

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ДАННЫХ СЕЙСМОМОНИТОРИНГА ОЧАГОВОЙ ОБЛАСТИ СИЛЬНЫХ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ\*

М. В. НОСКОВ

*Красноярский государственный технический университет, Россия*

e-mail: Noskov@fivt.krasn.ru

К. В. СИМОНОВ

*Институт вычислительного моделирования СО РАН,*

*Красноярск, Россия*

e-mail: lena@icm.krasn.ru

С. А. ПЕРЕТОКИН

*Красноярский государственный технический университет, Россия*

e-mail: sergey@kniigims.ru

This research addresses a development of the mathematical modeling of the seismic monitoring data in the fault zones of strong earthquakes. We present three approaches for selection of the spatial localization of zones of concentrated and dispelled seismicity, which apparently indicate possible zones of future strong earthquakes.

## Введение

Исследование посвящено разработке новых подходов к анализу данных сейсмического мониторинга очаговых зон сильных землетрясений, связанных с обработкой основных характеристик каталога сейсмических событий. В работе анализируются особенности сейсмического режима Караганской сейсмоактивной очаговой области, находящейся на расстоянии 180 км от г. Красноярска. Изучается система пространственно-временных и энергетических соотношений для некоторой совокупности землетрясений, зарегистрированных в этой области в 2000–2004 гг. региональной сетью сейсмических станций [1].

Отметим, что в сейсмологической практике для изучения пространственного распределения землетрясений используются различные эмпирические законы, отражающие качественные особенности пространственного поля эпицентров землетрясений. Однако в этих соотношениях не отражается такое свойство пространственного распределения землетрясе-

---

\*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 04-01-00823).

© Институт вычислительных технологий Сибирского отделения Российской академии наук, 2005.

ний, как группируемость, которое показывает физическое состояние сейсмогенерирующих структур земной коры [2, 3].

В работе представлены три подхода, с помощью которых изучается характер сейсмичности Караганской очаговой области, анализируются пространственное расположение зон сосредоточенной и рассеянной сейсмичности, поскольку первая отождествляется с возможным местоположением будущих сильных землетрясений.

## 1. Анализ данных с помощью множеств Вороного

Рассмотрим  $T$ -связное подмножество некоторого пространства. Точки  $t_i \in T$  — данные сейсмического процесса, последовательность сейсмических событий. Покроем данное множество решеткой, в узлах которой расположены вспомогательные точки  $\{t_i^k\}_{i=1}^N$ . Задача заключается в сведении непрерывного множества точек к множествам Вороного, которые удовлетворяют следующим условиям [4]:

$$\varepsilon_N[T] = \sum_{k=1}^N \int_{\Delta_k} p(t_i, t_i^k) dt \longrightarrow \min, \quad p(t_i, t_i^k) \longrightarrow \min, \quad (1)$$

где  $p(t_i, t_i^k)$  — неотрицательная функция, равная расстоянию от точки  $t_i$  до точки  $t_i^k$ . Задача состоит в том, чтобы найти набор точек  $\{t_i\}$  и соответствующее им разбиение  $\{\Delta_k\}_{k=1}^N$  такое, чтобы ошибка  $\varepsilon_N[T]$  была наименьшей. Ошибка  $\varepsilon$  данной точки  $t_i \in T$  до точки  $t_i^k$  измеряется интегралом

$$\varepsilon = \int_{\Delta_k} p(t_i, t_i^k) dt, \quad k = 1, \dots, N. \quad (2)$$

Общая ошибка для всех точек  $\{t_i\}$  подмножества  $T$  до точек  $\{t_i^k\}_{i=1}^N$  измеряется суммой интегралов (1). Область, в которой лежат точка  $t_i$  и набор точек  $\{t_i^k\}_{i=1}^N$ , обозначим через  $\Delta_k$ . Получаем набор множеств  $\{\Delta_k\}_{k=1}^N$ , которые образуют разбиение  $T$ . Построенные разбиения называются множествами Вороного.

В большинстве случаев при фиксированном числе точек  $N$  поиск оптимального расположения точек  $\{t_i^k\}_{i=1}^N$  представляет сложную задачу из-за граничных множеств набора  $\{\Delta_k\}_{k=1}^N$  и неоднородности функции  $p(t_i, t_i^k)$  на множестве  $T$ . Поэтому к решению применяется асимптотический подход при  $N \longrightarrow \infty$ .

Последовательность наборов  $\{t_k^{*N}, \Delta_k^{*N}\}_{k=1}^N$  с ошибкой  $\varepsilon_N^*[T]$ ,  $N = 1, 2, \dots$ , называется асимптотически оптимальной, если для любой последовательности  $\{t_k^N, \Delta_k^N\}_{k=1}^N$  с ошибкой  $\varepsilon_N[T]$ ,  $N = 1, 2, \dots$ , выполняется неравенство

$$\lim_{N \longrightarrow \infty} \sup \frac{\varepsilon_N^*[T]}{\varepsilon_N[T]} \leq 1, \quad (3)$$

где  $\varepsilon_N^*[T]$  — ошибка множества с наименьшим количеством точек;  $\varepsilon_N[T]$  — ошибка множества с наибольшим количеством точек. Заметим, что если диаметр множеств  $\{\Delta_k\}_{k=1}^N$  стремится к нулю, то граничные множества имеют асимптотически малую погрешность и могут не учитываться. Форма границы множества  $T$  не оказывает никакого влияния на асимптотику ошибки.

Рассмотрим некоторое множество  $T$ . Точки  $t_i \in T$  — данные сейсмического процесса, последовательность сейсмических событий, полученная по материалам сейсмического мониторинга. Каждая точка имеет некоторые свойства:  $t_i(x, y, M(R))$ , где  $(x, y)$  — ее координаты,  $M$  — магнитуда. Для каждой  $M$  (из физических соображений) определяется область влияния,  $R$  — радиус области притяжения к  $t_i$  с магнитудой  $M$ . Эти свойства применительно к реальной физической задаче позволяют найти центральную точку из множества  $T$ .

Разобьем непрерывное множество точек на некоторые подмножества Вороного, чтобы ошибка  $\varepsilon_N[T]$  была минимальна. Для этого из множества точек в  $T$  выберем ту точку, которая по своему свойству (магнитуде) является основной (центральной). Зафиксируем эту точку и найдем расстояние между ней и всеми остальными точками по соотношению

$$p^0(t_i, t_j) = \frac{\|t_i - t_j\|_2}{\|v - t_j\|_2} \longrightarrow \min, \quad (4)$$

где  $v$  — это середина отрезка  $(t_i, t_j)$ .

Получим множество, в котором лежат все рассматриваемые точки. Сравним полученные значения и исключим из построенного множества точки, расстояние от которых до фиксированной точки наибольшее. Для оставшихся точек таким же образом выбирается центральная точка и выполняются описанные выше шаги. Рассматриваемое множество разобьется на несколько областей  $\{\Delta_k\}_{k=1}^N$  (рис. 1).

Если некоторые множества пересекаются и содержат в себе одни и те же точки, то для определения, к какому из множеств они принадлежат, используют понятие асимптотически оптимального множества. Для того чтобы определить, какое множество является асимптотически оптимальным, воспользуемся формулой (3). Чтобы найти ошибку  $\varepsilon_N[T]$ , необходимо для всех точек  $t_i$  найти соответствующие точки  $t_j^k$ . Получим отрезок, который определяет величину радиуса-вектора окружности. Ошибка  $\varepsilon$  каждой длины отрезка оценивается по формуле (2). Общая ошибка  $\varepsilon_N[T]$  всех точек  $t_i$  рассматриваемого множества Вороного находится по формуле (1). Для всех остальных областей вычисления проводятся аналогично.

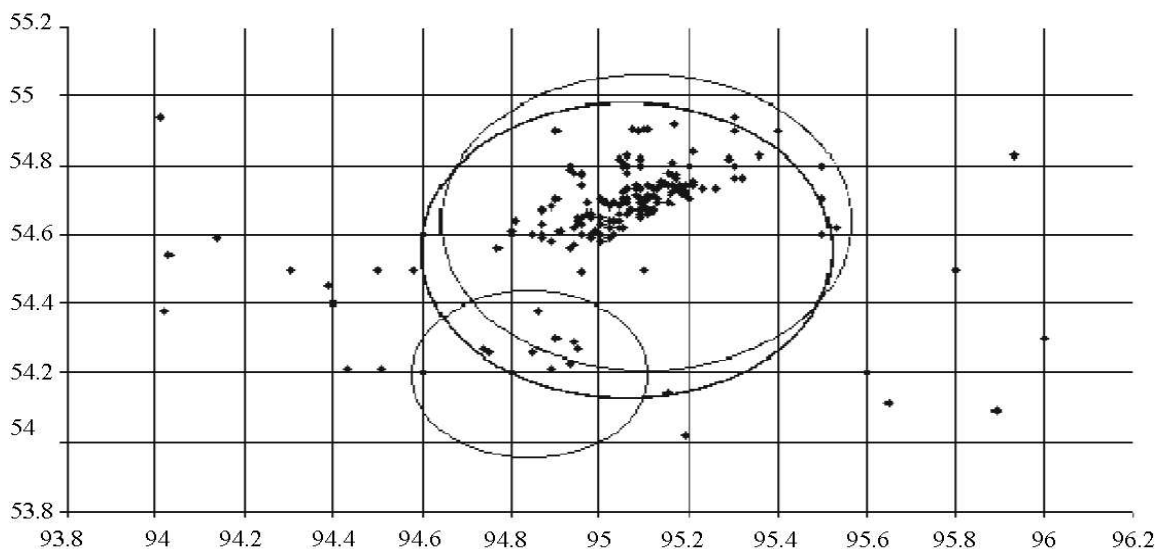


Рис. 1. Построение множества Вороного для изучаемого каталога землетрясений.

Решена задача сведения непрерывного множества точек (поля эпицентров по каталогу землетрясений исследуемой области) ко множествам Вороного. Разработан алгоритм для решения задачи разбиения, и изучены свойства группируемости изучаемого множества точек сейсмической природы.

## 2. Моделирование данных каталога на основе метода упругих карт

Следуя [5], рассмотрим двумерную прямоугольную сетку узлов, в которой  $p$  — количество узлов по горизонтали,  $q$  — количество узлов по вертикали. Перенумеруем узлы этой сетки с помощью двух индексов:  $y^{ij}$ ,  $i = 1...p$ ,  $j = 1...q$ . Построенная сетка располагается во множестве точек данных так, чтобы каждой точке данных соответствовал ближайший узел сетки. Точки данных имеют вид  $t_{ij}(x, y, M)$ . Такой способ не требует доопределения сетки в виде многообразия и разбивает все множество данных на  $p \times q$  подмножеств  $K_{ij}$ -таксонов, в пределах каждого из которых точки подмножества окажутся ближе к узлу сетки  $y^{ij}$ , чем к какому-нибудь другому узлу. Обозначим это обстоятельство следующим образом:

$$K_{ij} = \{t \in P_k, \|y^{ij} - t\|^2 \leq \varepsilon\}. \quad (5)$$

Данную сетку можно деформировать двумя способами: растягивать ее вдоль и изгибать поперек. В одном случае она стремится сохранить свою длину, а в другом — свою плоскую форму. Рассматриваемая сетка имеет следующие свойства: свойство растяжения, которое обеспечивает равномерность сетки; свойство гладкости; свойство близости к точкам данных. Упомянутые меры определяют общий критерий, благодаря которому сетка, с одной стороны, будет притягиваться к точкам данных, с другой — стремиться минимизировать свое растяжение и принять максимально гладкую форму (стать более регулярной). Получим следующий функционал:

$$D = \frac{D_1}{|P_k|} + \lambda \frac{D_2}{pq} + \mu \frac{D_3}{pq} \longrightarrow \min, \quad (6)$$

где  $|P_k|$  — число точек в  $X$ ;  $\lambda, \mu$  — коэффициенты упругости, отвечающие за растяжение и изогнутость сетки соответственно;  $\lambda$  — количество сделанных итераций;  $D_1, D_2, D_3$  — слагаемые, отвечающие за свойства сетки. Свойство меры близости сетки к точкам данных представляется в виде

$$D_1 = \sum_{i,j} \sum_{t_n \in K_{ij}} \|t_n - y^{ij}\|^2. \quad (7)$$

Чем больше средняя длина ребра, тем сильнее сетка растянута. Мера растянутости сетки имеет вид

$$D_2 = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^{q-1} \|y^{ij} - y^{i,j+1}\|^2 + \sum_{i=1}^{p-1} \sum_{j=1}^q \|y^{ij} - y^{i+1,j}\|^2. \quad (8)$$

Степень изогнутости определяется с помощью вторых разностей. В результате имеем меру гладкости сетки в виде

$$D_3 = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^{q-1} \|2y^{ij} - y^{i,j-1} - y^{i,j+1}\|^2 + \sum_{i=1}^{p-1} \sum_{j=1}^q \|2y^{ij} - y^{i-1,j} - y^{i+1,j}\|^2. \quad (9)$$

*Алгоритм построения упругой сетки.* Особенностью метода является то, что получаемая при его применении система узлов оказывается упорядоченной. Соседние на этой сетке узлы в результате действия алгоритма оказываются близкими в пространстве данных, что после размещения точек по ближайшим узлам двумерной сетки дает возможность визуализировать данные. В нашем случае проекции данных изображены в исходных внутренних координатах. Узлы представлены в виде прямоугольной сетки.

Построенная сетка располагается во множестве точек данных так, чтобы каждой этой точке  $t_{ij}$  соответствовал ближайший узел сетки  $y^{ij}$ . При заданных положениях узлов сетки и при размещении в ней точек данных производится разбиение этого множества на таксоны  $K_{ij}$ . Каждая точка из множества имеет две координаты во внутренней системе координат на сетке. Оставшиеся указанные точки разбиваются на таксоны путем изменения шага сетки. Все рассматриваемые точки имеют номер подмножества, к которому они принадлежат.

После разбиения по формуле (6) оценивается функционал  $D$ . Шаги повторяются до тех пор, пока  $D$  не перестанет изменяться. Процесс сходится, поскольку на каждом этапе минимизируется величина  $D$ , вместе с тем она ограничена ( $D$  — неотрицательна). Более того, функционал сходится за конечное число шагов, поскольку число вариантов разбиения точек данных на таксоны конечно.

Разработанный способ разбиения данных каталога землетрясений на локализованные участки для выявления свойств группировки был опробован на данных мониторинга Караганской очаговой области. На рис. 2 приведены результаты моделирования каталога землетрясений исследуемой области. Анализ результатов расчета показывает, что пространственное распределение эпицентров землетрясений Караганской очаговой области

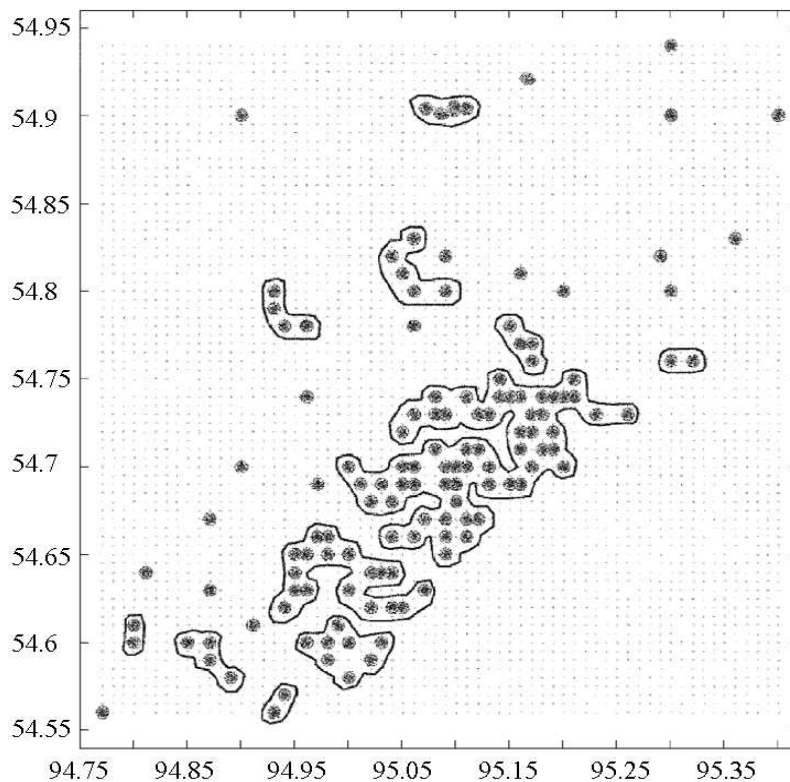


Рис. 2. Свойства группировки поля сейсмических событий Караганской очаговой области.

характеризуется высоким уровнем кластеризованности (скупченности), причем характер группировки смешанный — линейный и изометричный.

### 3. Индекс Моришиты

Для исследования поля эпицентров сейсмических событий, зарегистрированных в Караганской сейсмоактивной области, применяется модифицированный индекс Моришиты  $I$ . Каталог землетрясений отсортирован в следующих пространственно-временных и энергетических рамках: долгота  $93\text{--}97^\circ$ , широта  $52\text{--}57^\circ$ , время наблюдений — 1983–2005 годы, число событий  $N = 205$ , отмеченная максимальная магнитуда землетрясения равна 5.2.

Известно, что если исследуемая пространственная область, задаваемая в виде квадрата со стороной  $L$ , содержащая  $N$  событий, разбита на  $Q$  квадратных ячеек, где  $Q$  принимает значения 4, 16, 64 и т. д., то индексом Моришиты называется величина [6]

$$I = Q \sum_{i=1}^Q \frac{n_i(n_i - 1)}{N(N - 1)}. \quad (10)$$

Здесь  $n_i$  — число событий в  $i$ -й ячейке;  $Q$  — число ячеек в данном разбиении. Из этой формулы видно, что индекс Моришиты зависит от числа ячеек. Индекс  $I$ , деленный на число ячеек  $Q$  для данного разбиения, соответствует вероятности того, что выбранные наугад два землетрясения будут принадлежать одной ячейке.

В [3] сформулирована гипотеза о том, что в процессе сейсмогенеза участвуют два сейсмически независимых процесса. Первый из них составляют взаимно независимые и случайно рассеянные в пространстве индивидуальные сейсмические события, их совокупность определяется как рассеянная (фоновая) сейсмичность. Вторым процессом являются взаимодействующие землетрясения, концентрирующиеся тем или иным способом в пространстве, их совокупность определяется как сосредоточенная (приуроченная) сейсмичность. Разделить сейсмичность на сосредоточенную и рассеянную означает выбрать такой интервал значений разделимости, при котором кластеризация отражает физическую картину явления. Важно также указать критерий, согласно которому одна группа кластеров будет отнесена к сосредоточенной, а другая — к рассеянной сейсмичности.

Для реализации указанного подхода в работе построена итерационная процедура, где значения индекса Моришиты  $I$  рассчитывались по формуле (10). Зависимость индекса

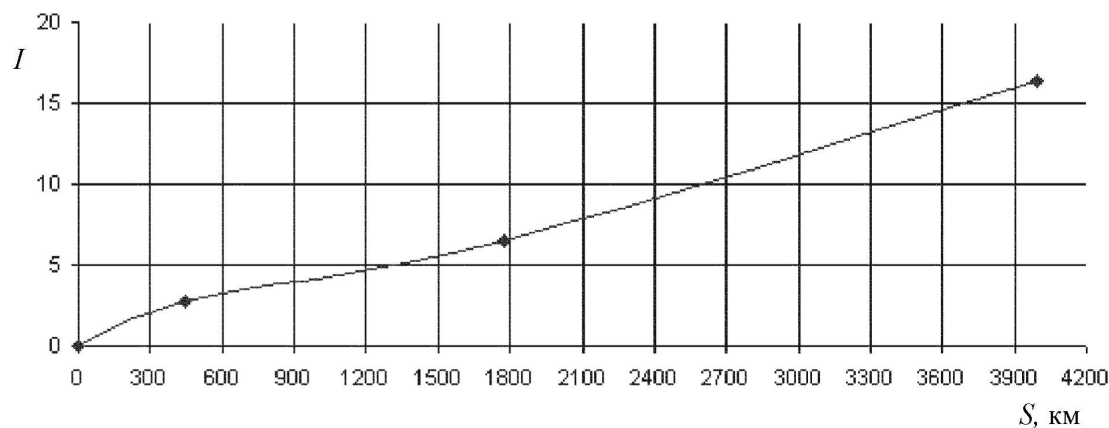


Рис. 3. Зависимость индекса Моришиты от площади ячеек разбиения области исследования.

Мориштиты от размеров ячеек  $S$  для данных изучаемого каталога землетрясений Караганской очаговой области приводится на рис. 3. На графике виден рост индекса при увеличении линейного размера ячейки  $S$ . Построенный график свидетельствует о высокой группируемости (кластеризованности) эпицентров землетрясений Караганской очаговой области.

Индекс Мориштиты позволил описать в заданном пространстве случайное и концентрированное размещение точек, соответствующих эпицентрам сейсмических событий изучаемой области.

## Заключение

Решена задача сведения непрерывного множества точек (поля эпицентров по каталогу землетрясений исследуемой области) ко множествам Вороного. Разработан алгоритм для решения задачи разбиения, исследованы свойства группируемости изучаемого множества точек сейсмической природы.

Выполнен анализ данных сейсмомониторинга на основе метода упругих карт. Разработано соответствующее программное обеспечение для представления заданного распределения данных (каталога землетрясений) на двумерной плоскости, получена карта-схема, на которой отражены основные закономерности, присущие исходному распределению эпицентров: кластерная структура, топологические особенности и внутренние зависимости между признаками.

Для анализа группируемости землетрясений Караганской очаговой области использовался индекс Мориштиты, который позволил описать в заданном пространстве случайное и концентрированное размещение точек, соответствующих эпицентрам сейсмических событий изучаемой области.

Анализ пространственного распределения эпицентров Караганской очаговой области землетрясений показал, что исследуемая зона характеризуется высоким уровнем кластеризованности (скупенности) сейсмических событий. Выделены сосредоточенная и рассеянная (диффузионная) сейсмичность.

## Список литературы

- [1] СИБГАТУЛИН В.Г., СИМОНОВ К.В., ПЕРЕТОКИН С.А. Оценка сейсмической опасности юга Центральной Сибири. Красноярск: КНИИГиМС, 2004. 196 с.
- [2] КАСАХАРА К. Механика землетрясений: Пер. с англ. М.: Мир, 1985.
- [3] ШЕБАЛИН Н.В. Сейсмичность как тектонический процесс // Современная тектоническая активность Земли и сейсмичность: Сб. науч. тр. М.: Наука, 1987. С. 211–223.
- [4] ЗАХАРОВ А.В. Одно обобщение теории квантизации и его применение в задачах оценивания полей по значениям в точках. Уфа: Гилем, 2003. 108 с.
- [5] ЗИНОВЬЕВ А.Ю. Визуализация многомерных данных: Красноярск: ИПЦ КГТУ, 2000. 168 с.
- [6] ШЕБАЛИН Н.В., АРЕФЬЕВ С.С., ТАТЕВОСЯН Р.Э. О внутренней структуре сейсмичности (Кавказ) // Сильные землетрясения и сейсмические воздействия: Сб. науч. тр. М.: Наука, 1986. С. 50–78.