четвертым порядком точности по времени, рассчитываются по следующим формулам:

$$\begin{aligned} \tilde{\rho} &= \alpha_1 \rho^\tau + \alpha_2 \rho^{\tau/2} + \alpha_3 \rho^{\tau/3} + \alpha_4 \rho^{\tau/4}, \\ \tilde{\mathbf{V}} &= \alpha_1 \mathbf{V}^\tau + \alpha_2 \mathbf{V}^{\tau/2} + \alpha_3 \mathbf{V}^{\tau/3} + \alpha_4 \mathbf{V}^{\tau/4}, \\ \tilde{e} &= \alpha_1 e^\tau + \alpha_2 e^{\tau/2} + \alpha_3 e^{\tau/3} + \alpha_4 e^{\tau/4}, \end{aligned} \quad (13)$$

где $\alpha_1 = -1/6$, $\alpha_2 = 4$, $\alpha_3 = -27/2$, $\alpha_4 = 32/3$; $\rho^{\tau/K}$, $\mathbf{V}^{\tau/K}$, $e^{\tau/K}$ — параметры газа, взятые на дробном шаге τ/K .

3. Результаты расчетов

С использованием метода (10)–(13) проведены расчеты течения вязкого, сжимаемого, теплопроводного газа в узкой щели применительно к процессам газолазерной резки металлов. Для изучения механизмов управления газовым потоком в расчетную схему дополнительно включен сопловой блок, в котором могла быть легко изменена конфигурация сопла.

В расчетах исследовались два типа сопел: звуковое (коническое) и сверхзвуковое (типа сопла Лавалья). На рис. 2 и 3 представлены линии тока газа в случае резки с нейтральным газом, когда давление в баллоне порядка 7 атм. В случае конического сопла видно, что внутри щели шириной 500 мкм и толщиной 15 мм в плоскости (X, Z) линии тока существенно отклоняются от фронта реза, который находится на линии оси сопла. Наблюдается отрыв пограничного слоя от фронта реза, и возникает возвратное течение, которое формируется с обратной стороны щели. Этот факт неоднократно подтверждался на практике, когда во время резки нержавеющей стали с азотом (см. рис. 1, б) нижняя кромка реза чернела, так как в рез проникал кислород из атмосферы. Кроме того, в зоне возвратного течения силовое действие газа на расплав ослабевает и структура борозд шероховатости быстро меняется так, что верхняя часть поверхности реза более гладкая, а нижняя — более шероховатая (см. рис. 1, б и в).

При использовании сверхзвукового сопла (рис. 3) перед входом в рез газовая струя более широкая и равномерная, отрыва потока нет, пограничный слой на фронте реза одинаково тонко по всей толщине пластины, вихри не возникают. Это означает, что при использовании сверхзвукового сопла продуваемость лазерного реза существенно улучшается.

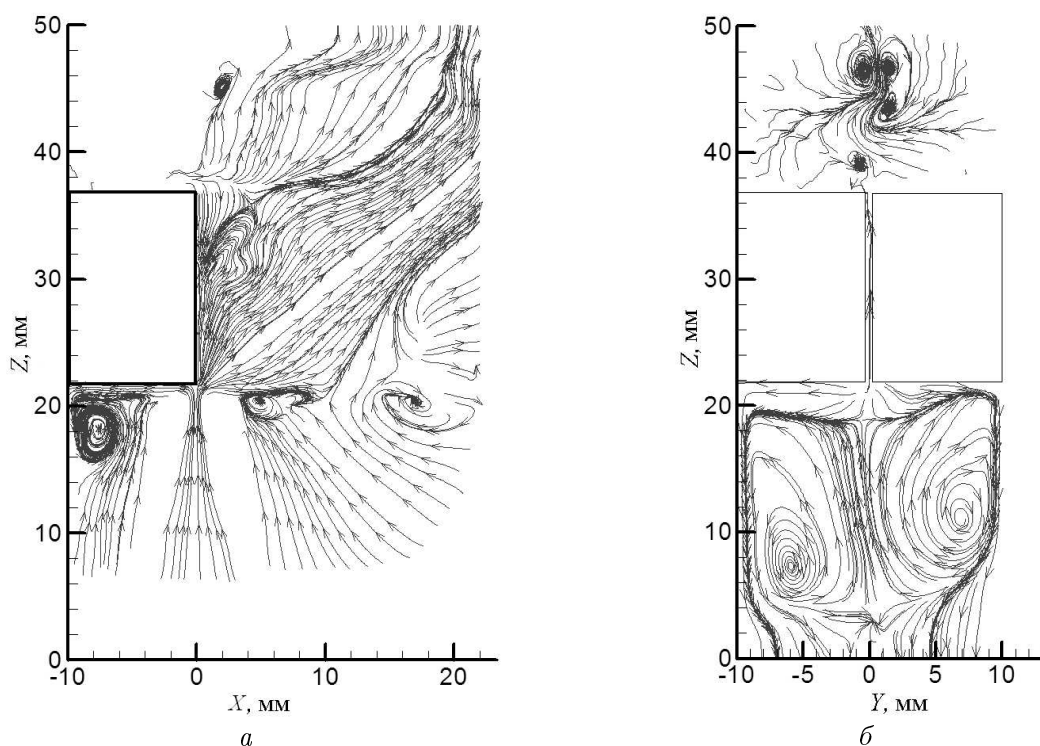


Рис. 2. Коническое сопло: а — линии тока газа в сечении XZ по центру реза; б — линии тока газа в сечении YZ на расстоянии $x = 5.8$ мм от центра сопла.

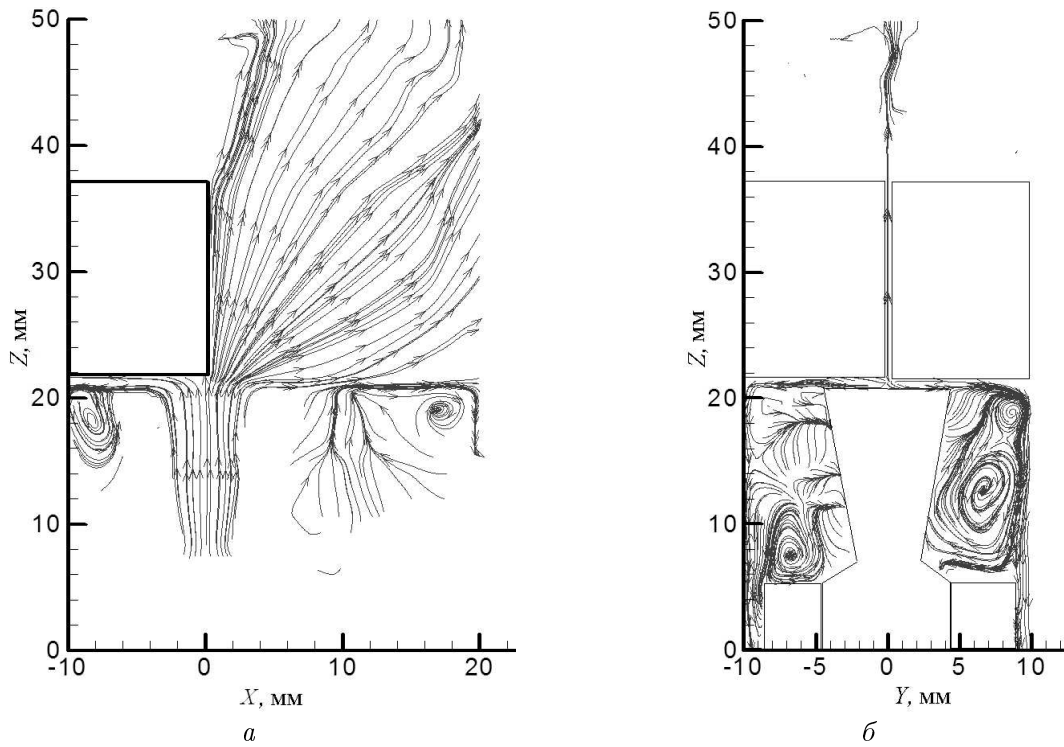


Рис. 3. Сверхзвуковое сопло: *a* — линии тока газа в сечении XZ по центру реза; *б* — линии тока газа в сечении YZ на расстоянии $x = 5.8$ мм от центра сопла.

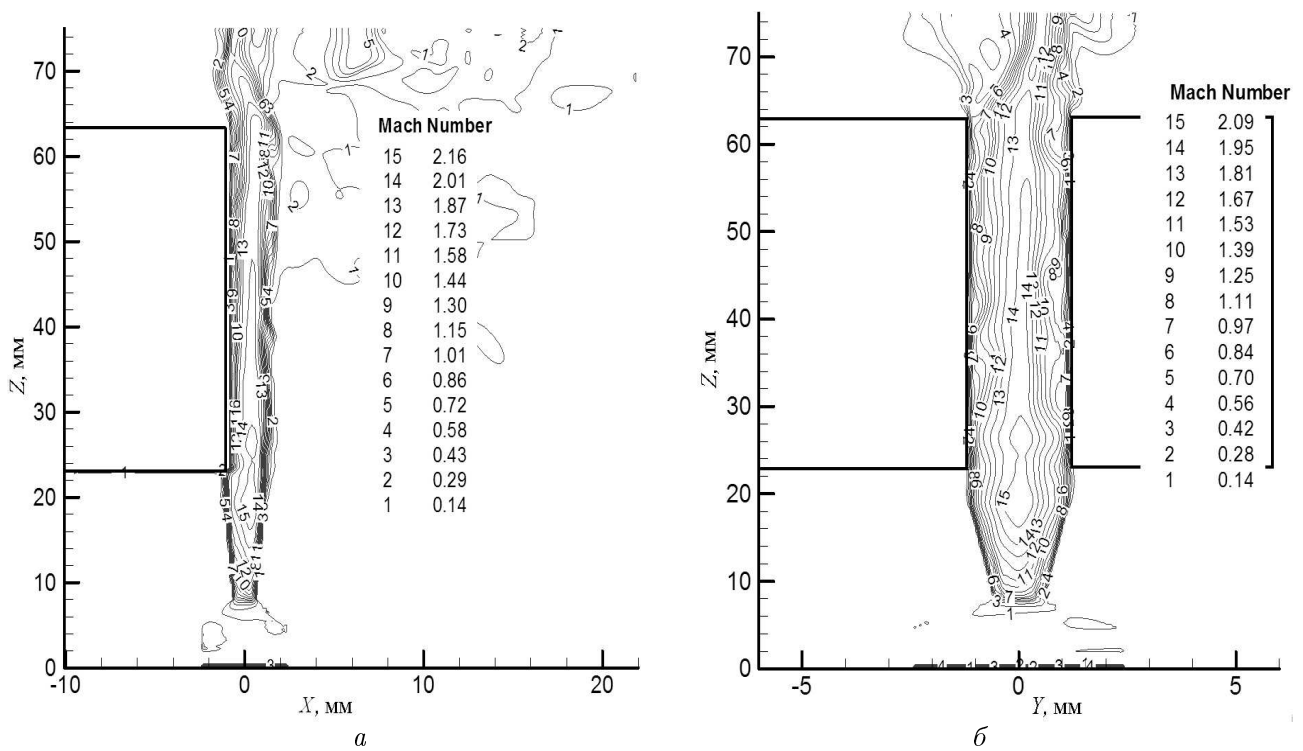


Рис. 4. Изолинии числа Маха при кислородно-лазерной резке толстолистовых металлов. Давление в баллоне 8 атм, ширина реза 2.6 мм, толщина пластины 40 мм, зазор между соплом и пластиной 4 мм.

На натурной установке АЛТК при лазерной резке листовой (16 мм) нержавеющей стали использовалось сверхзвуковое сопло, выполненное по результатам проведенных расчетов. В экспериментах получен положительный эффект — сверхзвуковое сопло обеспечило хорошую продуваемость узкой лазерной щели, хорошее распыление и удаление расплава, как следствие улучшилось качество поверхности реза.

Анализ газодинамических расчетов показал, что с ростом толщины материала до 30...50 мм и более для обеспечения хорошей продуваемости реза необходимо увеличивать его ширину. В работе [7] приведены результаты по кислородно-лазерной резке толстолистовой стали толщиной до 50 мм. Здесь главную роль играет струя режущего газа — кислорода. При определенных условиях минимального лазерного подогрева возбуждаются гетерогенные химические реакции окисления железа в кислороде с выделением большого количества тепла на металлической поверхности. Ширина реза, которая получается в этом случае, сравнима по величине с диаметром струи кислорода. Одной из главных проблем в технологиях, подобных [7], является оптимизация конфигурации сопла резака для организации эффективной сверхзвуковой струи кислорода. Этот вопрос в [7] никак не исследован.

Разработанная авторами вычислительная технология позволяет моделировать газодинамику кислородно-лазерной резки толстолистовых металлов. На рис. 4 представлены результаты вычислений продуваемости щели шириной 2 мм в пластине толщиной 40 мм, расстояние между соплом и пластиной 4 мм. Конфигурация сверхзвукового сопла выбрана близкой к расчетной. Видно, что сверхзвуковая струя с числом Маха порядка 2.1 свободно втекает в щель, в самой щели практически не расширяется. Пограничный слой одинаково тонок на фронте реза по всей глубине.

4. Результаты экспериментальных исследований

Установка, на которой проводились эксперименты по кислородно-лазерной резке, включает непрерывный CO₂-лазер [8] и двухкоординатный стол с системой перемещения лазерной режущей головки относительно неподвижного листа. Лазерный луч подводится к режущей головке при помощи зеркал. Соосно с лазерным лучом подается струя кислорода. Газовое сопло имеет конический сужающийся участок и конический расширяющийся

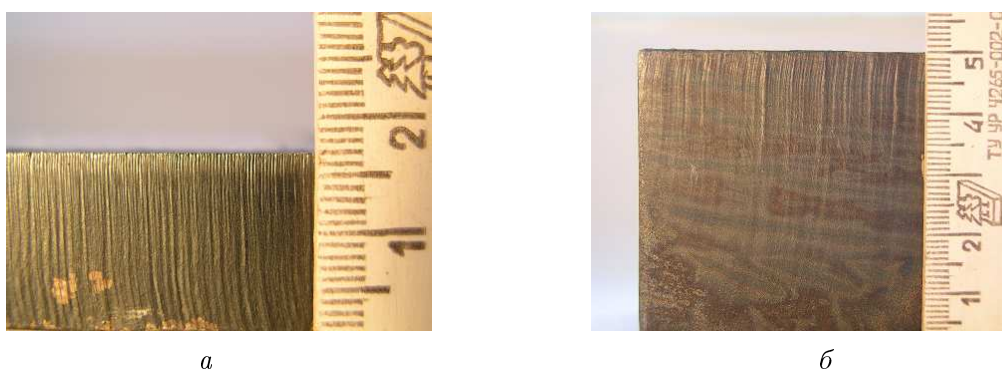


Рис. 5. Образцы кислородно-лазерной резки малоуглеродистой стали: *a* — давление 1.5 атм, мощность лазера 5 кВт, толщина пластины 16 мм, ширина реза 0.5 мм, зазор 1 мм, сопло коническое с выходным участком цилиндрической формы; *б* — давление 8 атм, мощность лазера 1.6 кВт, толщина пластины 50 мм, ширина реза 3.5 мм, зазор 5 мм, сопло сверхзвуковое.

участок. В критическом сечении сопло имеет диаметр 2 мм, выходной диаметр сопла равен 3 мм.

Разрезались пластины малоуглеродистой стали толщиной 12, 16, 30, 40 и 50 мм. Резка производилась при мощности лазерного излучения 1.5...6 кВт, давлении кислорода в камере резака 0.5...8.5 кг/см² и величине зазора между соплом и листом 0.5...5 мм. При малом давлении кислорода и дозвуковом течении применялось коническое сужающееся сопло с выходным цилиндрическим участком. Резка при давлении кислорода в камере резака 4 кг/см² и более производилась с использованием сопла, имеющего конический расширяющийся выходной участок. Как показали эксперименты, при резке в дозвуковом потоке высокое качество реза достигается при толщине листа не более 16...20 мм, что соответствует результатам газодинамических расчетов. При сверхзвуковом потоке кислорода высокое качество реза с низкой шероховатостью поверхности достигается во всем диапазоне толщин 12...50 мм.

На рис. 5 приведены фотографии поверхности реза пластин толщиной 16 и 50 мм. Наименьшая шероховатость поверхности реза при отсутствии грата для пластины толщиной 50 мм достигается при скорости 0.23 м/мин, что превышает величину 0.19 м/мин в [7].

Заключение

Показано, что для удаления расплава из канала реза необходимо обеспечить оптимальный расход технологического газа вблизи поверхности фронта реза, где образуется расплав. Задача усложняется для толстых листов, так как в глубоком канале сложнее управлять потоком газа. При отрыве потока от поверхности фронта реза качество реза становится неудовлетворительным или возникает непрорез.

Проведены расчеты при режимах течения, характерных для двух разновидностей лазерной резки: с инертным газом (азот, аргон) и с активным газом (кислород) при дозвуковом и сверхзвуковом течениях. Результаты расчетов показали, что при сверхзвуковом потоке параметрами течения можно управлять, изменяя конструкцию сопла и его расположение относительно пластины. Безотрывное течение внутри реза создается, если использовать расширяющееся сверхзвуковое сопло. Такое сопло сложнее в изготовлении, чем обычно применяемое в лазерной резке коническое сопло, но оно позволяет улучшить характеристики потока. Для дозвукового потока способ создания безотрывного течения в канале реза пока не найден.

В существующих в мире технологиях лазерной резки используются резаки с коническими соплами, что позволяет иметь рез хорошего качества для материалов из стали толщиной до 16...20 мм. Расчеты показали, что именно на этой предельной толщине наблюдается отрыв потока на фронте реза так, что при толщинах более 16...20 мм шероховатость в нижней части поверхности реза увеличивается.

Представленная в данной работе вычислительная технология и результаты проведенных численных исследований были подтверждены в экспериментах на натурной установке АЛТК, что позволило получить качественно новые результаты по лазерной резке толстолистовых металлов. Результаты расчетов адекватно описали существующую в мировой практике ситуацию и позволили предсказать новые оптимальные режимы резки и продвинуться по толщине материалов до 40...50 мм.

Таким образом, показано, что в процессе лазерной резки металлов роль газовой динамики является преобладающей.

На основе проведенных многовариантных численных исследований струйных течений вязкого газа сформулированы технические рекомендации по управлению газовым потоком, которые были использованы в экспериментах на АЛТК при отработке практических технологий лазерной и кислородно-лазерной резки толстолистовых металлов.

Авторы выражают благодарность А.Г. Маликову и Г.В. Ермолаеву за помощь в проведении экспериментов.

Список литературы

- [1] Антонов В.Н., Пономаренко А.Г., Оришич А.М., Яненко Н.Н. и др. Исследование взаимодействия потоков бесстолкновительной плазмы при больших числах Альфвена и Маха // Докл. АН СССР. 1986. Т. 289, № 1. С. 72–75.
- [2] Яненко Н.Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Новосибирск: Наука, 1967.
- [3] Ковеня В.М., Яненко Н.Н. Метод расщепления в задачах газовой динамики. Новосибирск: Наука, 1981.
- [4] Голубев В.С. Лазерные макротехнологии: современное состояние и тенденции развития // Перспективные материалы. 2005. № 1. С. 5–12.
- [5] Ковеня В.М., Тарнавский Г.А., Черный С.Г. Применение метода расщепления в задачах аэродинамики. Новосибирск: Наука, 1990.
- [6] SHAIUROV V.V., SHCHERANOVSKAYA G.I. Solution to viscous heat-conductive gas equations based on multiprocessor computer system // Proc. of Intern. Conf. on Computational Mathematics. Novosibirsk, 2002. P. 83–87.
- [7] O'NEILL W., GABZDYL J.T. New developments in laser-assisted oxygen cutting // Optics and Lasers in Eng. 2000. Vol. 34. P. 355–367.
- [8] Афонин Ю.В., Голышев А.П., Иванченко А.И. и др. Генерация излучения с качеством TEM_{00} моды в непрерывном CO_2 -лазере мощностью 8 кВт // Квантовая электроника. 2004. Т. 31, № 4. С. 307–310.

Поступила в редакцию 11 апреля 2006 г.